

**MAEC-118 (N)**  
**अर्थशास्त्रीय शोध एवं सांख्यिकी**

**परामर्श-समिति**

प्रोफेसर सत्यकाम  
प्रो. सत्यपाल तिवारी  
  
श्री विनय कुमार

कुलपति-अध्यक्ष  
निदेशक, मानविकी विद्याशाखा-  
कार्यक्रम संयोजक  
कुलसचिव-सचिव

**विशेषज्ञ समिति**

प्रो. सत्यपाल तिवारी  
डॉ. अनिल कुमार यादव  
प्रो.किरण सिंह  
प्रो. एम.के. सिंह  
डॉ. विश्वनाथ कुमार  
डॉ. अनूप कुमार

**अध्यक्ष**  
**संयोजक**

उ.प्र. राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज  
उ.प्र. राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज  
इलाहाबाद केन्द्रीय विश्वविद्यालय, प्रयागराज  
एम.जे.पी. रूहेलखण्ड विश्वविद्यालय, बरेली  
एस.बी. पी.जी. कालेज, बड़ागाँव, वाराणसी  
इलाहाबाद केन्द्रीय विश्वविद्यालय, प्रयागराज

**पाठ्यक्रम समन्वयक**

डॉ. अनिल कुमार यादव  
प्रयागराज

सहायक आचार्य, अर्थशास्त्र, उ.प्र. राजर्षि टण्डन मुक्त वि.वि.,

**सम्पादक**

डॉ. चन्द्र प्रकाश राय

प्रोफेसर ऑफ़ इकोनामिक्स डी.सी.एस.के. पी.जी. कालेज, मऊ  
उत्तर प्रदेश

**परिभाषक**

डॉ. अनिल कुमार यादव  
प्रयागराज

सहायक आचार्य, अर्थशास्त्र, उ.प्र. राजर्षि टण्डन मुक्त वि.वि.,

**लेखक मण्डल**

**लेखक**

डॉ. अनिल कुमार यादव  
सहायक आचार्य, अर्थशास्त्र, उ.प्र. राजर्षि टण्डन मुक्त वि.वि., प्रयागराज  
प्रो. (डॉ.) विश्वनाथ कुमार  
प्रोफेसर, अर्थशास्त्र विभाग, एस.बी.पी.जी.कालेज, बड़ागाँव वाराणसी

**खण्ड-1 इकाई-01,02**

**खण्ड-1 इकाई-03,04,05**

**खण्ड-2 इकाई-01,02,03,04**

**खण्ड-3 इकाई-01,02,03,04,05**

**खण्ड-4 इकाई-01,02,03,04**

**खण्ड-5 इकाई-01,02,03,04,05**

**खण्ड-6 इकाई-01,02,03,04,05,06,07,08**

**खण्ड-7 इकाई-01,02,03,04,05**

मुद्रित- (माह), (वर्ष)

© उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज - (वर्ष)

ISBN-

सर्वाधिक सुरक्षित। इस पाठ्य सामग्री का कोई भी अंश उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय की लिखित अनुमति के बिना, मिमियोग्राफ अथवा किसी अन्य साधन से पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति नहीं है।

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज की ओर से श्री विनय कुमार, कुलसचिव द्वारा मुद्रित एवं प्रकाशित, (माह) (वर्ष), (मुद्रक का नाम व पता)

**MAEC-118(N)**  
अर्थशास्त्रीय शोध एवं सांख्यिकी

**खण्ड-1 शोध : एक परिचय**

- इकाई-1 शोध का अर्थ, उद्देश्य एवं महत्व
- इकाई-2 शोध के प्रकार
- इकाई-3 वैज्ञानिक शोध के विभिन्न चरण
- इकाई-4 सामाजिक अनुसंधान-अर्थ, प्रकार, उपयोगिता
- इकाई-5 समाज विज्ञान और शुद्ध विज्ञान के शोध में अंतर

**खण्ड-2 शोध समस्या एवं शोध प्रारूप**

- इकाई-1 शोध समस्या का अर्थ एवं चुनाव
- इकाई-2 शोध के प्रश्न एवं परिकल्पनाएँ
- इकाई-3 शोध प्रारूप (Research Design) अर्थ, आवश्यकता, एवं विशेषताएँ
- इकाई-4 शोध प्रारूप के प्रकार

**खण्ड-3 प्रतिदर्श चयन प्रारूप**

- इकाई-1 प्रतिदर्श का अर्थ, महत्व एवं विशेषताएँ
- इकाई-2: समग्र बनाम प्रतिदर्श सर्वेक्षण
- इकाई-3 : प्रतिदर्श का आकार
- इकाई-4: प्रतिदर्श चयन की विधियाँ
- इकाई-5: प्रतिचयन प्रारूप के विभिन्न चरण

**खण्ड-4 आँकड़ों का संकलन**

- इकाई-1 आँकड़ें: अर्थ एवं परिभाषा, आँकड़ों के प्रकार
- इकाई-2 संकलन की विधियाँ: अवलोकन, सर्वेक्षण, साक्षात्कार एवं वृत अध्ययन
- इकाई-3 प्रश्नावली एवं अनुसूची में अन्तर
- इकाई-4 प्रश्नावली व सारणी निर्माण हेतु दिशा निर्देश

**खण्ड-5 आँकड़ों का प्रसंस्करण एवं विश्लेषण**

- इकाई-1 प्रसंस्करण कार्यविधि
- इकाई-2: आँकड़ों का प्रस्तुतिकरण
- इकाई-3 केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें
- इकाई-4 विचरण की मापें
- इकाई-5 सहसंबंध एवं प्रतिपगमन

**खण्ड-6: परिकल्पना परीक्षण**

- इकाई-1 प्रायिकता अर्थ, महत्व एवं प्रकार
- इकाई-2 परिकल्पना का अर्थ एवं प्रकार
- इकाई-3 समान्य वितरण की विशेषताएँ
- इकाई-4 एक पक्षीय और द्विपक्षीय परीक्षण प्रथम प्रकार की त्रुटि एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि
- इकाई-5 टी- परीक्षण एवं जेड परीक्षण
- इकाई-6 काई वर्ग परीक्षण
- इकाई-7 प्रसरण विश्लेषण
- इकाई-8 प्राचल या वितरण रहित परिकल्पनाओं का परीक्षण

**खण्ड- 7 प्रतिवेदन लेखन**

- इकाई-1: अध्याय वितरण
- इकाई - 2: अभिस्वीकृति
- इकाई -3: सारांश
- इकाई -4: उद्धरण के तरीके
- उद्धरण एवं संदर्भग्रंथ सूची में अन्तर
- इकाई -5: अध्ययन की सीमाएँ

## खण्ड: 1 (Section:1)

### इकाई (Unit)– 1: शोध का अर्थ, उद्देश्य एवं महत्व (Meaning, Objectives and Importance of the Research):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 1.1.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 1.1.1 परिचय (Introduction):

##### 1.1.2 शोध का अर्थ (Meaning of the Research):

##### 1.1.3 शोध की परिभाषाएँ (Definitions of Research):

##### 1.1.4 शोध का उद्देश्य (Objectives of Research):

##### 1.1.5 शोध का महत्व (Importance of Research):

##### 1.1.6 सारांश (Summary):

##### 1.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 1.1.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Useful Books/Bibliography):

1.1.0 **उद्देश्य (Objectives):** इस इकाई के अध्ययन के उपरांत आप इस स्थिति में होंगे कि—

- शोध के अर्थ को समझेंगे।
- शोध के उद्देश्यों को समझेंगे।
- शोध के महत्व को समझेंगे।

##### 1.1.1 परिचय (Introduction):

सामान्य अर्थों में शोधकार्य से तात्पर्य किसी भी विषय पर गहन अध्ययन या चिंतन करना है। चिंतन, मनन एवं अध्ययन करना प्रायः मानव का स्वभाव है। कुछ लोग जिज्ञासावश, कुछ समस्याओं के हल के लिए तथा कुछ लोग आत्म संतुष्टि इत्यादि के लिए ऐसा करते हैं। पूर्व में कुछ स्थापित विद्वान (वृहस्पति, शुक्र, भीष्म, विदुर, चाणक्य, सुकरात, प्लेटो, अरस्तु, कार्ल मार्क्स, कींस ... इत्यादि) सभी विषयों पर शोध/चिंतन करते थे। वर्तमान में हर विषय के विशेषज्ञ अपने अपने क्षेत्र में अध्ययन को प्राथमिकता देते हैं। हालांकि अन्तरविषयक (Interdisciplinary) शोध भी काफी प्रचलित है।

प्रारम्भ में समाज द्वारा मान्य विद्वान या अधिकारी अपने व्यक्तिगत ज्ञान/अनुभव के आधार पर अपना मत प्रकट करते थे जिसको प्रायः सभी लोग सत्य मान लेते थे। बाद में सत्य की खोज या अध्ययन के लिए कुछ मान्य विधियों को अपनाया जाने लगा। जिसके चलते आगे चलकर तर्क/दर्शनशास्त्र (Philosophy) एक विषय के रूप में स्थापित हुआ जिसके अन्तर्गत आगमन (Induction) और निगमन (Deduction) विधियों को निष्कर्ष निकालने के लिए महत्वपूर्ण माना गया। इन विधियों की सबसे बड़ी कमजोरी यह है कि कभी कभी इससे निष्कर्ष नहीं निकाले जा सकते हैं या कभी कभी भ्रामक निष्कर्ष निकल जाते हैं।

वर्तमान में सभी विषयों के शोध कार्यों के लिए वैज्ञानिक शोध विधि (Scientific Methodology of Research) का प्रयोग किया जाता है। वैज्ञानिक शोध विधि में तर्क/कुतर्क की जगह प्रमाण/तथ्यों को महत्व दिया जाता है। इसके कुछ निश्चित चरण क्रमशः तय हैं। थोड़े बहुत परिवर्तन के साथ वैज्ञानिक शोधविधि का प्रयोग सभी विषयों में किया जाता है। उदाहरण के लिए कुछ विषयों में अंकात्मक तथ्य/समंक उपलब्ध होते हैं और कुछ विषयों में गुणात्मक तथ्य/समंक उपलब्ध होते हैं। उपलब्ध समंकों के अनुसार शोधकार्य करने के लिए अलग अलग सांख्यिकी विधियों को विकसित किया गया है। इतिहास या साहित्य के विषयों के लिए सामग्री विश्लेषण (Content Analysis) किया जाता है।

**सामाजिक विज्ञान** के शोधकार्यों का प्रमुख उद्देश्य मानव जीवन एवं मानव निर्मित संस्थानों के कार्य निष्पादन को उत्तरोत्तर बेहतर बनाना होना चाहिए। परन्तु प्रायः आपसी प्रतिद्वन्द्विता में बहुत से शोधकार्यों की परिणति मानव जगत के लिए विनाशकारक भी होती है। कभी कभी तत्कालिक लाभ के लिए दीर्घकालीन नुकसान भी हो जाता है। फिर भी मानव अपने विवेक से बिगड़ी बातों को सुधार सकता है।

### 1.1.2 शोध का अर्थ (Meaning of the Research):

साधारण अर्थों में शोध-कार्य को अगर अंग्रेजी के **Re-search** शब्द का हिन्दी अनुवाद के रूप में देखा जाए तो इसका अर्थ पुनः खोजना हुआ। इसका मतलब यह हुआ कि शोध कार्य की शुरुआत शून्य से नहीं होती है बल्कि पूर्व में ज्ञात तथ्यों से आगे कुछ नयी सम्भावनाओं की खोज की दिशा में आगे बढ़ा जाता है। हाँ यह जरूरी नहीं है कि हर शोध पूर्ण हो ही या नये तथ्य मिलें ही। परन्तु वैज्ञानिक पद्धति से किया गया कोई भी शोधकार्य बेकार नहीं जाता है। कम से कम इससे आगे शोध कार्य करने वालों को दिशानिर्देश तो मिलता ही है।

यानि कि पुनः खोज (**Re-search**) से यहाँ तात्पर्य हर बार अलग अलग तरीके से खोज करना है। इसी क्रम में सबसे अच्छे तरीके की भी खोज हो पाती है। शोध में किसी समस्या पर बार बार अध्ययन किया जाता है ताकि प्रमाणिक समाधान/निष्कर्ष प्राप्त हो सके।

यदि तकनीकी शब्दों में कहें तो शोध कार्य एक क्रमशः व्यवस्थित प्रक्रिया है जिसके अन्तर्गत परिकल्पना/प्रश्न निर्माण (**Hypothesis or Question Formulation**) से प्रारम्भ करके विभिन्न चरणों में परिकल्पना की जाँच/उत्तर निर्माण (**Testing Hypothesis or Answer to the Question**) के बाद निष्कर्ष तक पहुँचा जाता है।

संक्षेप में कहें तो शोध के अन्तर्गत पूर्व संचित ज्ञान का प्रयोग करते हुए ज्ञान के भंडार को और समृद्ध किया जाता है।

**1.1.3 शोध की परिभाषाएँ (Definitions of Reserch):** विभिन्न विद्वानों ने शोध की अलग अलग परिभाषा दी है। उनमें से कुछ प्रमुख परिभाषाएँ निम्नलिखित हैं—

**एडवांस्ड लर्नर डिविजनरी ऑफ करेंट इंगलिश** के अनुसार, “किसी भी ज्ञान की शाखा में नए तथ्यों की खोज के लिए सावधानीपूर्वक किए गए अन्वेषण अथवा जाँच पड़ताल को शोध की संज्ञा दी जाती है।” (**Research is a careful investigation or inquiry esp. through search for new facts in any branch of knowledge.**)

**रेडमैन एवं मोरी (Redman and Mory)** ने शोध का अर्थ स्पष्ट करते हुए लिखा है कि “नये ज्ञान प्राप्ति के व्यवस्थित प्रयास को हम शोध कहते हैं।” (**Sytematized effort to gain new knowledge, we call research**)

अमेरिकन समाजशास्त्री **अर्ल रॉबर्ट (Earl Robert)** के अनुसार, “किसी घटना का वर्णन, व्याख्या, अनुमान तथा नियंत्रण करने के लिए व्यवस्थित जाँच को शोध कहते हैं। (**Research is a systematic inquiry to describe, explain, predict and control the observed phenomenon**)

**फ्रेडरिक ऑस्ट्रिन ऑग (Fredric Austin Ogg)** ने ‘**Research in Humanistic and Social Science**’ में लिखा है कि “शोध में कामयाबी मिल भी सकती है और नहीं भी; यह जो कुछ पूर्व में जान लिया गया है उसमें वृद्धि कर भी सकती है और नहीं भी। यह पर्याप्त है कि इसका उद्देश्य नया ज्ञान प्राप्त करना अथवा कम से कम ज्ञान में नवीन प्रवाह अथवा परिवर्तन है।”

उपरोक्त परिभाषाओं के आधार पर कहा जा सकता है कि नये ज्ञान की खोज की दिशा में किया गया क्रमबद्ध एवं व्यवस्थित प्रयास शोध है। इसका अंतिम उद्देश्य नये सिद्धान्तों को बनाना तथा पुराने

सिद्धान्तों को परखना होता है। शोध वैज्ञानिक पद्धति पर आधारित होता है जिससे कि इसके निष्कर्ष विश्वसनीय एवं प्रमाणिक होते हैं।

#### 1.1.4 शोध का उद्देश्य (Objectives of Research):

शोध का मुख्य उद्देश्य अज्ञात तथ्यों/ज्ञान की खोज करना तथा ज्ञात तथ्यों की जाँच/पुष्टि करना है। कुछ लोग महज अपने शौक अथवा संतुष्टि के लिए शोध करते हैं परन्तु बहुत लोग विशेष उद्देश्यों की पूर्ति के लिए भी शोधकार्य करते हैं। मनुष्य एक संवेदनशील प्राणी है। इसके मस्तिष्क की कोई सीमा नहीं है। यह सृजनात्मक और विनाशात्मक दोनों तरह के कार्य कर सकता है। ऐसे तो हर शोधकार्य का अपना विशिष्ट उद्देश्य होता है परन्तु कुछ सामान्य उद्देश्य निम्नलिखित हैं—

(i). **ज्ञान/विज्ञान के रहस्यों को सुलझाना:** मनुष्य की जिज्ञासा हमेशा कुछ नया सीखने या करने की होती है। धीरे धीरे एक बच्चा भी अपने आस पास के वातावरण के बारे में जान जाता है। मनुष्यों की यही प्रवृत्ति इसे अन्य जीवों से श्रेष्ठ बनाती है। इसी जिज्ञासु प्रवृत्ति के कारण मनुष्य अंतरिक्ष एवं अन्य ग्रहों पर जीवन की सम्भावनाएँ तलाशता रहता है।

(ii). **किसी खास समस्या का समाधान खोजना:** व्यक्ति या संस्थानों के जीवन में जब कहीं कोई समस्या या रूकावट आती है तब उसका समाधान खोजने का प्रयास किया जाता है। वह या तो समाधान पा लेता है या रास्ता बदल लेता है।

(iii). **कारणों और परिणामों के बीच अन्तःसम्बंधों का अध्ययन करना:** जीवन के हर क्षेत्र में प्राकृतिक या सामाजिक घटनाओं के कुछ कारण और परिणाम निश्चत होते हैं। उनमें से कुछ ज्ञात और कुछ अज्ञात होते हैं। अतः उनका अध्ययन करना मानव जीवन के लिए अति आवश्यक है। कारणों को खेजकर उसके परिणामों को अपने हित में नियंत्रित करना मानव स्वभाव है।

(iv). **परिस्थितियों पर नियंत्रण करना:** मनुष्य हमेशा परिस्थितियों का दास बनने की बजाएँ उसका नियंता बनना चाहता है। मनुष्य हर तरह की चुनौतियों से पार पाना चाहता है। निरंतर शोध कार्य के द्वारा ही यह सम्भव है। उदाहरण के लिए किसी खास बीमारी को नियंत्रित करने के लिए टीका तैयार करना अथवा पकृतिक आपदाओं से सुरक्षित रहने लायक घर बनाने आदि के लिए निरंतर शोध होते रहते हैं।

(v). **भविष्य के लिए योजना बनाना:** मनुष्य भूत के अनुभव से भविष्य का अनुमान लगाने का प्रयास करता है। इसके लिए भी व्यवस्थित शोधकार्य होते रहते हैं। सामान्य शब्दों में कहा जाता है कि इतिहास अपने आप को दुहराता है। इसलिए इतिहास से सीख लेने के लिए ऐतिहासिक घटनाओं का अध्ययन/शोध किया जाता है। उदाहरण के लिए, अर्थव्यवस्था में समय समय पर मंदी और तेजी आती है जिसका अध्ययन करके इससे बचने का प्रयास किया जाता है।

#### 1.1.5 शोध का महत्व (Importance of Research):

हर सार्थक कार्य का अपना महत्व होता है। मानव सभ्यता के विकास में शोध एवं अनुसंधान का सबसे ज्यादा महत्व रहा है। शोध और अनुसंधान की प्रवृत्ति ही मनुष्यों को अन्य जीवों से श्रेष्ठ बनाता है। जीवन के हर क्षेत्र और हर विषय में शोध एवं अनुसंधान के द्वारा ही उत्कृष्टता आती है। शुद्ध विज्ञान, समाजिक विज्ञान, शिक्षा, चिकित्सा, साहित्य आदि सभी विषयों में शोध का महत्व है। शोध के प्रमुख महत्व निम्नलिखित हैं—

(i). **नये नये ज्ञान की खोज में सहायक:** शोध/अनुसंधान के द्वारा नये नये ज्ञान की खोज सम्भव होता है। शोध के द्वारा जीवन के हर क्षेत्र यथा विज्ञान, कला, साहित्य आदि विषयों में नये नये ज्ञान की खोज एवं पुराने ज्ञान की वैधता परखी जाती है। जिसके परिणामस्वरूप मानव प्रकृति में अपनी श्रेष्ठता सुनिश्चित करता है।

(ii). **तकनीकी विकास में सहायक:** मानव जीवन के विकास में सबसे बड़ी भूमिका तकनीकी की है और तकनीकी विकास में सबसे बड़ी भूमिका शोध/अनुसंधान की है। शोध एवं अनुसंधान के परिणामस्वरूप

समयानुकूल तकनीकी का उन्नयन होता है तथा तकनीकी उन्नयन के फलस्वरूप समाजिक, आर्थिक, राजनैतिक एवं धार्मिक व्यवस्थाएँ बदलती है।

(iii). **समस्याओं को हल करने में उपयोगी:** जीवन के हर क्षेत्र (सामाजिक, आर्थिक, राजनैतिक, प्राकृतिक, धार्मिक आदि) में बाधाएँ अथवा समस्याएँ आती रहती हैं। इनके समाधान के लिए शोध एवं अनुसंधान कार्यों की महत्वपूर्ण भूमिका होती है। उदाहरण के लिए दुनियाँ भर में बढ़ते पर्यावरण प्रदूषण की समस्या से निजात पाने के लिए प्लास्टिक एवं पेट्रोलियम पदार्थों के विकल्प तलाशे जा रहे हैं। इसी तरह बढ़ती जनसंख्या के पेट भरने के लिए फसलों की अधिक ऊपज देने वाली प्रजातियाँ तैयार की जा रही है।

(iv). **भविष्य की योजना बनाने में उपयोगी:** योजना बनाकर काम करना ही मानव को अन्य प्राणियों से श्रेष्ठ बनाती है। योजना बनाने के लिए शोध अथवा अध्ययन के द्वारा हर तरह के तथ्य एवं जानकारियाँ जुटायी जाती है। उदाहरण के लिए, विभिन्न शोध एवं अध्ययनों के निष्कर्षों में पाया गया है कि भारत में शिक्षित बेरोजगारी का प्रमुख कारण शिक्षित लोगों में कौशल का अभाव है। इसलिए भारत में शिक्षित बेरोजगारी की समस्या से निपटने के लिए वर्तमान नयी शिक्षा नीति 2020 में पढ़ाई के साथ साथ विद्यार्थियों में कौशल विकास को अनिवार्य किया गया है।

(v). **योजनाओं का मूल्यांकन करना:** जीवन के हर क्षेत्र में लागू की गयी योजनाओं एवं कार्यक्रमों की सफलता अथवा असफलता की जाँच करने के लिए भी शोध कार्य उपयोगी होते हैं। उदाहरण के लिए प्रदूषण नियंत्रण कार्यक्रमों के कारण प्रदूषण में कमी आयी अथवा नहीं इसका अध्ययन करने के लिए भी जगह जगह से प्रदूषण के आँकड़ें इकट्ठा करके उसका विश्लेषण किया जाता है।

(vi). **मानव जीवन स्तर में सुधार:** इस प्रकार से हम देखते हैं कि मानव जीवन को सहज, सरल और बेहतर बनाने के लिए तरह तरह के शोध कार्य किए जाते हैं। हालांकि कभी कभी शोध से अर्जित ज्ञान का दुरुपयोग (युद्ध में हथियारों का प्रयोग, नयी नयी बीमारियों की उत्पत्ति, तात्कालिक लाभ के लिए व्यवसाय में दुरुपयोग आदि) भी देखा जाता है परन्तु ये नुकसान शोध से प्राप्त ज्ञान के कारण नहीं बल्कि इसके दुरुपयोग के कारण होता है जिसके लिए मनुष्य की स्वार्थी प्रवृत्ति जिम्मेदार है

### 1.1.6 सारांश (Summary):

शोध का सामान्य अर्थ किसी विषय का गहन अध्ययन है। शोध के द्वारा अज्ञात ज्ञान की खोज तथा ज्ञात ज्ञान की पुष्टि की जाती है। प्रारम्भ में शोध के कई तरीके अपनाये जाते रहे हैं। मान्यता प्राप्त गुरु जैसे, कौटिल्य, सुकरात, पलेटो आदि अपने अनुभव से ज्ञान को प्रकट करते थे। बाद में शोध के लिए तर्कशास्त्र की आगमन और निगमन विधियों का प्रयोग होने लगा था। वर्तमान में शोध की वैज्ञानिक पद्धति का प्रयोग किया जाता है। शोध की वैज्ञानिक पद्धति तथ्यों/प्रमाण पर आधारित होती है। इस विधि में समकों के विश्लेषण के लिए विभिन्न सांख्यिकी विधियों का उपयोग किया जाता है। सांख्यिकी विधियाँ सम्भावता (Probability) के सिद्धान्तों पर आधारित होता है जो औसत रूप से सही होते हैं। विज्ञान की सीमाओं का प्रभाव वैज्ञानिक शोध के निष्कर्षों पर भी पड़ता है। वैज्ञानिक शोध विधि में भी कुछ त्रुटियाँ होने की सम्भावना रहती है लेकिन इन त्रुटियों की सीमाएँ ज्ञात की जा सकती है।

### 1.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. शोध से आप क्या समझते हैं?
2. शोध का अर्थ एवं परिभाषा लिखें।
3. शोध के उद्देश्य बताएँ।
4. शोध का महत्व बतायें।

### 1.1.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बैंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishes.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing research" Seventh Edition, Prentice-hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

Fred N. Kerlinger (2012), "Foundatuion of Behavioural Research" Second Edition, Surjeet Publication, Delhi-110007.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008) "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

R. Panneerselvam (2008). "Research Methodology" Prentice-Hall of India, new Delhi-110001.

## खण्ड (Section) –1

### इकाई (Unit)– 2: शोध के प्रकार (Types of Research):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 1.2.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 1.2.1 परिचय (Introduction):

##### 1.2.2 शोध के प्रकार (Types of Research):

1.2.2.(i). मौलिक शोध (Fundamental Research) बनाम व्यवहारिक शोध (Applied Research):

1.2.2.(ii). वर्णनात्मक शोध और विश्लेषणात्मक शोध (Descriptive Research and Analytical Research):

1.2.2.(iii). अंकात्मक शोध और गुणात्मक शोध (Quantitative Research and Qualitative Research):

1.2.2.(iv). प्रारम्भिक शोध (Explorative Research):

1.2.2.(v). प्रयोगसिद्ध या अनुभवसिद्ध तथा सैद्धान्तिक शोध (Emperical versus Theoretical Research):

1.2.2.(vi). आगमनात्मक और निगमनात्मक शोध (Inductive and Deductive Research):

1.2.2.(vii). सर्वेक्षण अध्ययन (Survey Study):

1.2.2.(viii). केस अध्ययन (Case Study):

##### 1.2.3 सरांश (Summary):

##### 1.2.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 1-2-5 पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Books/Bibliography):

1.2.0 उद्देश्य (Objectives): इस इकाई के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- शोध के विभिन्न प्रकारों के बारे में
- विभिन्न शोध पद्धतियों की विशेषताओं के बारे में
- विभिन्न शोध पद्धतियों की कमियों के बारे में

##### 1.2.1 परिचय (Introduction):

शोध की प्रकृति, उसके उद्देश्यों, उसमें प्रयुक्त समकों की विशेषताएँ एवं शोध में अपनायी गयी सांख्यिकी विधियों आदि के आधार पर शोध के कई प्रकार हैं। उदाहरण के लिए, कुछ लोग अपनी जिज्ञासा शांत करने के लिए अथवा अपना ज्ञान बढ़ाने के लिए शोध कार्य करते हैं तब इसे मौलिक (Fundamental) शोधकार्य कहते हैं। इसके विपरीत जब कुछ लोग किसी समस्या को हल करने के लिए शोधकार्य करते हैं तब इसे व्यवहारिक (Applied) शोधकार्य कहते हैं।



जब शोध के लिए संकलित समकों का सारांश प्रस्तुत किया जाता है तब इसे वर्णनात्मक (**Descriptive**) शोधकार्य कहते हैं। इसके विपरीत जब संकलित समकों का प्रयोग कारण और परिणाम के बीच सम्बंधों की व्याख्या करने के लिए करते हैं तब इसे विश्लेषणात्मक (**Explanatory**) शोधकार्य कहते हैं।

जब शोधकार्य में संख्यात्मक समकों का प्रयोग किया जाता है तब इसे गणनात्मक (**Quantitative**) शोध कहते हैं। इसके विपरीत जब शोधकार्य में गुणात्मक (**Qualitative**) समकों का प्रयोग किया जाता है तब इसे गुणात्मक शोध कहते हैं।

### 1.2.2 शोध के प्रकार (Types of Research):

शोध के कुछ सामान्य प्रकार हैं जिनका प्रयोग प्रत्येक विषय में समान रूप से किया जाता है। जिनमें से कुछ महत्वपूर्ण निम्नलिखित हैं –

#### 1.2.2.(i). मौलिक शोध (Fundamental Research) बनाम व्यावहारिक शोध (Applied Research):

जब शोधकर्ता बिना किसी उद्देश्य के आत्मसंतुष्टि अथवा अपने ज्ञान में वृद्धि के लिए शोधकार्य करता है तो उसे मौलिक शोध कहते हैं। उदाहरण के लिए कोई संगीतकार अपनी संतुष्टि/खुशी के लिए कोई धुन बनाता है तो इसे मौलिक कार्य मानते हैं। इसके विपरीत कुछ निश्चित उद्देश्यों के लिए किए गए शोध कार्यों को व्यावहारिक शोध कहते हैं। उदाहरण के लिए यदि कोई संगीतकार किसी कार्यक्रम के लिए संगीत की धुन बनाता है तो उसे व्यावहारिक कार्य माना जाता है।

1.2.2.(ii). वर्णनात्मक शोध और विश्लेषणात्मक शोध (**Descriptive Research and Analytical Research**): उपरोक्त वर्गीकरण सांख्यिकी विधियों के उपयोग के आधार पर किया जाता है। वर्णनात्मक अध्ययन के अन्तर्गत तथ्यों को संक्षेप में प्रस्तुत किया जाता है। इन अध्ययनों में क्या है? का उत्तर खोजा जाता है तथा समकों का संकलन (**Collection**), प्रस्तुतीकरण (**Presentation of Data**), केन्द्रीय मूल्यों एवं विचलनों की गणना (**Calculation of Central Tendency and Dispersion**) के साथ साथ सह सम्बंध गुणांक (**Correlation Coefficient**) आदि सांख्यिकी विधियों का प्रयोग किया जाता है। इन अध्ययनों में परिकल्पनाओं का निर्माण और जाँच अनिवार्य नहीं होता है। इसके अन्तर्गत शोध के प्रश्नों का उत्तर ढूँढने का प्रयास किया जाता है। यदि कोई परिकल्पनाओं का निर्माण और जाँच करना चाहे तो मना नहीं किया जा सकता है। उदाहरण के लिए यदि विद्यार्थियों के दो या दो से अधिक वर्गों में औसत प्राप्तांक के बीच सार्थक अंतर है या नहीं इसकी जाँच करने के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण और जाँच किया जा सकता है। परन्तु विभिन्न वर्गों के विद्यार्थियों के औसत प्राप्तांकों में अन्तर क्यों है? इसका उत्तर विश्लेषणात्मक अध्ययन के अन्तर्गत आयेगा।

विश्लेषणात्मक अध्ययनों में प्रायः क्यों है? का उत्तर खोजा जाता है यानि कारण और परिणाम के मध्य सम्बंध स्थापित किया जाता है। इसके लिए मुख्यतः प्रतीपगमन विश्लेषण (**Regression Analysis**) एवं कारक विश्लेषण (**Factor Analysis**) इत्यादि विधियों का प्रयोग किया जाता है।

1.2.2.(iii). अंकात्मक शोध और गुणात्मक शोध (**Quantitative Research and Qualitative Research**): उपरोक्त वर्गीकरण शोध में प्रयुक्त समकों के आधार पर किया जाता है। जिन शोधों में गणनात्मक समकों का प्रयोग होता है उसे गणनात्मक शोध तथा जिनमें गुणात्मक समकों का प्रयोग होता है उसे गुणात्मक शोध कहते हैं। समकों की प्रकृति में अन्तर के कारण इन दोनों शोधों में अलग अलग सांख्यिकी विधियों का प्रयोग होता है। उदाहरण के लिए जहाँ गणनात्मक शोधों में कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक की गणना की जाती है वहीं गुणात्मक शोधों में स्पीयरमैन के कोटि सह सम्बंध गुणांक या गुण सम्बंध गुणांक की गणना की जाती है। हालांकि सांख्यिकी में गुणात्मक समकों को अंकात्मक में बदलकर भी उपयोग किया जा सकता है।

1.2.2.(iv). **प्रारम्भिक/अन्वेषणात्मक शोध (Explorative Research):** इस तरह के शोधों में कोई निश्चित निष्कर्ष देने की बजाए कई दृष्टिकोणों से समस्या की जाँच पड़ताल की जाती है। इस तरह के शोधों से आगे निष्कर्षात्मक शोधों के लिए आधार मिलता है। उदाहरण के लिए प्रारम्भिक कई तरह की जाँच पड़तालों का उपयोग चिकित्सक किसी बीमारी का सटीक पहचान एवं इलाज करने के लिए करता है।

1.2.2.(v). **प्रयोगसिद्ध या अनुभवसिद्ध तथा सैद्धान्तिक शोध (Empirical versus Theoretical Research):** प्रयोगसिद्ध या अनुभवसिद्ध शोध में अवलोकित समकों का प्रयोग करके पूर्व प्रचलित सैद्धान्तिक मान्यताओं / परिकल्पनाओं की जाँच की जाती है। इसके विपरीत सैद्धान्तिक शोधों में पूर्व प्रचलित सिद्धान्तों को आधार मानकर शोध की परिकल्पनाओं का निर्माण किया जाता है। उदाहरण के लिए, कई जगहों पर खुदाई में मिल रहे अवशेषों के प्रयोगसिद्ध या अनुभवसिद्ध अध्ययन (Empirical Study) के आधार पर यह मिथक टूट रहा है कि “भरत में आर्य बाहर से आये थे”।

1.2.2.(vi). **आगमनात्मक और निगमनात्मक शोध (Inductive and Deductive Research):** ये दोनों विधियाँ तर्कशास्त्र का आधार हैं। आगमनात्मक शोध विधि में किसी विशेष घटना के अध्ययन के आधार पर एक सामान्य सिद्धान्त का विकास किया जाता है। उदाहरण के लिए भारतीय सैनिकों की शहादतों के आधार पर हम कहते हैं कि भारतीय सैनिकों में देश भक्ति की भावना प्रबल है। इसके विपरीत निगमनात्मक शोध विधि में सर्वमान्य या सिद्ध सिद्धान्तों के आधार पर किसी विशेष घटना का अध्ययन किया जाता है। उदाहरण के लिए, पुलिस किसी घटना में अपनाये गए तरीकों के आधार पर अपराधी को पहचानने की कोशिश करती है।

1.2.2.(vii). **सर्वेक्षण अध्ययन (Survey Study):**

1.2.2.(viii). **केस/वृत्त-अध्ययन (Case Study):**

1.2.3 **सारांश (Summary):** शोध-समस्या की प्रकृति, उद्देश्यों एवं परिस्थितियों के अनुसार शोध की अलग अलग विधियों का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए जब शोध का उद्देश्य केवल तथ्यों का वर्णन करना होता है तब वर्णनात्मक शोध विधि का प्रयोग किया जाता है। इसके विपरीत जब शोध का उद्देश्य तथ्यों का विश्लेषण करना होता है तब विश्लेषणात्मक शोध विधि का प्रयोग किया जाता है।

1.2.4 **अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):**

1. शोध की वर्णनात्मक एवं विश्लेषणात्मक विधियों में क्या अंतर है?
2. शोध की परिमाणात्मक एवं गुणात्मक विधियों में क्या अंतर है?
3. शोध की मौलिक एवं व्यवहारिक विधियों में क्या अंतर है?
4. शोध की सर्वेक्षण विधि का वर्णन करें।
  5. शोध की आगमन एवं निगमन विधियों का वर्णन करें।
  6. अनुभवसिद्ध और सैद्धान्तिक शोध विधि में क्या अंतर है?
- 7- वृत्त-अध्ययन विधि का वर्णन करें।

1.2.5 **पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Books/Bibliography):**

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). “सामाजिक शोध प्रविधि,” डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald, S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

Fred N. Kerlinger (2012), "Foundatuion of Behavioural Research" Second Edition, Surjeet Publication, Delhi-110007.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008) "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

R. Panneerselvam (2008). "Research Methodology" Prentice-Hall of India, new Delhi-110001.

## खण्ड (Section) –1

### इकाई (Unit)– 3

#### वैज्ञानिक शोध के विभिन्न चरण (Steps of the Scientific Research):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

#### 1.3.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 1.3.1 परिचय (Introduction):

#### 1.3.2 विज्ञान एवं वैज्ञानिक अध्ययन विधि की विशेषताएँ (Characteristics of Science and Scientific method):

#### 1.3.3 वैज्ञानिक शोध के विभिन्न चरण (Steps/Stages of the Scientific Research):

#### 1.3.4 सारांश (Summary):

#### 1.3.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

#### 1.3.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Books/Bibliography):

#### 1.3.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे–

- विज्ञान की विशेषताओं को।
- वैज्ञानिक शोध की विशेषताओं को।
- वैज्ञानिक शोध पद्धति के विभिन्न चरणों को।

#### 1.3.1 परिचय (Introduction):

आज के आधुनिक युग में ज्ञान, तकनीक एवं विकास का आधार विज्ञान है। सामान्य अर्थों में विज्ञान किसी भी विषय के बारे में विशेष एवं क्रमबद्ध/व्यवस्थित ज्ञान है। शोध की वैज्ञानिक पद्धति तथ्यों एवं प्रमाण पर आधारित एक क्रमशः व्यवस्थित अध्ययन पद्धति है जिसका उपयोग जीवन के हर क्षेत्र में है। वैज्ञानिक अध्ययन पद्धति की विशेषताओं को जानने के लिए विज्ञान एवं वैज्ञानिक विधि की विशेषताओं को जानना आवश्यक है।

#### 1.3.2 विज्ञान एवं वैज्ञानिक अध्ययन विधि की विशेषताएँ (Characteristics of Science and Scientific method):

विज्ञान एवं वैज्ञानिक अध्ययन विधि की विशेषताएँ निम्नलिखित हैं–

**(i). तार्किकता (Rationality):** विज्ञान की बातें तार्किक होती हैं। इसमें भावनाओं का महत्व नहीं होता है। उदाहरण के लिए, सूर्य के प्रकाश में गर्मी है। सड़क पर ट्रैफिक नियमों के पालन करने से दुर्घटनाएँ कम होती हैं। व्यायाम करना स्वास्थ्य के लिए लाभदायक है। इसके विपरीत समाज में कई प्रकार की

अवैज्ञानिक मान्यताएँ भी प्रचलित होती हैं जिसे साबित नहीं किया जा सकता है। इनमें से कुछ घार्मिक या अज्ञानतावश अस्तित्व में हैं। उदाहरण के लिए, अनपढ़ और गरीब परिवारों में लोग बीमारियों का इलाज कराने की जगह झाड़-फूक एवं तंत्र-मंत्र तथा पीर-मजार आदि के चक्कर में पड़कर जान गवाँ देते हैं।

**(ii). वस्तुपरकता (Objectivity):** वस्तुपरकता का तात्पर्य यह है कि विज्ञान की दृष्टि में कोई चीज सभी के लिए एक समान होती है। इसके विपरीत व्यक्तिपरकता में किसी चीज को अलग अलग व्यक्तियों द्वारा अलग अलग तरीके से देखा या महसूस किया जाता है। उदाहरण के लिए, गर्म वस्तु को सभी लोग गर्म महसूस करते हैं परन्तु किसी कविता का अर्थ अलग अलग लोग अलग अलग लगाते हैं।

**(iii). शुद्धता (Accuracy):** गणित विज्ञान की भाषा है। इसके प्रयोग से विज्ञान में शुद्धता का विशेष गुण पाया जाता है। उदाहरण के लिए, पदार्थ की विभिन्न अवस्थाओं को मापने के लिए माप तौल के मानक उपकरण निर्धारित किए गए हैं। इसके अलावा जोड़, घटाव, गुणा और भाग के साथ साथ गणित के विभिन्न सूत्रों में भी शुद्धता का गुण पाया जाता है। विज्ञान के द्वारा न केवल गणित की गणनाओं में बल्कि जीवन के हर क्षेत्र में शुद्धता को सुनिश्चित किया जाता है।

**(iv). तटस्थता (Neutrality):** विज्ञान किसी के पक्ष में झुकाव नहीं रखता है बल्कि यह सभी पक्षों के साथ तटस्थ होता है। विज्ञान गलत नहीं होता परन्तु कुछ लोग इसका गलत उपयोग कर सकते हैं। कहा जाता है कि विज्ञान इसके प्रयोगकर्ता के विवेक पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए परमाणु ऊर्जा से बिजली भी बनती है और महाविनाशक हथियार भी। इसी तरह से वैज्ञानिक विधि से किए गए शोधकार्यों से प्राप्त निष्कर्षों में भी तटस्थता का गुण सन्निहित होता है।

**(v). स्थायित्व/सुसंगतिता (Consistency):** विज्ञान में स्थायित्व अथवा सुसंगतिता का तात्पर्य इसके कथनों अथवा निष्कर्षों की स्थिरता से है। उदाहरण के लिए यदि,

$A > B$  तथा  $B > C$  है तब  $A > C$  भी होगा।

*(A is greater than B, and B is greater than C then A is greater than C also.)*

**(vi). प्रामाणिकता (Observability):** विज्ञान तथ्यों एवं प्रमाणों पर आधारित होता है। उदाहरण के लिए, पौधों को हरा भरा रहने और विकास करने के लिए जल की आवश्यकता होती है। यदि गमलों में लगे पौधों की बहुत दिनों तक सिंचाई नहीं किया जाता है तब वे सूख जाते हैं। इसी तरह से वैज्ञानिक विधि से किए गए शोधकार्य भी प्रामाणिक होते हैं।

**(vii). अनुमानिकता (Predictability):** विज्ञान में अध्ययनों के आधार पर भविष्य के बारे में सटीक अनुमान लगाया जा सकता है। बहुत से शोधकार्यों का उद्देश्य ही भविष्य के बारे में अनुमान लगाकर योजनाएँ एवं नीतियाँ बनाना होता है। ऐसे में वैज्ञानिक विधि का प्रयोग हर क्षेत्र में प्रचलित है।

**(viii). परीक्षणीयता (Testability):** विज्ञान महज शब्दों का जाल नहीं है बल्कि इसमें कही गयी बातों को जाँचा एवं परखा जाता है। वैज्ञानिक शोध विधि की सबसे महत्वपूर्ण विशेषता परिकल्पनाओं का परीक्षण है। इसके द्वारा शोध के प्रारम्भिक संकल्पनाओं की पुष्टि अथवा खंडन किया जाता है। उदाहरण के लिए, सामान्य परिस्थितियों में किसी वस्तु की कीमत बढ़ने पर उसकी माँग में कमी आती है इस बात को बाजार में वस्तु की कीमत और विक्री की मात्रा के समकों के विश्लेषण के आधार पर साबित किया जाता है।

**(ix). व्यापकता (Generality):** विज्ञान समय, स्थान एवं परिस्थितियों से परे सर्वव्यापी होता है। अर्थात् विज्ञान की बातें हर जगह समान रूप से लागू होती हैं। उदाहरण के लिए, ऑक्सीजन की अनुपस्थिति में आग नहीं जलती है। इसके आधार पर दुनियाँ भर में ऐसे अग्निशमन उपकरणों का प्रयोग किया जाता है जिसके द्वारा आग का सम्पर्क वातावरण के ऑक्सीजन से काटकर आग को बुझाया जाता है।

### 1.3.3 वैज्ञानिक शोध के विभिन्न चरण (Steps of the Scientific Research):

वैज्ञानिक शोध के विभिन्न चरण निम्नलिखित हैं—

(क). **शोध के विषय/समस्या का चुनाव (Topic/Problem of Research):** वैज्ञानिक शोध का प्रारम्भ शोध के लिए उपयुक्त समस्या के चुनाव से शुरू होता है। वैज्ञानिक शोध के लिए समस्या के चुनाव के दौरान शोधार्थी की रुचि, जिज्ञासा, शोध के उद्देश्य, विषय का महत्व, विषय से सम्बंधित साहित्य की उपलब्धता, शोध के लिए पर्याप्त तथ्यों/समकों की उपलब्धता आदि का ध्यान रखा जाता है। शोध के विषय का चुनाव करने में विशेषज्ञों की सलाह भी ली जाती है।

(ख). **शोध से सम्बंधित साहित्य का अवलोकन (Review of Literature):** शोध से सम्बंधित साहित्य का गहन अवलोकन एवं अध्ययन शोध के हर चरण के लिए उपयोगी होता है। शोध के लिए समस्या के चुनाव करने में, शोध के लिए प्ररचना/अभिरचना (Design) तैयार करने में, शोध के लिए तथ्यों/समकों के संकलन में, परिकल्पनाओं के निर्माण में तथा प्राप्त निष्कर्षों का विश्लेषण एवं विचार विमर्श करने के लिए भी शोध विषय से सम्बंधित साहित्यों का अध्ययन काफी उपयोगी होता है।

(ग). **शोध अभिकल्प/प्ररचना का निर्माण (Designing of Research):** वैज्ञानिक शोध कार्य में समस्या के चुनाव व निरूपण तथा उद्देश्यों को तय कर लेने के पश्चात शोध अभिकल्प/प्ररचना बनायी जाती है। इसका कार्य शोध को एक निश्चित दिशा प्रदान करना है। किसी भी वैज्ञानिक शोध को व्यवस्थित एवं चरणवद्ध तरीके से पूरा करने के लिए पूर्व में निर्धारित की गयी कार्य योजना की रूपरेखा को शोध की प्ररचना कहा जाता है। एक अच्छी शोध प्ररचना शोधार्थी के लिए मार्गदर्शक का काम करती है। इसके प्रयोग से शोधकार्य के दौरान अनावश्यक उलझनों से बचा जा सकता है तथा जरूरी बातें छूटती नहीं है।

इस चरण में शोध की प्रकृति के अनुसार शोध विधि, इसके लिए उपयुक्त चरों, उनसे सम्बंधित परिकल्पनाएँ अथवा शोध प्रश्नों को तैयार करने के साथ साथ शोध के समग्र, प्रतिचयन विधियों एवं उपयुक्त सांख्यिकी विधियों को स्पष्ट कर लेते हैं।

(घ). **आँकड़ों का संग्रह (Collection of Data):** शोध के इस चरण में शोध के लिए बनायी गयी कार्ययोजना/अभिकल्प के अनुसार शोध के लिए समकों/तथ्यों का संकलन करते हैं। इसके लिए आवश्यकतानुसार प्रतिदर्श का चुनाव, प्रतिदर्श के आकार का निर्धारण तथा उपयुक्त प्रतिचयन विधि को प्रयोग में लाया जाता है। अंत में समकों के संकलन के लिए उपयुक्त प्रविधि (अवलोकन, साक्षात्कार, सर्वेक्षण आदि) का प्रयोग करते हुए समकों का संकलन किया जाता है।

(ङ). **आँकड़ों का विश्लेषण (Analysis of Data):** इस चरण में संकलित समकों का विश्लेषण करके शोध का निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है। समकों के विश्लेषण के अंतर्गत समकों का प्रसंस्करण (Processing), वर्गीकरण (Classification), सारणीकरण (Tabulation), चित्रमय प्रदर्शन (Graphical Presentation), के अलावा उनसे विशिष्ट गणनाएँ की जाती है। विशिष्ट गणनाओं से प्राप्त गुणकों (Coefficients) का निवर्चन एवं उससे निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है।

(च). **प्रतिवेदन तैयार करना (Report Writing):** शोध के अंतिम चरण में प्रतिवेदन/दस्तावेज तैयार किया जाता है। इसमें शोध की प्रमुख बातों को विभिन्न अध्यायों में विभाजित कर लिखित दस्तावेज तैयार किया जाता है। जिसके अंत में शोध से प्राप्त तथ्यों के आधार पर सुझाव तथा शोध की सीमाओं आदि का उल्लेख किया जाता है। अंत में शोध में प्रयोग किए गए अन्य लेखकों/विद्वानों के विचारों एवं विषयों को स्वीकार करते हुए उनको उद्धरण के रूप में व्यवस्थित कर दिया जाता है। शोध विषय से सम्बंधित अन्य पुस्तकों का जिनका संदर्भ वर्तमान शोधकार्य में नहीं दिया गया है उनका विवरण संदर्भग्रंथ सूची में अलग से दिया जाता है।

### 1.3.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. वैज्ञानिक अध्ययन विधि की विशेषताएँ बताएँ।
2. वैज्ञानिक शोध के विभिन्न चरणों का वर्णन करें।

### 1.3.5 पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बैंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald, S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

Fred N. Kerlinger (2012), "Foundatuion of Behavioural Research" Second Edition, Surjeet Publication, Delhi-110007.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008) "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

R. Panneerselvam (2008). "Research Methodology" Prentice-Hall of India, new Delhi-110001.

## खण्ड (Section)–1

### इकाई (Unit)– 4: सामाजिक अनुसंधान; अर्थ, प्रकार एवं उपयोगिता (Meaning, Types and Importance of the Social Research):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

#### 1.4.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 1.4.1 परिचय (Introduction):

#### 1.4.2 सामाजिक अनुसंधान: अर्थ एवं परिभाषाएँ (Meaning of the Social Research):

#### 1.4.3 सामाजिक अनुसंधान के प्रकार (Types of Social Science Research):

#### 1.1.4 सामाजिक अनुसंधान की उपयोगिता या महत्व (Utility or Importance of Social Science Research):

#### 1.4.5 सारांश (Summary):

#### 1.4.6 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

#### 1.4.7 पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Books/Bibliography):

#### 1.4.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे–

- सामाजिक अनुसंधान का अर्थ।
- सामाजिक अनुसंधान का महत्व/उपयोगिता।
- सामाजिक अनुसंधान के प्रकार।

#### 1.4.1 परिचय (Introduction):

अंग्रेजी के रिसर्च का सामान्य अर्थ बार बार यानि लगातार खोज करना है। दूसरे शब्दों में कह सकते हैं कि एक बार अध्ययन/खोज के निष्कर्षों को अंतिम सत्य न मानकर बार बार उनकी पुष्टि अथवा सुधार करते रहना चाहिए। बार बार अध्ययन/शोध करने का तात्पर्य अलग अलग शोध विधियों के प्रयोग से भी है।

मनुष्य की प्रवृत्ति जिज्ञासु है। यह प्रकृति को समझने एवं अपनी समस्याओं के समाधान के लिए हमेशा प्रयासरत रहता है। मनुष्य एक सामाजिक प्राणी है। इसलिए सामाजिक व्यवस्था को सुदृढ़ करने के लिए तथा सामाजिक समस्याओं को दूर करने के लिए भी हमेशा तत्पर रहता है।

मानव सभ्यता के विकास में विज्ञान एवं शोधकार्यों की सबसे अधिक भूमिका रही है। यदि विज्ञान और शोध को मानव सभ्यता के विकास का आधार कहा जाए तो अतिशयोक्ति नहीं होगी। सच कहा जाए तो विज्ञान का आधार भी शोध एवं अनुसंधान ही है। विज्ञान हमें हर विषय में व्यवस्थित एवं क्रमबद्ध अध्ययन पद्धति प्रदान करता है। सामाजिक क्षेत्र के प्रश्नों के उत्तर खोजने के क्रमबद्ध एवं व्यवस्थित प्रयास को



सामाजिक शोध, सामाजिक अनुसंधान, सामाजिक अन्वेषण अथवा सामाजिक खोज आदि के नाम से जाना जाता है।

सामाजिक शोध का क्षेत्र मानव के सामाजिक (सामूहिक) जीवन की घटनाओं और समस्याओं तक सीमित है। इसमें व्यक्ति की व्यक्तिगत (शारीरिक और मानसिक) समस्याओं का भी अध्ययन नहीं किया जाता है। इसके अध्ययन के लिए **शरीरशास्त्र (Physiology)** और **मनोविज्ञान (Psychology)** जैसे अलग विषय हैं।

#### **1.4.2 सामाजिक अनुसंधान: अर्थ एवं परिभाषाएँ (Meaning and Definitions of the Social Research):**

सामाजिक व्यवस्था के उन्नयन तथा सामाजिक समस्याओं को सुलझाने के लिए जो अध्ययन किया जाता है उसको सामाजिक अनुसंधान कहते हैं। दूसरे शब्दों में, सामाजिक शोध एक वैज्ञानिक अध्ययन पद्धति है जिसका उपयोग सामाजिक घटनाओं के सम्बंध में नवीन ज्ञान अर्जित करने, तथा विद्यमान ज्ञान को परिष्कृत करने के लिए किया जाता है।

**सामाजिक अनुसंधान की परिभाषा (Definitions of Social Research):** विद्वानों ने सामाजिक अनुसंधान को निम्नलिखित रूप से परिभाषित किया है –

**पी. वी. यंग** के अनुसार, “सामाजिक शोध एक वैज्ञानिक योजना है जिसका उद्देश्य तार्किक और क्रमबद्ध पद्धतियों द्वारा नवीन तथ्यों का अन्वेषण अथवा पुराने तथ्यों की पुनःपरीक्षा तथा उनमें पाये जाने वाले अनुक्रमों, अंतःसम्बंधों, कारण सहित व्याख्याओं तथा उनको संचालित करने वाले स्वाभाविक नियमों का विश्लेषण करना है।”

**मोजर** के अनुसार, “सामाजिक घटनाओं व समस्याओं के सम्बंध में नवीन ज्ञान की प्राप्ति के लिए किए गए व्यवस्थित अनुसंधान को हम सामाजिक शोध कहते हैं।”

**बोगार्डस** के अनुसार, “एक साथ रहने वाले लोगों के जीवन में क्रियाशील अन्तर्निहित प्रक्रियाओं का अनुसंधान ही सामाजिक शोध है।”

**समाजशास्त्र के कोश में फिशर (1914)** ने कहा है कि, “सामाजिक शोध किसी सामाजिक घटना पर प्रयोग की जाने वाली एक व्यवहारिक कार्य प्रणाली है, जिसका उद्देश्य किसी समस्या का समाधान अथवा किसी प्राक्कल्पना (**Hypothesis**) का परीक्षण या नवीन तथ्यों की खोज या विभिन्न तथ्यों के बीच नवीन सम्बंधों की खोज करना है।”

#### **1.4.3 सामाजिक अनुसंधान के प्रकार (Types of Social Science Research):**

सामाजिक विज्ञान के विभिन्न विषयों की तरह ही सामाजिक अनुसंधान किया जाता है। यहाँ सामाजिक शोध से तात्पर्य समाजविज्ञान के विभिन्न विषयों के अन्तर्गत शोध कार्य से है। मनुष्य एक सामाजिक प्राणी है। मानव जीवन से सम्बंधित सभी बातें समाजविज्ञान के अन्तर्गत शामिल होती हैं।

शोध की वैज्ञानिक अध्ययन पद्धति हर विषय के शोध अथवा अनुसंधान के लिए प्रयोग में लायी जाती है। वैज्ञानिक पद्धति तथ्यों एवं प्रमाण पर आधारित होती है तथा इसमें एक निश्चित क्रमवद्ध एवं व्यवस्थित प्रक्रिया अपनायी जाती है।

अलग अलग विषयों की प्रकृति के अनुसार इसमें थोड़ा बहुत परिवर्तन किया जाता है। उदाहरण के लिए अर्थशास्त्र विषय में संख्यात्मक समकों का ज्यादा प्रयोग होता है इसलिए अर्थशास्त्र विषय में शोध कार्य के लिए अर्थमिति (**Econometrics**) को अलग से एक विषय के रूप में विकसित किया गया है। मनोविज्ञान और शिक्षाशास्त्र में प्रयोगात्मक शोध अथवा अनुसंधान को महत्व दिया जाता है। इसी तरह समाजशास्त्र में शोध कार्य के लिए समाजमिति (**Sociometrics**) का विकास किया गया है। समाज

विज्ञान के विभिन्न विषयों के शोध कार्यों में केवल समकों की प्रकृति (Nature of Data) का ही अंतर होता है।

हर विषय के शोध का मुख्य लक्ष्य वैज्ञानिक पद्धति द्वारा प्रश्नों के उत्तर खोजना होता है। सामाजिक शोध के उद्देश्य, प्रकृति एवं अपनायी गयी शोधविधियों के आधार पर निम्नलिखित भेद पाये जाते हैं—

शोध की प्रकृति के आधार पर सामाजिक शोध के तीन प्रकार हैं—

**(i). मौलिक सामाजिक शोध (Fundamental Social Research):** इस तरह के सामाजिक शोधों में सामाजिक जीवन व घटनाओं के सम्बंध में मौलिक सिद्धांतों व नियमों से सम्बंधित शोधकार्य किए जाते हैं। इन अनुसंधानों का उद्देश्य नये ज्ञान की खोज एवं स्थापित ज्ञान की वृद्धि करना होता है। समय के साथ साथ जीवन मूल्य एवं मान्यताएँ बदलती रहती है जिसके चलते सिद्धान्तों को भी संशोधित किया जाता रहता है। उदाहरण के लिए विभिन्न अर्थशास्त्रियों (मार्शल, हिक्स, सैमुयल्सन आदि) ने उपभोक्ताओं के व्यवहार का अध्ययन करके माँग के नियम अथवा सिद्धान्त की खोज किया था।

**(ii). व्याहारिक शोध (Applied Social Research):** व्याहारिक शोधकार्यों के द्वारा सैद्धान्तिक शोधों से प्राप्त ज्ञान का मानव जीवन को परिष्कृत करने के लिए उपयोग किया जाता है। व्याहारिक शोध का सम्बंध मानव जीवन के व्याहारिक पक्षों से होता है जिसका उपयोग मानव जीवन की समस्याओं को हल करने के लिए किया जाता है। उदाहरण के लिए माँग के सिद्धान्त के अनुसार जब कोई वस्तु सस्ती होती है तो उपभोक्ता या व्यापारी उसे खरीदकर रख लेते हैं जिससे वे भविष्य में कीमत वृद्धि की समस्या से बच जाते हैं। अर्थात् उपभोक्ता एवं व्यापारी माँग के नियम अथवा सिद्धान्त के अनुसार व्यवहार करते हैं।

**(iii). क्रियात्मक सामाजिक शोध (Functional Social Research):** जब सामाजिक शोध के निष्कर्षों का प्रयोग भविष्य की योजनाएँ, नीतियाँ एवं कार्यक्रम बनाने के लिए किया जाता है तब ऐसे शोधों को क्रियात्मक सामाजिक शोध कहते हैं। उदाहरण के लिए भारत में समय समय पर शिक्षा आयोग अध्ययन करके अपनी संस्तुतियाँ देता है जिसके आधार पर पुरानी शिक्षा व्यवस्था में बदलाव किया जाता है।

#### 1.4.4 सामाजिक अनुसंधान की उपयोगिता या महत्व (Utility or Importance of Social Science Research):

प्राचीन काल में सामाजिक जीवन अत्यन्त सरल था परन्तु आधुनिक काल में विज्ञान और तकनीकी के बढ़ते हस्तक्षेप के कारण यह दिन प्रतिदिन जटिल होते जा रहा है। उदाहरण के लिए, प्राचीन काल में मनुष्य जंगलों में रहता था। भोजन और सुरक्षा के अलावा उसको कोई चिंता नहीं थी। परिवार, रिश्तेदार, धन—सम्पत्ति, पढ़ाई, रोजगार आदि की कोई अवधारणा विकसित नहीं हुयी थी। कालांतर में धीरे धीरे मानव सभ्यता का विकास हुआ और मनुष्यों ने अपने हित के लिए कई संस्थाएँ (परिवार, रिश्तेदार, स्कूल, अस्पताल, कारखाने, सेना, पुलिस, मनोरंजन के साधन आदि) बनायी। आज के आधुनिक युग में समाज की बनावट और मूल्य तेजी से बदल रहे हैं। ऐसे में इन बदलती परिस्थितियों का आकलन, मूल्यांकन और अनुमान लगाने के लिए सामाजिक शोध का महत्व भी बढ़ गया है। सामाजिक शोध आज के समय में दैनिक जीवन का अंग बन गया है। सामाजिक शोध की उपयोगिता और महत्व निम्नलिखित बिन्दुओं से स्पष्ट होता है—

**(a). समाज के लिए हानिकारक तत्वों की पहचान:** सामाजिक शोधों के द्वारा समाज में प्रचलित अंधविश्वासों, रूढ़ियों एवं कुरीतियों को पहचानकर दूर करने में सहायता मिलती है।

**(b). ज्ञान के विकास में सहायक:** सामाजिक शोधों के द्वारा समाज के ज्ञान में निरंतर वृद्धि होती है। जिसका लाभ समाज के सभी वर्गों को मिलता है।

(c). **समाज के वैज्ञानिक अध्ययन में सहायक:** सामाजिक शोध समाज के विभिन्न जटिल पहलुओं का वैज्ञानिक अध्ययन करता है। जिसके निष्कर्षों को सभी लोग मानते हैं। इसके आधार पर नीतियाँ और कार्यक्रम बनाये जाते हैं।

(d). **सामाजिक घटनाओं की भविष्यवाणी करने में सहायक:** वैज्ञानिक पद्धति पर आधारित सामाजिक शोधों के द्वारा भविष्य के सामाजिक बदलावों के बारे में पूर्वानुमान लगाया जाता है। इसके चलते अवांछित बदलावों को नियंत्रित या सीमित किया जा सकता है तथा वांछित बदलावों को प्रोत्साहित किया जा सकता है।

(e). **सामाजिक असमानता को दूर करने में सहायक:** भारत जैसे देश में आर्थिक असमानता और वर्ग भेद को जानने समझने और उनको दूर करने के उपाय सुझाने में भी सामाजिक शोधों की महत्वपूर्ण भूमिका है।

**1.4.5 सारांश (Summary):** मनुष्य एक सामाजिक प्राणी है। मानव जीवन को सुचारु रूप से चलाने और इसकी गुणवत्ता में उत्तरोत्तर सुधार के लिए व्यवस्थित प्रयास किए जाते हैं। इसके लिए शिक्षा, चिकित्सा, रोजगार, व्यापार, सुरक्षा आदि की व्यवस्था की जाती है। व्यक्ति, समाज और सरकार इसकी महत्वपूर्ण कड़ियाँ हैं। मानव जीवन के हर क्षेत्र में समस्याएँ भी उत्पन्न होती हैं। इन समस्याओं का हल और प्रगति के नये आयाम खोजने के लिए सामाजिक अनुसंधान कार्य किए जाते हैं। सामाजिक शोध कार्यों के लिए भी वैज्ञानिक शोध विधि का प्रयोग किया जाता है।

#### 1.4.6 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. सामाजिक शोध से आप क्या समझते हैं?
2. सामाजिक शोध को परिभाषित करें।
3. सामाजिक शोध की उपयोगिता बताएँ।
4. सामाजिक शोध के विभिन्न प्रकारों का वर्णन करें।

#### 1.4.7 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Useful Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald, S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008) "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)–1

### इकाई (Unit)– 5

#### समाजिक विज्ञान और शुद्ध विज्ञान के शोध में अन्तर (Differences Between Research of Social Science and Pure Science):

##### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 1.5.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 1.5.1 परिचय (Introduction):

##### 1.5.2 समाजिक विज्ञान और शुद्ध विज्ञान के शोध में अन्तर (Differences Between Research of Social Science and Pure Science):

##### 1.5.3 सारांश (Summary):

##### 1.5.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 1.5.5 पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Books/Bibliography):

##### 1.5.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे–

- शुद्ध विज्ञान विषय के शोध की विशेषताओं को।
- समाजिक विज्ञान विषय के शोध की विशेषताओं को।

##### 1.5.1 परिचय (Introduction):

शुद्ध विज्ञान (Pure Science) के अंतर्गत भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान, जीव विज्ञान, अंतरिक्ष विज्ञान इत्यादि विषय शामिल होते हैं। इन विषयों में व्यवस्थित प्रयोगशालाओं में शोधकार्य (Experiment) किए जाते हैं। इसके विरुद्ध सामाजिक विज्ञान के अंतर्गत अर्थशास्त्र, राजनीतिशास्त्र, समाजशास्त्र, प्रबंधन शास्त्र, वाणिज्य, समाजशास्त्र, मनोविज्ञान आदि विषय शामिल होते हैं। इन विषयों में शोधकार्य (Field Work) विभिन्न परिस्थितियों में तथा विभिन्न क्षेत्रों (Field) में किया जाता है। वहीं साहित्य के विषयों में शोधकार्य के लिए सामग्री विश्लेषण (Content Analysis) विधि अपनायी जाती है।

सामाजिक विज्ञान और शुद्ध विज्ञान के विषय-वस्तुओं (Subject Matters) में अन्तर होने के कारण इनमें प्रयुक्त शोध विधियों में भी काफी अन्तर होता है। शुद्ध विज्ञान में प्रायः निर्जीव वस्तुओं (Objects) के गुण-धर्म का अध्ययन किया जाता है जबकि सामाजिक विज्ञान में मानव एवं मानव निर्मित संस्थाओं के व्यवहार का अध्ययन किया जाता है। इन दोनों शोध विधियों में निम्नलिखित अन्तर होते हैं –

## 1.5.2 समाजिक विज्ञान और शुद्ध विज्ञान के शोध में अन्तर (Differences Between Research of Social Science and Pure Science):

समाजिक विज्ञान और शुद्ध विज्ञान के शोध में निम्नलिखित अन्तर पाये जाते हैं—

अन्तर का आधार	शुद्ध विज्ञान	समाजिक विज्ञान
शोध की प्रकृति (Nature)	शुद्ध विज्ञान की शोध की प्रकृति वस्तुगत होती है। अर्थात् इसके शोधकार्यों में व्यक्तिगत निर्णय का प्रभाव नहीं रहता है। उदाहरण के लिए, बहु-विकल्पीय वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के उत्तर दिए गए विकल्पों में से कोई एक ही होता है। परीक्षार्थी सही उत्तर के लिए पूरा अंक पा सकता है या गलत उत्तर के लिए शून्य। वस्तुगतता (Objectivity) का दूसरा पहलू तार्किकता (Rationality) है। विज्ञान की व्याख्याएँ तर्क पर आधारित होती हैं।	सामाजिक विज्ञान की शोध की प्रकृति व्यक्तिगत (Subjective) होती है। अर्थात् इसके शोधकार्यों में व्यक्तिगत निर्णय का प्रभाव रहता है। उदाहरण के लिए, वर्णनात्मक प्रश्नों के उत्तर को भिन्न भिन्न परीक्षकों द्वारा जाँचने पर अलग अलग अंक दिए जा सकते हैं। सामाजिक विज्ञान के विषयों में तर्क की जगह व्यक्तिगत और सामाजिक मूल्यों को स्थान दिया जाता है।
शोध का स्वरूप (Format)	शुद्ध विज्ञान के विषयों में शोधकार्य प्रयोगशालाओं (Laboratory) में तथा परिष्कृत वैज्ञानिक उपकरणों के साथ किया जाता है।	समाजिक विषयों में शोधकार्य क्षेत्र (Field) में किया जाता है। सामाजिक विज्ञान के शोधकार्यों के लिए समाज के विभिन्न वर्गों से सूचनाएँ एकत्र की जाती हैं। इसके लिए शोधकर्ता को समाज के विभिन्न क्षेत्रों में जाना पड़ता है।
नियंत्रण (Control)	शुद्ध विज्ञान के शोधकार्य को नियंत्रित परिस्थितियों में किया जा सकता है। उदाहरण के लिए प्रयोगशालाओं में तापमान एवं आर्द्रता आदि को नियंत्रित किया जा सकता है।	समाजिक विज्ञान के शोधकार्य अनियंत्रित परिस्थितियों में किया जाता है। जबकि खुले वातावरण के तापमान और आर्द्रता को नियंत्रित नहीं किया जा सकता है।
मान्यताएँ (Assumptions)	शुद्ध विज्ञान के शोधकार्य अपेक्षाकृत कम मान्यताओं पर आधारित होते हैं। मान्यताओं की कम सीमाओं के कारण शोध के निष्कर्षों की व्यापकता अधिक होती है। उदाहरण के लिए, सामान्य दबाव तथा ताप पर गैसों का एक निश्चित व्यवहार का होना।	समाजिक विज्ञान के शोधकार्य अपेक्षाकृत अधिक मान्यताओं पर आधारित होते हैं। मान्यताओं की विस्तृत सीमाओं के कारण शोध के निष्कर्षों की व्यापकता अधिक होती है। उदाहरण के लिए, अलग अलग समाजों में अलग अलग परम्पराओं का पालन किया जाना।
दुहराव (Repeatation)	शुद्ध विज्ञान के शोधकार्यों को एक निश्चित परिवेश में बार बार दुहराया जा सकता है। ऐसा इसलिए सम्भव हो पाता है क्योंकि विज्ञान के शोधकार्य प्रयोगशालाओं में किये जाते हैं। जिसके अंतर्गत परिस्थितियों को एक तरह से नियंत्रित किया जा सकता है।	समाजिक विज्ञान कि शोधकार्यों को दुहराने के लिए परिवेश को स्थिर/निश्चित नहीं किया जा सकता है। क्योंकि सामाजिक विज्ञान के प्रयोग समाज में खुले एवं सतत परिवर्तनशील वातावरण में किया जाता है। जिसको नियंत्रित नहीं किया जा सकता है।
शुद्धता (Accuracy)	शुद्ध विज्ञान के शोधकार्यों में काफी	समाजिक विज्ञान के शोधकार्यों में

का अंश	शुद्धता पायी जाती है। ऐसा इसलिए सम्भव हो पाता है क्योंकि विज्ञान के शोधकार्यों में उन्नत उपकरणों का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए मरीजों के खून की जाँच काफी उन्नत उपकरणों के द्वारा किया जाता है।	अपेक्षाकृत कम शुद्धता पायी जाती है। ऐसा इसलिए होता है क्योंकि सामाजिक विज्ञान के शोधकार्यों में सांख्यिकी के विधियों का प्रयोग किया जाता है जिसमें हर स्तर पर कुछ त्रुटियों की सम्भावना बनी रहती है। उदाहरण के लिए बहुत से सूचनादाता गलत सूचनाएँ उपलब्ध करा देते हैं।
निष्कर्षों का सामान्यीकरण (Generalisation)	शुद्ध विज्ञान के शोधकार्यों के निष्कर्षों का सामान्यीकरण (Generalization) किया जा सकता है। अर्थात् विज्ञान के शोधकार्यों के निष्कर्ष हर जगह और हर समय लागू होते हैं। उदाहरण के लिए, लौह अयस्क को शुद्ध करने की विधि ज्ञात हो जाने पर उसका उपयोग हर जगह किया जा सकता है।	सामाजिक विज्ञान के शोधकार्यों के निष्कर्षों का सामान्यीकरण (Generalization) नहीं किया जा सकता है। जबकि सामाजिक विज्ञान के शोधकार्यों के निष्कर्ष सीमित क्षेत्रों और समय तक ही लागू होते हैं। इसीलिए सामाजिक विज्ञान के सिद्धान्त बार बार संशोधित किए जाते हैं।

**1.5.3 सारांश (Summary):** सामाजिक विज्ञान और शुद्ध विज्ञान के विषयों की प्रकृति में भेद होने के कारण इनकी शोध विधियों में भी काफी अन्तर होता है। हालांकि सामाजिक विज्ञान के विषयों में भी शोध की वैज्ञानिक विधि का प्रयोग किया जाता है। विज्ञान के विषयों में प्रायः निर्जीव वस्तुओं का अध्ययन किया जाता है जबकि सामाजिक विज्ञान के विषयों में मनुष्य एवं मनुष्यों द्वारा निर्मित संस्थाओं के बारे में अध्ययन किया जाता है। जाहिर सी बात है कि विज्ञान विषय के शोध के निष्कर्षों में अपेक्षाकृत अधिक शुद्धता पायी जाती है।

#### 1.5.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. सामाजिक शोध की विशेषताओं का उल्लेख करें।
2. शुद्ध विज्ञान के शोध की विशेषताओं का उल्लेख करें।
3. सामाजिक शोध और वैज्ञानिक शोध में क्या अंतर है?

#### 1.5.4 पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बैंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008) “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). “Scientific Social Survey and Research” Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). “Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners”, Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.



## खण्ड (Section)–2

### इकाई (Unit)– 1

#### शोध समस्या का अर्थ, एवं चुनाव (Meaning and Selection of the research Problem):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

#### 2.1.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 2.1.1 परिचय (Introduction):

#### 2.1.2 शोध समस्याओं के प्रकार (Types of research problems):

#### 2.1.3 शोध समस्या के चुनाव की कसौटी (Criteria):

#### 2.1.4 शोध समस्या की विशेषताएँ (Characteristics of Research Topic/Problem):

#### 2.1.5 शोध समस्याओं के प्रमुख स्रोत (Sources of Research problems):

#### 2.1.6 सारांश (Summary):

#### 2.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

#### 2.1.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

#### 2.1.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे–

- शोध समस्या या विषय के महत्व को।
- शोध समस्या की विशेषताओं को।
- शोध समस्या के चुनाव की प्रक्रिया को।
- शोध समस्याओं के प्रकार को।

#### 2.1.1 परिचय (Introduction):

शोध की समस्या को शोध का विषय (Topic of research) या शोध का शीर्षक (Title of the Research) भी कहते हैं। शोध का शीर्षक सटीक, संक्षिप्त, प्रभावी और शोध कार्य को प्रतिबिंबित करने वाला होना चाहिए। शोध की समस्या का चुनाव करने के बाद ही शोधकार्य की रूपरेखा तैयार की जाती है। शोध की समस्या का चुनाव शोधार्थी के अध्ययन, चिंतन/मनन एवं कल्पनाशीलता, आदि के स्तर पर निर्भर करता है। शोध की समस्या के चुनाव में विशेषज्ञों/शोध निर्देशकों से सलाह भी ली जाती है।

शोध कार्य का विचार किसी प्रश्न या समस्या से ही उत्पन्न होता है। शोधार्थी के मन में जिज्ञासा होती है जिसे शांत करने के लिए वह विषय का गहन अध्ययन करता है। अध्ययन की शुरुआत शोध के विषय अथवा शोध की समस्या के सटीक चुनाव से होती है। शोध की समस्या और शोध के प्रश्न में अन्तर है। शोध की समस्या अथवा विषय का चुनाव शोध के प्रारम्भ में किया जाता है जबकि शोध के प्रश्नों का

निर्माण शोध के उद्देश्यों को पूरा करने के लिए किया जाता है। शोध के अंत में तथ्यों के विश्लेषण के उपरान्त शोध प्रश्नों के उत्तर प्राप्त किए जाते हैं।

शोधार्थी या तो किसी प्रश्न का उत्तर जानना चाहता है, किसी समस्या का समाधान करना चाहता है अथवा किसी स्थापित मान्यता को चुनौति देना चाहता है। हालांकि सभी प्रश्नों को शोध प्रश्न अथवा शोध समस्या नहीं बनाया जा सकता है। कोई प्रश्न या समस्या शोध के लायक है या नहीं इसको स्पष्ट करने के लिए शोधार्थी को विषय वस्तु एवं शोध विधियों की जानकारी होनी चाहिए।

यदि शोध के लिए उपयुक्त समस्या का चुनाव कर लिया जाए और उसके स्वरूप और प्रकृति को स्पष्ट कर लिया जाए तो शोधकार्य आसान हो जाता है। शोध के क्षेत्र में यहाँ तक कहा जाता है कि "सुप्रस्तुत समस्या का आधा समाधान पहले ही हो जाता है" (A problem well put is half solved).

### 2.1.2. शोध समस्याओं के प्रकार (Types of research problems):

सामाजिक विज्ञान में अनुसंधान के लिए प्रयुक्त समस्याओं को निम्नलिखित श्रेणियों में विभाजित किया जाता है—

**(i). दार्शनिक समस्याएँ (Philosophical Problems):** इस तरह की समस्याएँ वैचारिक पृष्ठभूमि की होती हैं। उदाहरण के लिए दीनदयाल उपाध्याय जी का आर्थिक दर्शन, स्वामी विवेकानन्द जी का आध्यात्मिक दर्शन आदि।

**(ii). ऐतिहासिक समस्याएँ (Historical Problems):** इस तरह की समस्याओं के अन्तर्गत किसी विशेष अवधि या काल खण्ड में विभिन्न पहलुओं का अध्ययन किया जाता है। उदाहरण के लिए, ब्रिटिश शासन में भारत के आर्थिक शोषण का अध्ययन अथवा भारतीय अर्थव्यवस्था पर देश विभाजन के प्रभावों का अध्ययन इत्यादि।

**(iii). सर्वेक्षण प्रकार की समस्याएँ (Survey-type Problems):** इसके अन्तर्गत किसी क्षेत्र, वर्ग अथवा समाज में किसी विशेष गुण अथवा प्रवृत्ति को जानने के लिए सर्वेक्षण किया जाता है। चुनावों में विभिन्न राजनीतिक पार्टियों के प्रति मतदाताओं का झुकाव जानने के लिए सर्वेक्षण किया जाता है अथवा देश में रोजगार की स्थिति का अध्ययन करने के लिए सरकारी संस्थाएँ बड़े पैमाने पर सर्वेक्षण कराती हैं।

**(iv). सैद्धान्तिक समस्याएँ (Theoretical Problems):** इस तरह की समस्याओं में नये सिद्धान्तों की खोज और पुराने सिद्धान्तों की वैधता की जाँच की जाती है। उदाहरण के लिए, विभिन्न परिस्थितियों में माँग के नियम की जाँच करना।

**(v). व्यवहारिक समस्याएँ (Practical Problems):** इस तरह की समस्याओं के अन्तर्गत जीवन के व्यवहारिक पहलुओं एवं समस्याओं का अध्ययन किया जाता है तथा समस्याओं का समाधान खोजा जाता है। उदाहरण के लिए, मुद्रास्फीति के कारणों को खोजकर उसका समाधान किया जाना अथवा किसी क्षेत्र में उग्रवाद के कारणों को खोजकर उसपर नियंत्रण करना इत्यादि।

**(vi). सह-सम्बंधात्मक समस्याएँ (Correlational Problems):** इस तरह की समस्याओं में दो या दो से अधिक चरों के बीच आपस में सम्बंधों की जाँच की जाती है। उदाहरण के लिए, किसी क्षेत्र में गरीबी और उग्रवाद के बीच सम्बंधों की जाँच की जा सकती है। इसी तरह से मुद्रास्फीति और बेरोजगारी के बीच सम्बंधों की जाँच की जा सकती है।

**(vii). प्रायोगिक समस्याएँ (Experimental Problems):** इस तरह की समस्याओं का चुनाव प्रायः शुद्ध विज्ञान के क्षेत्र में किया जाता है परन्तु सामाजिक विज्ञान के विषयों में भी इसका प्रयोग किया जाता है। खासकर मनोविज्ञान और शिक्षाशास्त्र आदि विषयों में इसका प्रयोग किया जाता है। प्रयोगों (Experiments) की प्रमुख विशेषता इसके वातावरण को नियंत्रित किया जाना है जबकि क्षेत्र-कार्य (Field Work) में अध्ययन के वातावरण को नियंत्रित नहीं किया जा सकता है। इस तरह की समस्याओं में कारण और परिणाम का अध्ययन किया जाता है।

### 2.1.3 शोध समस्या के चुनाव की कसौटियाँ (Criteria):

शोध समस्या के चुनाव से पूर्व शोधकर्ता को निम्नलिखित बिन्दुओं पर विचार कर लेना चाहिए—

- (i). क्या शोध समस्या शोधकर्ता की रुचि का विषय है?
- (ii). क्या शोध कार्य के परिणामों से उसके स्वयं के ज्ञान, यश, अथवा कोई अन्य लाभ हो सकता है?
- (iii). क्या शोध कार्य के लिए जरूरी तथ्य/समंक उपलब्ध हो सकेंगे?
- (iv). क्या समस्या के अध्ययन के लिए उपयुक्त शोध विधि ज्ञात है?
- (v). क्या शोध कार्य का परिणाम समाज के लिए उपयोगी होंगे?
- (vi). क्या इस तरह की समस्या पर पूर्व में शोध कार्य हुए हैं। यदि हाँ तो उसकी शोध विधि और परिणाम/निष्कर्ष क्या थे?

नोट: पूर्व में जिस समस्या पर शोध कार्य हो चुके हैं उसी समस्या पर अलग क्षेत्र और समयावधि के लिए पुनः शोध किया जा सकता है।

एक ही समस्या पर नई शोध विधि से पुनः शोध कार्य किया जा सकता है। शोध और अनुसंधान का अंग्रेजी अनुवाद (Research) होता है। यानि बार बार नये तरीके से खोज या अनुसंधान करना है।

### 2.1.4 शोध समस्या की विशेषताएँ (Characteristics of Research Topic/Problem):

शोध समस्या अथवा शीर्षक में निम्नलिखित विशेषताएँ होनी चाहिए—

- (i). शोध का शीर्षक विशिष्ट होना चाहिए अर्थात् किसी दूसरे शोध कार्य के शीर्षक की नकल नहीं होनी चाहिए।
- (ii). शोध का शीर्षक आकर्षक होना चाहिए अर्थात् शोध का शीर्षक ऐसा होना चाहिए जो लोगों का ध्यान खींच सके।
- (iii). शोध का शीर्षक संक्षिप्त होना चाहिए। सामान्यतः शोध का शीर्षक एक या दो पंक्ति का ही होना चाहिए।
- (iv). शोध का शीर्षक वस्तुनिष्ठ होना चाहिए। इसका मतलब है कि सभी लोग शोध के शीर्षक का एक सामान्य अर्थ ही निकालें।
- (v). शोध का शीर्षक पूर्ण होना चाहिए। अर्थात् शोध के शीर्षक में शोध की विषयवस्तु, कार्यक्षेत्र एवं समयावधि का उल्लेख होना चाहिए।

नोट: शोध के शीर्षक में शामिल पारिभाषिक शब्दों को अलग से स्पष्ट कर देना चाहिए। प्रायः उन्हें कुंजी शब्द (Key Word) के रूप में भी जाना जाता है।

शोध के शीर्षक को अंतिम रूप देने से पहले कई बार सुधार/रफ-वर्क कर लेना चाहिए।

शोध के शीर्षक को अंतिम रूप देने की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

मान लिया कि कोई शोधार्थी अर्थशास्त्र विषय में शोध कार्य करना चाहता है। इसके लिए वह सबसे पहले अर्थशास्त्र के विस्तृत क्षेत्र में से कोई निश्चित क्षेत्र का चुनाव करता है।

मान लिया कि वह गरीबी पर शोध करना चाहता है। जिसमें वह गरीबी के कारणों की पहचान करना चाहता है। उसके मन में यह भी धारणा है कि समाज के विभिन्न वर्गों में गरीबी के अलग अलग कारण हैं।

इसके बाद वह एक सीमित भौगोलिक क्षेत्र का चुनाव करता है। मान लिया कि वह वाराणसी जिले में अध्ययन करना चाहता है। इस तरह से शोध का शीर्षक निम्न प्रकार से लिखा जा सकता है –

“समाज के विभिन्न वर्गों में गरीबी के लिए उत्तरदायी तत्वों की पहचान: वाराणसी जनपद के विशेष संदर्भ में”

### 2.1.5 शोध समस्याओं के प्रमुख स्रोत (Sources of Research problems):

शोध समस्याओं के प्रमुख स्रोत निम्नलिखित हैं—

**(i). सम्बंधित विषय का अध्ययन (Study of Related Subject):** शोधकर्ता जिस विषय से सम्बंधित शोध कार्य करना चाहता है उस विषय के गहन अध्ययन से शोध समस्याओं का चुनाव करने में मदद मिलती है। सम्बंधित साहित्य के अध्ययन से यह पता चलता है कि पूर्व में किन समस्याओं पर शोध कार्य हो चुके हैं और किन समस्याओं पर अभी तक शोधकार्य नहीं हुए हैं। इससे पूर्व में हुए शोधकार्यों में अपनायी गयी शोध विधियों का भी पता चलता है।

**(ii). विशेषज्ञों द्वारा सुझायी गयी समस्याएँ (Problems suggested by experts):** समस्याओं के चुनाव में विशेषज्ञों की सलाह भी ली जा सकती है। विशेषज्ञ शोध कार्य में आने वाली कठिनाइयों के बारे में सचेत भी करते हैं। इसीलिए शोधकार्य में निर्देशक की भूमिका मानी जाती है।

**(iii). वर्तमान समय में उत्पन्न समस्याएँ (Newly presented problems):** कुछ नयी नयी समस्याएँ समय के साथ उत्पन्न होती हैं। जिसमें खासकर तकनीकी परिवर्तन के कारण समाज के विभिन्न पहलुओं में बदलाव आता है। जिसके चलते नयी नयी समस्याएँ उत्पन्न होती हैं। उदाहरण के लिए, ऑनलाईन शिक्षा प्रणाली के कारण विद्यार्थियों, शिक्षकों एवं अभिभावकों के सामने नई नई समस्याएँ (जैसे; विद्यार्थियों में चिड़चिड़ापन की समस्या, शिक्षकों में तकनीकी ज्ञान की समस्या, अभिभावकों में आर्थिक बोझ बढ़ने की समस्या इत्यादि) उत्पन्न हो रही है।

**(iv). शोधों के क्रम में उत्पन्न समस्याएँ (Problems presented during research):** कभी कभी किसी शोध कार्य के दौरान ही नयी समस्या उत्पन्न हो जाती है जिसपर अलग से शोध करने की आवश्यकता महसूस होती है। उदाहरण के लिए, विद्यार्थियों में चिड़चिड़ापन के अध्ययन के दौरान उनमें अनुशासनहीनता अथवा नशाखोरी की समस्या का पता चल सकता है।

### 2.1.6 सारांश (Summary):

शोधकार्य का प्रारम्भ शोध की समस्या से ही होती है। शोध की समस्या का महत्व इसी बात से पता चलता है कि शोध की समस्या ही शोध का शीर्षक होता है। शोध के शीर्षक से ही शोध की पहचान होती है।

सर्वप्रथम शोधार्थी के मन में कोई शोध समस्या के बारे में विचार आता है। वह अपनी जिज्ञासा को शांत करने के लिए समस्या से सम्बंधित साहित्यों का अध्ययन करता है। विषय विशेषज्ञों की सलाह भी लेता है। अंत में एक सटीक शोध समस्या का चुनाव करता है।

### 2.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. शोध की समस्या से आप क्या समझते हैं?
2. शोध की समस्या का चुनाव करते समय किन किन बातों का ध्यान रखना चाहिए?
3. शोध समस्या के स्रोत बताएँ।
4. शोध समस्या की विशेषताएँ बताएँ।

5. शोध समस्या के विभिन्न प्रकारों का उल्लेख करें।

### 2.1.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham "Methodology of Research in Social Sciences" (2008). Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)–2

### इकाई (Unit)– 2

#### शोध के प्रश्न एवं परिकल्पनाएँ (Research Questions and Hypothesis)

इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

2.2.0 उद्देश्य (Objectives):

2.2.1 परिचय (Introduction):

2.2.2 शोध के प्रश्न (Questions of research):

2.2.3 शोध प्रश्नों के स्रोत (Sources of Research Questions):

2.2.4 अच्छे शोध प्रश्न की कसौटियाँ (Criteria for a good Research Question):

2.2.5 शोध प्रश्न की विशेषताएँ (Characteristics of Research Questions):

2.2.6 शोध की परिकल्पनाएँ (Hypothesis of research):

2.2.7 परिकल्पना के स्रोत (Source of Hypothesis):

2.2.8 अच्छी परिकल्पना की विशेषताएँ (Characteristics of a good Hypothesis):

2.2.9 परिकल्पना का महत्व (Importance of Hypothesis):

2.2.10 परिकल्पना के प्रकार (Types of Hypothesis):

2.2.11 शोध प्रश्न बनाम परिकल्पना (Research Questions versus Hypothesis):

2.2.12 सारांश (Summary):

2.2.3 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

2.2.14 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

2.2.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- शोध के प्रश्न का परिचय
- शोध के प्रश्न का महत्व
- शोध के प्रश्नों के स्रोत
- शोध की परिकल्पना का परिचय
- शोध की परिकल्पना का महत्व
- शोध की परिकल्पनाओं के स्रोत

## 2.2.1 परिचय (Introduction):

शोध का प्रमुख उद्देश्य नये ज्ञान की खोज एवं प्रचलित ज्ञान की समीक्षा करना होता है। शोध की बुनियाद शोधार्थी के मन में उठने वाली जिज्ञासा ही हाती है। विज्ञान में जिज्ञासा का स्वरूप कई प्रकार के प्रश्नों के रूप में होता है। जिसमें प्रमुख प्रश्न क्या, कैसे, कौन, कहाँ, कब, किसलिए ... आदि से प्रारम्भ होते हैं। शोधार्थी अपने मन में उठने वाले प्रश्नों का उत्तर वैज्ञानिक विधि से खोजने का प्रयत्न करते हैं।

परिकल्पनाएँ शोध प्रश्नों के प्रारम्भिक उत्तर होते हैं जिनकी सत्यता शोध के दौरान संकलित समकों के विश्लेषण के बाद जाँचकर प्रमाणित किया जाता है। इस तरह से परिकल्पनाएँ सत्य भी हो सकती हैं और गलत भी। इस प्रकार से दोनों एक दूसरे के पूरक हैं।

सामान्यतः वर्णनात्मक शोधों में शोध प्रश्नों का निर्माण किया जाता है और विश्लेषणात्मक शोधों में परिकल्पनाओं का निर्माण किया जाता है।

## 2.2.2 शोध के प्रश्न (Questions of research):

प्रश्न उठाना और उसका उत्तर ढूँढना ही अध्ययन की वैज्ञानिक पद्धति है। अतः शोध के प्रश्न ही वैज्ञानिक शोध पद्धति के आधार हैं। सामान्यतः प्रश्न बनाने के लिए छह शब्दों (क्या, क्यों, कौन, कहाँ, कैसे तथा कब) का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए, कहाँ जा रहे हो? क्या पढ़ रहे हो? कब आये? किससे मिलना है?... इत्यादि।

शोध प्रश्न ऐसे प्रश्न होते हैं जिनका उत्तर तथ्यों/समकों (Data) के संकलन और विश्लेषण के द्वारा पाया जाता है। उदाहरण के लिए, लोगों में गरीबी के क्या कारण हैं? अथवा, भारतीय स्वतंत्रता आंदोलन में साम्प्रदायिकता की शुरुआत कब हुयी थी? अथवा, कौन सी पार्टी मतदाताओं को ज्यादा पसंद है? अथवा, कर्मचारियों को काम पर बने रहने के लिए कम से कम कितना वेतन देना है? इत्यादि।

साधारण प्रश्नों और शोध प्रश्नों में एक महत्वपूर्ण अन्तर यह है कि साधारण प्रश्नों के उत्तर तुरंत मिल जाते हैं परन्तु शोध प्रश्नों के उत्तर व्यवस्थित शोध प्रक्रिया के अंत में प्राप्त होते हैं। अतः समस्त प्रश्न शोध प्रश्न नहीं हो सकते हैं। शोध के प्रश्नों का निर्माण शोध की प्रकृति और उद्देश्यों के अनुरूप विशेष रूप से किया जाता है। इन शोध प्रश्नों के उत्तर ढूँढना ही शोध का लक्ष्य होता है।

### ● शोध प्रश्नों की निर्माण प्रक्रिया (Construction of Research Questions):

शोध प्रश्नों की निर्माण प्रक्रिया गलतियों से सीखने (Trial and Error) वाली होती है। इसमें सामान्य प्रश्न से शुरुआत करके उसको अधिकतम स्तर तक परिष्कृत किया जाता है।

**2.2.3 शोध प्रश्नों के स्रोत (Sources of Research Questions):** शोध प्रश्नों के निम्नलिखित स्रोत हैं –

**(i). स्व प्रेरणा (Motivation):** शोधार्थी के मन में उठने वाले विचार शोध प्रश्नों के प्राथमिक स्रोत होते हैं। ये मौलिक भी हो सकते हैं और प्रेरित भी।

**(ii). कार्य अनुभव (Own Experience):** शोधार्थी को शोध प्रश्नों की प्रेरणा कार्यस्थल या अपने आस पास के वातावरण से भी मिलती है।

**(iii). विशेषज्ञों की सलाह (Expert Advice):** शोध विषय के विशेषज्ञों के सलाह से भी शोध प्रश्नों का निर्माण किया जाता है। खासकर शैक्षिक शोधकार्यों में शोध निर्देशक की भी महत्वपूर्ण भूमिका मानी जाती है।

**(iv). साहित्यावलोकन (Review of Literature):** पूर्व के साहित्यों का अवलोकन एवं अध्ययन भी शोध प्रश्नों का महत्वपूर्ण स्रोत है।

**(v). वित्त पोषक संस्थाएँ (Funding Agencies):** प्रायः शोध कार्यो का वित्तपोषण करने वाली संस्थाएँ भी शोध के प्रश्न तय करती हैं।

### 2.2.4 अच्छे शोध प्रश्न की कसौटियाँ (Criteria for a good Research Question):

अच्छे शोध प्रश्नों को निम्नलिखित कसौटियों पर खरा उतरना चाहिए—

**(i). व्यवहार्यता (Feasibility):** व्यवहार्यता से तात्पर्य वैसे प्रश्नों से है जिनका हल शोध की सीमाओं के अन्दर सम्भव हो सके। यहाँ शोध की सीमाओं से मुख्यतः तात्पर्य शोध के लिए तय समय, बजट और समंको की उपलब्धता से है। उदाहरण के लिए यदि कोई योजना पांच वर्षों से ही चल रही है तब उसके बारे में दीर्घकालीन अध्ययन नहीं किया जा सकता है।

**(ii). सामाजिक महत्व (Social Importance):** सामाजिक शोध पर किए जाने वाले खर्चों को न्यायोचित ठहराने के लिए यह आवश्यक है कि शोध का सामाजिक महत्व हो। उदाहरण के लिए, ऐसे शोध जिससे समाज में बढ़ते अपराध को नियंत्रित करने में मदद की सम्भावना है। ऐसे में यदि यह प्रश्न बनाया जाए कि समाज में अपराध क्यों बढ़ रहे हैं? तो यह एक महत्वपूर्ण शोध प्रश्न होगा।

**(iii). वैज्ञानिक प्रासंगिकता (Scientific Relevance):** शोध के प्रश्नों को विज्ञान के सिद्धान्तों और व्यवहार की दृष्टि से प्रासंगिक होने चाहिए। जब भी कोई नया शोध प्रश्न बनाया जाता है तो पहले उस तरह के प्रश्नों के साथ हो चुके शोधकार्यों से सीखने की जरूरत होती है।

### 2.2.5 शोध प्रश्न की विशेषताएँ (Characteristics of Research Questions):

अच्छे शोध प्रश्नों की निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं—

**(i). सरलता (Simplicity):** शोध प्रश्नों को सरल और स्पष्ट होने चाहिए।

**(ii). केन्द्रित (Focuced):** शोध प्रश्नों को उद्देश्य केन्द्रित (to the Point) होने चाहिए।

**(iii). अवधारणात्मक स्पष्टता (Conceptual Clarity):** शोध प्रश्नों में इस्तेमाल की गयी अवधारणाएँ अच्छी तरह से परिभाषित होनी चाहिए।

**(iv). विशिष्टता (Specific):** शोध प्रश्नों को शोध की समस्या के लिए विशिष्ट होने चाहिए।

**(v). उपयोगी (Useful):** शोध के प्रश्नों को महत्वपूर्ण एवं उपयोगी होने चाहिए।

**(vi). ज्ञानवर्द्धक (Informative):** शोध के प्रश्नों को ज्ञानवर्द्धक होने चाहिए।

### 2.2.6 शोध की परिकल्पनाएँ (Hypothesis of research):

सांख्यिकी की दृष्टि से विश्लेषणात्मक अध्ययनों (Analytical Studies) में परिकल्पना का निर्माण और उसकी जाँच एक महत्वपूर्ण चरण है। सामान्यतः शोध कार्यो को परिकल्पना के निर्माण से लेकर परिकल्पना की जाँच तक की व्यवस्थित प्रक्रिया के रूप में परिभाषित किया जा सकता है।

सामान्य अर्थों में परिकल्पना का अर्थ प्रारम्भिक विचारों से है। शोध के प्रारम्भ में कुछ प्रश्न या शंकाएँ होती हैं जिनके अनुमानित या प्रारम्भिक उत्तरों को परिकल्पना के रूप में जाना जाता है। (Hypotheses are the tentative answers to the research questions which are being tested at the end of the research work.) जिसकी पुष्टि शोध के अंत में परिकल्पना की जाँच के द्वारा किया जाता है। प्रारम्भिक उत्तर या अनुमान सही भी हो सकता है और गलत भी। परिकल्पनाएँ जब जाँच के बाद सही पायी जाती हैं तब ये सिद्धान्त के रूप में स्थापित हो जाती हैं।



## 2.2.7 परिकल्पना के स्रोत (Source of Hypothesis):

अध्ययनकर्ता के मन में शोध के निष्कर्षों के बारे में प्रारम्भिक विचार आते हैं जिसे तकनीकी भाषा में परिकल्पना कहा जाता है। अध्ययनकर्ता के मन में ये प्रारम्भिक विचार निम्नलिखित स्रोतों से आते हैं –

**(i). स्व अनुभूति ( Self Realization):** परिकल्पना निर्माण में शोधार्थी की कल्पना शक्ति, तर्क शक्ति और अनुभवों का काफी योगदान होता है।

**(ii). पूर्व साहित्यों का अवलोकन (Review of Literature):** उपलब्ध साहित्यों के अध्ययन से भी परिकल्पनाओं के निर्माण में सहायता मिलती है। कई सिद्धान्तों एवं मान्यताओं की प्रासांगिकता और उपयोगिता के बारे में शंका उत्पन्न होता है। इनको वर्तमान संदर्भ में जाँच करने के लिए नए शोधकार्य और परिकल्पना का निर्माण किया जाता है।

**(iii). विशेषज्ञों की सलाह (Advice from Expert):** समाज में कुछ स्थापित विषय विशेषज्ञ होते हैं। परिकल्पना निर्माण में उनकी सहायता भी ली जाती है। इसी उद्देश्य से शैक्षिक शोधकार्य (Ph. D, Project Work etc.) के लिए शोध निर्देशक (Research Guide) को महत्व दिया जाता है।

**(iv). जिज्ञासा (Willingness to Know):** जिज्ञासा शोधार्थी का प्रमुख गुण है। इसके बिना कोई भी शोधकार्य उत्कृष्ट रूप से सम्भव नहीं है। उदाहरण के लिए, पेड़ से सेव तो पहले भी गिरते थे पर इसका संदर्भ न्यूटन ने ही लिया। इसके लिए उनकी जिज्ञासा प्रवृत्ति ही उत्तरदायी थी।

**(v). शोध की निरंतरता (Continuity of Research):** शोधकार्य की निरंतरता से नये शोधों/परिकल्पनाओं के लिए प्रेरणा मिलती है। जब कोई शोधकार्य असफल होता है तब उसको फिर से दूसरे तरीके से करने की प्रेरणा मिलती है। जब कोई शोधकार्य सफल होता है तब उसको और भी उपयोगी बनाने की प्रेरणा मिलती है। इसी तरह से निरंतर शोध कार्य चलते रहते हैं और परिकल्पनाएँ निर्मित होते रहती हैं।

## 2.2.8 अच्छी परिकल्पना की विशेषताएँ (Characteristics of a good Hypothesis):

एक अच्छी परिकल्पना की निम्नलिखित विशेषताएँ हैं –

**(i). परीक्षणीयता (Testability):** एक परिकल्पना को परीक्षणीय होना चाहिए। यह इसकी सबसे महत्वपूर्ण विशेषता है। अर्थात् परिकल्पना की जाँच के लायक समकों का संकलन और उपयुक्त जाँच विधियों का होना आवश्यक है।

**(ii). संक्षिप्तता (Concise):** एक परिकल्पना को सरल एवं संक्षिप्त होना चाहिए।

**(iii). अवधारणात्मक स्पष्टता (Conceptual Clarity):** एक परिकल्पना में प्रयोग किए गए अवधारणाओं को स्पष्ट होना चाहिए। परिकल्पना में किसी भी प्रकार का भ्रम नहीं होना चाहिए। उदाहरण के लिए, उच्च शिक्षा के लिए सकल नामांकन दर का मतलब 18 से 23 आयु वर्ग में कुल जनसंख्या का वह प्रतिशत जो उच्च शिक्षण संस्थानों में नामांकित हैं। जबकि प्राथमिक शिक्षा में सकल नामांकन दर का मतलब 6 से 11 आयु वर्ग में कुल जनसंख्या का वह भाग जो प्राथमिक शिक्षण संस्थानों में नामांकित है।

**(iv). विशिष्टता (Specificity):** एक परिकल्पना को शोध के उद्देश्यों के लिए विशिष्ट होना चाहिए। यहाँ विशिष्टता से तात्पर्य बिन्दु केन्द्रित (to the point) होने से है। उदाहरण के लिए, सरकार अच्छा काम कर रही है कहने की बजाए एक बार में उसके किसी विशेष काम के बारे में ही कहा जाना चाहिए। जैसे शिक्षा व्यवस्था में पहले से सुधार हुआ है या नहीं? यह कहने की बजाए यह कहना ज्यादा उचित होगा कि सकल नामांकन दर (Gross Enrolment Ratio) में वृद्धि हुयी है अथवा नहीं?

(v). **वस्तुनिष्ठता (Objectivity):** एक परिकल्पना को वस्तुनिष्ठ होना चाहिए। वस्तुनिष्ठता वैज्ञानिक अध्ययन की एक महत्वपूर्ण शर्त है। इसमें व्यक्तिगत मूल्यों/झूकावों को शामिल नहीं करना चाहिए।

(vi). **स्थिरता (Consistency):** परिकल्पना को स्थिर होना चाहिए। यहाँ स्थिरता से तात्पर्य यह है कि एक साथ प्रयोग की जाने वाली परिकल्पनाएँ आपस में विरोधाभासी न हों। उदाहरण के लिए सकल नामांकन अनुपात (Gross Enrolment Ratio) और बीच में पढ़ाई छोड़ने की दर (Drop Out Rate) दोनों साथ साथ नहीं बढ़ सकते हैं।

### 2.2.9 परिकल्पना का महत्व (Importance of Hypothesis):

एक अच्छी परिकल्पना शोधकार्य को काफी आसान बना देती है। असीम सम्भावनाओं और जटिल सामाजिक सम्बंधों के बीच परिकल्पनाएँ प्रकाश स्तम्भ का कार्य करती हैं। अर्थात् यह शोधकार्य को भटकने से बचाती है। इसके महत्व को निम्नलिखित बिन्दुओं द्वारा स्पष्ट किया गया है –

(i). **लक्ष्य का निर्धारण (Determination of Goals):** परिकल्पना शोध के लक्ष्यों को स्पष्ट करता है तथा शोध कार्य को भटकने से बचाता है।

(ii). **उपयुक्त चरों का निर्धारण (Determination of Relevant Variables):** परिकल्पना के निर्माण से शोध के लिए महत्वपूर्ण चरों/तथ्यों का निर्धारण हो जाता है। इससे फालतू के तथ्यों को संग्रह करने से छुटकारा मिल जाता है।

(iii). **उपयुक्त सांख्यिकी विधियों का चुनाव (Selection of Appropriate Statistical Methods):** परिकल्पना के निर्माण से शोध कार्य के लिए उपयुक्त सांख्यिकी विधियों का निर्धारण करना आसान हो जाता है।

(iv). **निष्कर्षों की पुष्टि (verification of the Conclusions):** परिकल्पना की जाँच के बाद शोध के स्पष्ट निष्कर्ष आ जाते हैं। इसी आधार पर शोध के निष्कर्षों का बचाव किया जाता है।

(v). **सिद्धान्तों का निर्माण (Creation of Theories):** परिकल्पनाओं की बार बार पुष्टि हो जाने के बाद ये सिद्धान्त का रूप लेते हैं। अतः सिद्धान्त निर्माण में इनकी महत्वपूर्ण भूमिका है।

### 2.2.10 परिकल्पना के प्रकार (Types of Hypothesis):

वर्गीकरण के विभिन्न आधारों पर परिकल्पना के निम्नलिखित प्रकार हैं –

(a). **अध्ययन की पद्धति के आधार पर परिकल्पना तीन प्रकार के होते हैं –**

**वर्णनात्मक (Descriptive):** इस तरह की परिकल्पनाओं में किसी चर की आवृत्ति वितरण के बारे में अनुमान लगाया जाता है जिसकी जाँच उपयुक्त सांख्यिकीय विधियों द्वारा किया जाता है। उदाहरण के लिए, किसी कक्षा के दो या दो से अधिक वर्गों के विद्यार्थियों के औसत प्राप्तांक समान हैं?

**सम्बंधात्मक (Relational):** इस तरह की परिकल्पनाओं में दो या दो से अधिक चरों के बीच के सम्बंधों के बारे में कहा जाता है। उदाहरण के लिए, शिक्षा और बेरोजगारी में सम्बंध है?

**विश्लेषणात्मक (Analytical):** इस तरह की परिकल्पनाओं में दो या दो से अधिक चरों के बीच के कार्य कारण सम्बंधों के बारे में कहा जाता है। उदाहरण के लिए, खाद्यान्नों का उत्पादन वर्षा की मात्रा पर निर्भर करता है? परीक्षा में प्राप्तांक पढ़ाई के घंटों पर निर्भर करता है? उपभोग की मात्रा आय की मात्रा पर निर्भर करती है।

(b). जाँच के दौरान दो प्रकार की परिकल्पना निर्मित की जाती है—

**शून्य परिकल्पना (Null Hypothesis):** शून्य परिकल्पना में चरों के बीच के अपसी सम्बंधों या निर्भरता को नकार दिया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि कहा जाए कि **दूषित जल के सेवन से कोई नुकसान नहीं होता है।** या, **पैदल चलना स्वास्थ्य के लिए लाभदायक नहीं है।** इत्यादि।

**वैकल्पिक परिकल्पना (Alternative Hypothesis):** वैकल्पिक परिकल्पना शून्य परिकल्पना का उल्टा संदेश देती है। उदाहरण के लिए, **दूषित जल के सेवन से नुकसान होता है।** या, **पैदल चलना स्वास्थ्य के लिए लाभदायक है।** इत्यादि।

नोट: हर शून्य परिकल्पना के लिए एक वैकल्पिक परिकल्पना होती है। दोनों एक साथ सही नहीं हो सकते हैं। जब शून्य परिकल्पना सही होगी तब वैकल्पिक परिकल्पना गलत होगी तथा इसके विपरीत जब शून्य परिकल्पना गलत होगी तब वैकल्पिक परिकल्पना सही होगी।

(c). **कामचलाऊ परिकल्पना (Working Hypothesis):** कभी कभी शोधकार्य के प्रारम्भिक चरण में एक कामचलाऊ परिकल्पना का निर्माण किया जाता है जिसको बाद में गहन अध्ययन एवं विचार विमर्श के बाद अंतिम रूप दिया जाता है। उदाहरण के लिए, जनांकिकीय अध्ययन के प्रारम्भ में यह मान लेते हैं कि मुस्लिम महिलाओं में प्रजनन दर अधिक है। फिर बाद में इसके विभिन्न आयामों शिक्षा, आय, इत्यादि के आधार पर अंतिम परिकल्पना बनाते हैं।

### 2.2.11 शोध प्रश्न बनाम परिकल्पना (Research Questions versus Hypothesis):

प्रायः शोधकार्य के दौरान शोध के प्रश्न और परिकल्पनाओं में से किसी एक को चुनने में उलझन आती है। शोध की प्रकृति के अनुसार दोनों में से कोई एक अथवा दोनों साथ साथ रह सकते हैं। शोध के प्रश्न और परिकल्पनाएँ दोनों एक दूसरे के विरुद्ध न होकर पूरक होते हैं। शोध प्रश्नों के प्रारम्भिक अथवा अनुमानित उत्तर ही परिकल्पना कहलाती है। एक प्रश्न के हल के लिए कई परिकल्पनाएँ बन सकती हैं उनमें से सबसे उपयुक्त का चुनाव किया जाता है।

व्यापकता के आधार पर क्रम दिया जा सकता है –

**शोध के उद्देश्य > शोध के प्रश्न > परिकल्पना**

#### ● शोध प्रश्न और परिकल्पनाओं में भिन्नताएँ

आधार	शोध प्रश्न	परिकल्पना
बनावट	ये प्रश्नवाचक वाक्य होते हैं।	ये सामान्य कथन/वाक्य होते हैं।
प्रकृति	शोध प्रश्न सामान्य प्रकृति के होते हैं। उदाहरण के लिए, <b>लोगों में गरीबी के क्या कारण हैं?</b>	परिकल्पनाएँ विशिष्ट प्रकृति की होती हैं। उदाहरण के लिए, <b>बेरोजगारी लोगों में गरीबी का प्रमुख कारण है।</b>
उपयोग	इनका इस्तेमाल हर तरह के शोधों में होता है।	इनका उपयोग मुख्यतः विश्लेषणात्मक <b>(Analytical)</b> शोधों में होता है।
निष्कर्ष	शोध प्रश्नों के उत्तर में कई सम्भावनाएँ सम्मिलित होती हैं।	परिकल्पनाएँ या तो स्वीकार की जाती हैं अथवा अस्वीकार।
आधार	शोध प्रश्नों का आधार शोध के उद्देश्य होते हैं।	परिकल्पनाओं का आधार पूर्व के सिद्धान्त होते हैं।
समंक	शोध प्रश्नों का उपयोग प्रायः गुणात्मक समंकों के साथ होता है।	परिकल्पनाओं का उपयोग प्रायः संख्यात्मक समंकों के साथ होता है।

#### ● शोध-प्रश्न और परिकल्पना में समानताएँ:

- (i). दोनों एक दूसरे के पूरक हैं।
- (ii). दोनों शोध की कार्ययोजना के लिए महत्वपूर्ण हैं।
- (iii). दोनों के स्रोत एक हैं।

(iv). शोधकार्य के लिए दोनों महत्वपूर्ण हैं।

(v). दोनों शोधकार्य को अनावश्यक भटकावों से बचाते हैं।

**2.2.12 सारांश (Summary):** शोध के प्रश्न और परिकल्पनाएँ दोनों शोध के लिए समान महत्व रखते हैं। प्रायः वर्णनात्मक शोधों में शोध प्रश्नों का उपयोग किया जाता है जबकि विश्लेषणात्मक शोधों में परिकल्पनाओं का उपयोग किया जाता है। किसी विषय पर प्रश्न उठाना और उसका उत्तर ढूँढ़ना अध्ययन की वैज्ञानिक पद्धति है। उसी तरह किसी विषय के बारे में प्रारम्भिक विचार बनाना तथा उसकी पुष्टि करना ही वैज्ञानिक शोध है।

**2.2.13 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):**

1. शोध के प्रश्न को परिभाषित करें।
2. शोध प्रश्नों के स्रोत बताएँ।
3. शोध प्रश्नों का महत्व बताएँ।
4. शोध की परिकल्पनाओं को परिभाषित करें।
5. परिकल्पनाओं के स्रोत बताएँ।
6. परिकल्पनाओं का महत्व बताएँ।
7. शोध परिकल्पनाओं के विभिन्न प्रकारों का वर्णन करें।
8. शोध के प्रश्नों और परिकल्पनाओं में भेद करें।

**2.2.14 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):**

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" (2008). Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)–2

### इकाई (Unit)– 3

शोध प्रारूप/अभिकल्प/प्ररचना: अर्थ, आवश्यकता एवं विशेषताएँ  
(Research Design/Formate: Meaning, Need and Characteristics)

इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

2-3-0 उद्देश्य (Objectives):

2.3.1 परिचय (Introduction):

2.3.2 शोध प्रारूप/प्ररचना अथवा अभिकल्प: अर्थ एवं परिभाषाएँ (Resrarch design: Meaning and Definitions):

2.3.3 शोध प्रारूप/प्ररचना अथवा अभिकल्प के मुख्य बिन्दु/सामग्री (Content of Research Design)

2-3-4 शोध अभिकल्प/प्ररचना के उद्देश्य (Objectives of Research Design):

2.3.5 शोध प्रारूप/प्ररचना अथवा अभिकल्प की विशेषताएँ (Characteristics of Research Design):

2.3.6 शोध प्रारूप/प्ररचना अथवा अभिकल्प का महत्व (Importance of Research Design/Formate/Model):

2.3.7 शोध प्रारूप/प्ररचना अथवा अभिकल्प की सीमाएँ (Limitations of Research Design/Formate/Model):

2.3.8 उपयुक्त प्रारूप/प्ररचना अथवा अभिकल्प का चुनाव (Selection of the Appropriate Research design/ Model):

2.3.9 उद्देश्य (Objectives):

2.3.10 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

2-3-11 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books):

2.3.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे–

- शोध प्रारूप का अर्थ एवं परिभाषाएँ
- शोध प्रारूप की आवश्यकता
- शोध प्रारूप का महत्व
- शोध प्रारूप की विशेषताएँ

## 2-3-1 परिचय (Introduction):

किसी भी कार्य को व्यवस्थित और चरणबद्ध तरीके से पूरा करने के लिए एक कार्य प्रारम्भ करने से पूर्व एक संक्षिप्त कार्ययोजना (Work Plan) बनाया जाता है। इसी तरह से शोधकार्य को व्यवस्थित एवं चरणबद्ध तरीके से सम्पादित करने के लिए एक कार्य योजना बनायी जाती है। जिसमें शोधकार्य के विभिन्न चरणों के बारे में स्पष्ट खाका तैयार किया जाता है। इसमें शोध के उद्देश्य, साधन और शोधविधि आदि को निश्चित कर लिया जाता है। जिस तरह से योजना बनाकर कोई काम करने से कम समय और संसाधनों के द्वारा लक्ष्य को प्राप्त किया जा सकता है उसी प्रकार योजना बनाकर शोधकार्य के लक्ष्यों को भी कम समय और साधन में प्राप्त किया जाता है। वैज्ञानिक पद्धति से शोधकार्य करने के लिए जो पूर्व कार्य योजना बनायी जाती है उसे शोध प्रारूप या शोध अभिकल्प (Research design) कहते हैं।

## 2.3.2 शोध प्रारूप/प्ररचना अथवा अभिकल्प: अर्थ एवं परिभाषाएँ (Research design: Meaning and Definitions):

वैज्ञानिक शोध कार्य में समस्या के चुनाव व निरूपण तथा उद्देश्यों को तय कर लेने के पाश्चात शोध अभिकल्प/प्ररचना बनायी जाती है। इसका कार्य शोध को एक निश्चित दिशा प्रदान करना है। किसी भी वैज्ञानिक शोध को व्यवस्थित एवं चरणबद्ध तरीके से पूरा करने के लिए पूर्व में निर्धारित की गयी कार्य योजना की रूपरेखा को शोध की प्ररचना कहा जाता है। एक अच्छी शोध प्ररचना शोधार्थी के लिए मार्गदर्शक का काम करती है। इसके प्रयोग से शोधकार्य के दौरान अनावश्यक उलझनों से बचा जा सकता है तथा जरूरी बातें छूटती नहीं है।

साधारण अर्थों में अभिकल्प अथवा प्ररचना शब्द का अभिप्राय पूर्व निर्धारित रूपरेखा है। उदाहरण के लिए भवन निर्माता काम शुरू करने से पहले भवन का एक नक्शा बना लेता है। उसी प्रकार शोधकर्ता शोध कार्य शुरू करने से पहले एक कार्य योजना (Blue Print) तैयार कर लेता है। शोध अभिकल्प या प्ररचना की कुछ परिभाषाएँ निम्नलिखित हैं—

करलिंगर<sup>1</sup> (Kerlinger: 1986) के अनुसार, “शोध अभिकल्प एक योजना (Plan), संरचना (Structure), तथा व्यूह रचना (Strategy) है जिसका उपयोग शोध के प्रश्नों का उत्तर खोजने के लिए तथा विचलन को नियंत्रित करने के लिए किया जाता है (Research design is the plan, structure and strategy of investigation conceived so as to obtain answers to research questions and to control variance.)। इसमें शोध की सम्पूर्ण योजना एवं कार्यक्रम होता है। इसमें शोधार्थी द्वारा परिकल्पना तैयार करने से लेकर तथ्यों के विश्लेषण तक की सम्पूर्ण रूपरेखा सम्मिलित होती है। (A research design is a plan, structure and strategy of investigation so conceived as to obtain answers to research questions or problems. The plan is the complete scheme or programme of research. It includes an outline of what the investigator will do from writing the hypothesis and their operational implications to the final analysis of data.)

थायर<sup>2</sup> (Thyer: 1993) के अनुसार, “पारम्परिक शोध अभिकल्प में शोधकार्य पूर्ण करने की सम्पूर्ण रूपरेखा होती है। (A traditional research design is a blue print or detailed plan for how a research study is to be completed.)

एकॉफ के अनुसार, “अभिकल्प या प्ररचना का अर्थ योजना बनाना है, अर्थात् प्ररचना पूर्व निर्णय लेने की प्रक्रिया है ताकि परिस्थिति पैदा होने पर इसका प्रयोग किया जा सके। यह साँच विचार और पूर्वानुमान की प्रक्रिया है जिसका उद्देश्य अपेक्षित परिस्थिति पर नियंत्रण रखना है।

<sup>1</sup> Kerlinger F. N. (1986). Foundation of Behavioural Research.(Third Edition). New York, Holt, Rinehart and Winston.

<sup>2</sup> Thyer B. A. (1993). Single-Systems Research Design in R. M. Grindell (Eds). Social Work research and Evaluation (4<sup>th</sup> Edition). Itasca, IL, F.E.Peacock, pp. 94-117.

सैल्टिज, जहोदा एवं अन्य के अनुसार, "शोध प्ररचना आँकड़ों के संकलन तथा विश्लेषण की दशाओं की उस व्यवस्था को कहते हैं जिसका लक्ष्य शोध की प्रासंगिकता तथा कार्यविधि की मितव्ययिता का समन्वय करना है।

पी. वी. यंग के अनुसार, "एक शोध अभिकल्प किसी अनुसंधान की एक तार्किक एवं व्यवथित योजना तथा उसका निर्देशन है।

उपरोक्त परिभाषाओं में तीन महत्वपूर्ण शब्द; शोध योजना, (**Research Plan**), शोध संरचना (**Research Structure**), तथा शोध व्यूह रचना (**Research Strategy**) शामिल हैं। जिनकी व्याख्या दी जा रही है—

**(i). शोध योजना (Research Plan):** शोध योजना से शोध की समस्त प्रक्रिया का बोध होता है। इसमें शोध के प्रश्नों एवं परिकल्पनाओं के निर्माण से लेकर प्रश्नों के उत्तर प्राप्त करने अथवा परिकल्पनाओं की जाँच के दौरान समकों का संकलन एवं विश्लेषण आदि सभी प्रमुख चरणों की रूपरेखा तैयार की जाती है।

**(ii). शोध संरचना (Research Structure):** शोध की संरचना के अन्तर्गत शोध के लिए उपयोग किये जाने वाले चरों का उल्लेख किया जाता है। यह शोध की सम्पूर्ण योजना की अपेक्षा शोध के तथ्यों के विश्लेषण की प्रकृति पर अधिक जोर देता है। उदाहरण के लिए भवन निर्माण के दौरान कॉलम और बीम पर भवन की संरचना (**Structure**) तैयार किया जाता है। उसके बाद उसका परिष्करण (**Finishing**) किया जाता है।

**(iii). शोध व्यूह रचना (Research Strategy):** शोध व्यूह रचना शोध के उद्देश्यों को प्राप्त करने और शोध की समस्याओं के निराकरण करने के तरीकों पर केन्द्रित होती है। अतः इसमें तथ्य संकलन की विधियों (**Methods**) और उपकरणों (**Tools**) को महत्व दिया जाता है।

### 2.3.3 शोध अभिकल्प के मुख्य बिन्दु/सामग्री (**Content of Research Design**):

शोध अभिकल्प का निर्माण शोधकार्य प्रारम्भ करने से पहले किया जाता है। अर्थात् यह शोधकार्य से सम्बंधित एक ऐसा दस्तावेज है जिसके अध्ययन से शोध के बारे में सारी जिज्ञासाएँ संतुष्ट हो जानी चाहिए। एक अच्छे शोध अभिकल्प में शोध से सम्बंधित निम्नलिखित जानकारियाँ उपलब्ध होनी चाहिए—

**(i). शोध की समस्या या विषय क्या है?**

**(ii). शोध का उद्देश्य (**Objectives**) क्या है?**

**(iii). शोध की उपयोगिता क्या है?**

**(iv). शोध का प्रकार (अन्वेषणात्मक/ वर्णनात्मक/ व्याख्यात्मक/ प्रयोगात्मक) क्या है?**

**(v). शोध की प्रकृति [दस्तावेजी शोध (**Documentary Research**)/ क्षेत्र-कार्य (**Field Work**) / अंतर्वस्तु विश्लेषण (**Content Analysis**) आदि/]) क्या है?**

**(vi). शोध के प्रमुख चर क्या हैं?**

**(vii). शोध के प्रमुख प्रश्न अथवा परिकल्पनाएँ क्या हैं?**

**(viii). शोध का भौगोलिक क्षेत्र क्या है?**

**(ix). शोध की लक्षित जनसंख्या क्या है?**

(x). शोध से सम्बंधित उपलब्ध पूर्व साहित्य/प्रतिवेदन क्या है?

(xi). शोध के तथ्यों/समकों के स्रोत क्या है?

(xii). शोध के लिए प्रतिचयन योजना क्या है? अर्थात प्रतिचयन विधि और प्रतिदर्श का आकार क्या है?

(xiii). शोध के लिए तथ्य संकलन की विधि (अवलोकन/साक्षात्कार) क्या है? तथ्य संकलन के उपकरण (प्रश्नावली/अनुसूची/साक्षात्कार प्रदर्शिका आदि) क्या है?

(xiv). शोध सम्बंधित संसाधनों का विवरण क्या है? इसके अंतर्गत समय, व्यय, कार्यालय, सहायक/कार्यकर्ता आदि का उल्लेख किया जाता है।

(xv). शोध के लिए संकलित समकों का प्रसंस्करण तथा विश्लेषण कैसे (मानव श्रम से अथवा मशीन से) किया जाएगा?

(xvi). शोध के निष्कर्षों का प्रस्तुतीकरण किनके लिए (आम जनता, विद्वत जन या संस्थानों के लिए) होगा?

### 2.3.4 शोध अभिकल्प की विशेषताएँ (Characteristics of Research Design):

शोध अभिकल्प में शोधकार्य के प्रत्येक चरण को पूरा करने के लिए पूर्व निर्धारित दिशानिर्देश होते हैं। अतः एक अच्छी शोध प्ररचना में निम्नलिखित विशेषताएँ अपेक्षित हैं—

(i). लचीलापन (Flexibility): यहाँ लचीलापन से तात्पर्य है कि शोध के विभिन्न चरणों में यदि आवश्यकता हो तो शोध प्ररचना में यथोचित बदलाव किया जा सके। अर्थात शोध प्ररचना इतना कठोर न हो कि इसके चलते शोध कार्य रुक ही जाए।

(ii). उपयुक्तता (Appropriateness): शोध प्ररचना को शोध की प्रकृति के अनुरूप होना चाहिए। अर्थात संख्यात्मक प्रकृति के लिए संख्यात्मक शोध प्ररचना तथा गुणात्मक प्रकृति के लिए गुणात्मक शोध प्ररचना का निर्माण किया जाना चाहिए।

(iii). कार्यकुशलता (Efficiency): शोध के उद्देश्यों को कुशलता पूर्वक पूरा करने वाली शोध प्ररचनाओं को कार्य कुशल प्ररचना माना जाता है।

(iv). मितव्ययिता (Economical): शोध प्ररचना का मितव्ययी होने का तात्पर्य सीमित साधनों के बेहतर उपयोग से है।

### 2.3.5 शोध अभिकल्प/प्ररचना के उद्देश्य (Objectives of Research Design):

शोधकार्य प्रारम्भ करने के लिए सर्वप्रथम शोध अभिकल्प/प्ररचना का निर्माण किया जाता है। शोधकार्य के लिए प्ररचना निर्माण के निम्नलिखित उद्देश्य हैं—

(i). मार्गदर्शन (Road Map): शोध प्ररचना का मुख्य उद्देश्य शोध कार्य के दौरान सम्पूर्ण मार्गदर्शन प्राप्त करना है। यह एक अनजान जंगल को पार करने के लिए मानचित्र की तरह है।

(ii). नियंत्रण (Control): शोध प्ररचना का एक महत्वपूर्ण उद्देश्य शोधकार्य को नियंत्रित करना भी है।

(iii). भटकाव से बचाव (Safety from Diversion): शोध प्ररचना का एक मुख्य उद्देश्य शोधकार्य को विचलन से बचाना भी है।



(iv). शोध के चरणों का क्रम तय करना (**Ordering the steps in the research**): शोध प्ररचना का एक मुख्य उद्देश्य यह भी है कि शोधकार्य के बीच कोई उहापोह (अर्थात् कब क्या करें?) की स्थिति उत्पन्न न हो।

(v). संसाधनों का अनुकूलतम प्रयोग (**Optimum Utilization of Resources**): शोध प्ररचना का एक मुख्य उद्देश्य उपलब्ध संसाधनों का सर्वोत्तम उपयोग सुनिश्चित करना भी है।

**2.3.6 शोध प्रारूप का महत्व (Importance of Research Design/Formate/Model):** शोधकार्यों में प्रारूपों/प्रतिरूपों की उपयोगिता एवं महत्व निम्नलिखित बातों से स्पष्ट होता है –

(i) . प्रतिरूप शोधकार्य की प्रकृति को स्पष्ट करता है। प्रायः विश्लेषणात्मक शोधों में ही मॉडल की आवश्यकता पड़ती है।

(ii) . प्रतिरूप शोधकार्य को शुरू से अन्त तक निर्देशित करते हैं तथा शोध कार्य को इधर उधर भटकने से बचाता है।

(iii) . प्रतिरूप शोधकार्य के लिए महत्वपूर्ण चरों और उनके बीच के जटिल अन्तर्सम्बंधों को सरल रूप में व्यक्त करता है। कौन सा चर निर्भर है और कौन स्वतंत्र आदि बातों को स्पष्ट करता है।

(iv) . प्रतिरूप शोधकार्य के महत्वपूर्ण परिकल्पनाओं को स्पष्टतः निर्धारित करता है।

(v) . प्रतिरूप शोधकार्य के लिए जरूरी मान्यताओं को निर्धारित करता है।

(vi) . प्रतिरूप शोधकार्य के लिए महत्वपूर्ण सम्बंधों, गुणांकों आदि के आकलन को सरल बनाता है।

**2.3.7 शोध प्रारूप की सीमाएँ (Limitations of Research Design/Formate/Model):**

व्यवहार में हर चीज की कुछ न कुछ सीमाएँ होती हैं। शोधकार्य में प्रतिरूप/मॉडलों की भी निम्नलिखित प्रमुख सीमाएँ हैं—

(i). प्रतिरूपों के निर्माण के लिए गणित की अच्छी जानकारी होनी चाहिए।

(ii). प्रतिरूपों के निर्माण के लिए पूर्व स्थापित सिद्धान्तों की भी अच्छी जानकारी होनी चाहिए।

(iii). प्रतिरूपों के आकलन (Estimation) के लिए सांख्यिकी विधियों की भी अच्छी जानकारी होनी चाहिए।

(iv). प्रतिरूपों के द्वारा विभिन्न चरों के बीच के जटिल अन्तर्सम्बंधों को सरल रूप में व्यक्त करने के दौरान वास्तविकता का क्षय होने की सम्भावना रहती है।

(v). किसी शोध के लिए उपयुक्त प्रतिरूप का चुनाव करना कठिन होता है।

(vi). प्रतिरूपों में कभी कभी महत्वपूर्ण चर छूट जाते हैं और गैर जरूरी चर जुड़ जाते हैं।

**2.3.8 उपयुक्त प्रतिरूप/मॉडल का चुनाव (Selection of the Appropriate Model):**

किसी भी शोध के लिए उपयुक्त मॉडल का चुनाव करने के लिए पूर्व साहित्य अवलोकन का काफी महत्व है। इसके द्वारा विभिन्न चरों के बीच के कारण और परिणामों के बारे में सामान्य जानकारी हो जाती है। जिसके चलते मॉडल के लिए चरों और उपयुक्त गणितीय समीकरणों का चुनाव करना आसान हो जाता है।

इसके अतिरिक्त कर के सीखने (trial and error) विधि का प्रयोग करते हैं। इसके अन्तर्गत सबसे सरल मॉडल से शुरुआत करते हुए जटिलता के स्तर को बढ़ाते हैं। प्रत्येक मॉडल के आकलन

(Estimation) के बाद उसकी पहले वाले मॉडलों के गुणांकों और सहसम्बंध गुणांकों की तुलना करते हैं।

अंत में जिस मॉडल का सहसम्बंध गुणांक अधिक तथा अन्य गुणांकों का व्यवहार सिद्धान्त के अनुकूल होता है उस मॉडल का चुनाव आगे निर्वचन एवं परिकल्पनाओं की जाँच के लिए किया जाता है।

**2.3.9 सारांश (Summary):** प्ररचना/प्रारूप शोध की एक संक्षिप्त कार्य योजना होती है। जैसे भवन निर्माण से पूर्व एक नक्शा बनाया जाता है उसी प्रकार शोध कार्य प्रारम्भ करने से पूर्व उसकी एक प्ररचना बनायी जाती है। इसमें शोध के उद्देश्यों, शोध के प्रश्नों या परिकल्पनाओं, शोध की विधि आदि तय कर लिए जाते हैं। प्ररचना बनाकर शोधकार्य करने से समय और संसाधनों का भी सदुपयोग होता है।

### **2.3.10 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):**

1. शोध प्ररचना को परिभाषित करें।
2. शोध प्ररचना का महत्व बताएँ।
3. शोध प्ररचना के मुख्य उद्देश्यों का उल्लेख करें।
4. शोध प्ररचना की विशेषताएँ बताएँ।
5. शोध प्ररचना की सीमाओं का उल्लेख करें।

### **2.3.11 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books):**

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7  
सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बैंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)–2

### इकाई (Unit)– 4

#### शोध अभिकल्प/प्ररचना/प्रारूप के प्रकार (Types of Research Design):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

#### 2.4.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 2.4.1 परिचय (Introduction):

#### 2.4.2 शोध अभिकल्पों के प्रकार (Types of Research Design):

#### 2.4.2.(i). अन्वेषणात्मक या निरूपणात्मक शोध अभिकल्प (Exploratory or Formulative Research Design):

#### 2.4.2.(ii). वर्णनात्मक शोध अभिकल्प (Descriptive Research Design):

#### 2.4.2. (iii). विश्लेषणात्मक/व्याख्यात्मक अभिकल्प (Explanatory Research Design):

#### 2.4.3 सारांश (Summary):

#### 2.4.3 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

#### 2.4.4 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

#### 2.4.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के बाद आप जानेंगे–

- शोध अभिकल्प/प्ररचना के विभिन्न प्रकारों के बारे में

#### 2.4.1 परिचय: (Introduction):

**शोध अभिकल्प/प्ररचना (Research Design)** एक विशिष्ट दस्तावेज है जिसमें शोधकार्य से सम्बंधित सभी महत्वपूर्ण बातों, चरणों एवं कार्यक्रमों का उल्लेख शोध कार्य प्रारम्भ करने से पहले सम्भावित रूप से तय किया जाता है। किसी विशेष शोधकार्य के लिए विशेष शोध अभिकल्प का स्वरूप शोधकार्य की प्रकृति, उद्देश्यों एवं तथ्य संकलन के लिए अपनाये गए उपकरणों पर निर्भर करता है। हलांकि हर तरह के शोधकार्यों के लिए निर्मित शोध अभिकल्पों में कुछ बातें समान होती हैं परन्तु उनमें कुछ विविधताएँ भी होती हैं। उदाहरण के लिए, अंकात्मक शोध (Quantitative Research) के लिए बनायी गयी शोध प्ररचनाओं एवं गुणात्मक शोध के लिए बनायी गयी शोध प्ररचनाओं में तथ्यों के संकलन एवं विश्लेषण की अलग अलग विधियाँ अपनायी जाती हैं। शोधविधि के जितने प्रकार हैं उतने प्रकार की शोध संरचनाएँ निर्मित की जा सकती हैं।

## 2.4.2 शोध अभिकल्पों के प्रकार (Types of Research Design):

शोध अभिकल्पों के तीन प्रमुख प्रकार निम्नलिखित हैं—

**2.4.2.(i). अन्वेषणात्मक या निरूपणात्मक शोध अभिकल्प (Exploratory or Formulative Research Design):** अन्वेषणात्मक शोध के अंतर्गत किसी शोध समस्या के बारे में हर दृष्टिकोण से अध्ययन किया जाता है। जिससे शोध समस्या के बारे में नयी नयी जानकारियाँ प्राप्त होती हैं। जिसका उपयोग अन्य शोधकार्यों में परिकल्पना के निर्माण आदि के लिए किया जाता है। इस उद्देश्य से बनायी गयी शोध प्ररचना को अन्वेषणात्मक शोध प्ररचना कहते हैं। अध्ययन के प्रत्येक चरण में मिलने वाली नयी जानकारियों को शामिल करने के लिए शोध प्ररचना लचीली बनायी जाती है।

अन्वेषणात्मक शोध अभिकल्पों या प्ररचनाओं में निम्नलिखित बातें अपनायी जाती हैं—

**(a). अध्ययन विषय से सम्बंधित साहित्य का अवलोकन (Review of Literature Related to the Study):** अध्ययन विषय से सम्बंधित साहित्यों का अध्ययन करने से उस विषय पर पूर्व संचित एवं संकलित ज्ञान से परिचय होता है। उपलब्ध साहित्य का यह सर्वेक्षण आगामी शोध का आधार प्रदान करता है। वर्तमान समय में साहित्य का अवलोकन करने के लिए पुस्तकों के अलावा आधुनिक संचार के उपलब्ध साधनों जैसे, इंटरनेट, फेसबुक, वाट्सअप आदि का भी उपयोग किया जाना चाहिए।

**(b). अनुभव सर्वेक्षण (Experience Survey):** साहित्य के अवलोकन के साथ साथ शोधकर्ता शोध विषय के विशेषज्ञ व्यक्तियों से मिलकर उनके ज्ञान का लाभ लेता है। इसके लिए शोधकर्ता विषय विशेषज्ञों का व्यवस्थित साक्षात्कार अथवा वार्तालाप करता है। अनुभवी व्यक्तियों से प्रायः विशेष जानकारियाँ मिल जाती हैं।

**(c). वैयक्तिक अध्ययन (Case Study):** वैयक्तिक अध्ययनों के द्वारा भी किसी शोध विषय के बारे में जानकारियाँ प्राप्त की जाती हैं। उदाहरण के लिए किसानों द्वारा किए जा रहे आत्महत्या के कारणों को जानने के लिए किसी एक पीड़ित किसान परिवार का अध्ययन किया जाता है। हालांकि केवल एक घटना के अध्ययन के आधार पर सामान्य निष्कर्ष नहीं बनाया जा सकता है बल्कि इसको और व्यापक बनाने के लिए कुछ अन्य घटनाओं का भी अध्ययन किया जाता है।

**अन्वेषणात्मक शोध प्रकल्पों के महत्वपूर्ण बिन्दु (Main Points of Exploratory Research design):** अन्वेषणात्मक शोध प्रकल्पों के महत्वपूर्ण बिन्दु निम्नलिखित हैं—

- इसमें गैर प्रायिकता प्रतिचयन विधि का प्रयोग किया जाता है।
- इसमें छोटे आकार के प्रतिदर्शों का प्रयोग किया जाता है।
- इसमें समकों के स्रोत अस्पष्ट होते हैं।
- इसके उद्देश्य सामान्य प्रकृति के होते हैं।
- इसके निष्कर्ष अंतिम नहीं होते हैं।
- इसके आधार पर निश्चित सुझाव नहीं दिए जा सकते हैं।

**2.4.2.(ii). वर्णनात्मक शोध अभिकल्प (Descriptive Research Design):** वर्णनात्मक शोध अभिकल्प का उद्देश्य शोध समस्या अथवा विषय के बारे में पूर्ण, यथार्थ एवं विशिष्ट तथ्यों की जानकारी प्राप्त करना होता है। इसके अन्तर्गत वास्तविक तथ्यों का संकलन किया जाता है जिनके आधार पर समस्या के विभिन्न पहलुओं का वर्णनात्मक विवरण तथा सारांश प्रस्तुत किया जाता है। वर्णनात्मक शोध अभिकल्पों में किसी घटना या समूह के बारे में; क्या, कहाँ, कब, कितना आदि प्रश्नों का उत्तर ज्ञात किया

जाता है। वर्णनात्मक शोध के अंतर्गत आवश्यकतानुसार वर्गीकृत (Cross Sectional), कालश्रेणी (Time Series) और सूचीवद्ध (Panel) समंकों का संकलन किया जाता है।

वर्णनात्मक शोध प्ररचनाओं का निर्माण निम्नलिखित परिस्थितियों में किया जाता है—

(a). जब शोध का उद्देश्य किसी समूह की विशेषताओं को निर्धारित करना होता है। उदाहरण के लिए, कोई शोधकर्ता किसी समूह के सदस्यों की शिक्षा का स्तर, धर्म/वर्ग, आय स्तर आदि का अध्ययन करना चाहता है तब उसको वर्णनात्मक शोध अभिकल्प/प्ररचना का निर्माण करना चाहिए।

(b). जब शोधकर्ता किसी समूह में किसी विशेष गुण अथवा विशेषता को धारण करने वाले सदस्यों का अनुपात ज्ञात करना चाहता है तब भी उसको वर्णनात्मक शोध अभिकल्प/प्ररचना का निर्माण करना चाहिए। उदाहरण के लिए, समूह में नशाखोरी करने वाले सदस्यों का अनुपात ज्ञात किया जा सकता है।

(c). कभी कभी कुछ खास अनुमान लगाने के लिए भी वर्णनात्मक शोध अभिकल्पों का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए, कोई कम्पनी अपने उत्पादों की विक्री का पूर्वानुमान लगाने के लिए भी वर्णनात्मक शोध अभिकल्पों को प्रयोग कर सकती है।

**वर्णनात्मक शोध प्रकल्पों के महत्वपूर्ण बिन्दु (Main Points of Exploratory Research design):** वर्णनात्मक शोध प्रकल्पों के महत्वपूर्ण बिन्दु निम्नलिखित हैं—

- इसमें किसी समूह की विशेषताओं का वर्णन किया जाता है।
- इसमें सूचकों के जनांकिकी और व्यवहार से सम्बंधित तथ्यों का संकलन किया जाता है।
- इसके उद्देश्य स्पष्ट होते हैं।
- इस तरह के शोध अभिकल्पों में शोध परिकल्पना की बजाए शोध के प्रश्न बनाये जाते हैं। जिनका उत्तर समंकों के विश्लेषण के बाद प्राप्त होता है।
- इसके लिए बड़े आकार के प्रतिदर्शों का चयन किया जाता है।
- इसके चर ज्ञात होते हैं।
- इसके निष्कर्ष विश्वसनीय होते हैं।

**2.4.2. (iii). विश्लेषणात्मक/व्याख्यात्मक अभिकल्प (Analytical Research Design):** जब किसी शोध अभिकल्प का मुख्य उद्देश्य किसी घटना की व्याख्या करना होता है तब व्याख्यात्मक शोध अभिकल्पों का निर्माण किया जाता है। इस तरह के शोध अभिकल्पों में घटना के कारणों की व्याख्या की जाती है। अर्थात् इसमें क्यों है? तरह के प्रश्नों एवं परिकल्पनाओं का निर्माण किया जाता है। अतः इसके लिए कारण—प्रभाव सम्बंधों को दर्शाने वाली परिकल्पनाओं का निर्माण किया जाता है। उदाहरण के लिए,

- धूमपान करने से कैंसर होता है।
- शिक्षित माता पिता की संतानें भी शिक्षित होती हैं।
- स्त्रियों को पुरुषों की अपेक्षा कम मजदूरी मिलती है, आदि।

**कार्य कारण सम्बंधों की व्याख्या करने के लिए प्रयोगात्मक/प्रयोगशाला विधि (Experimental Research) अथवा क्षेत्र कार्य (Field Work) विधि अपनायी जाती है।**

इस तरह की शोध प्ररचनाओं का मुख्य उद्देश्य निम्नलिखित हैं—

- (a). किसी घटना के प्रमुख कारकों को निर्धारित करना।
- (b). शोध की परिकल्पनाओं का परीक्षण करना।
- (d). शोध के निष्कर्षों का सामान्यीकरण करना।
- (e). चरों के मध्य आकलित कार्य कारण सम्बंधों के आधार पर निर्भर चरों के भावी मुल्यों का अनुमान लगाना।

**2.4.3 सारांश (Summary):** अलग अलग शोध की प्रकृति एवं उद्देश्यों के अनुसार अलग अलग तरह के शोध अभिकल्पों का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए अन्वेषणात्मक शोधों के लिए एक लचीला शोध अभिकल्प बनाया जाता है क्योंकि इसके विभिन्न चरणों में कुछ बदलाव की आवश्यकता होती है। इसी तरह वर्णनात्मक शोधों में शोध के प्रश्नों से काम चल जाता है। व्याख्यात्मक शोधों के लिए प्रायः शोध की परिकल्पनाओं का निर्माण किया जाता है।

#### 2.4.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. शोध प्ररचना के विभिन्न प्रकारों का वर्णन करें।
2. अन्वेषणात्मक या निरूपणात्मक शोध अभिकल्प का संक्षिप्त परिचय दें।
3. वर्णनात्मक शोध अभिकल्प का संक्षिप्त परिचय दें।
4. विश्लेषणात्मक अभिकल्प का संक्षिप्त परिचय दें।

#### 2.4.5 उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवके प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7  
सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बैंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and RonaldnS. Rubin (2004). "Marketing research" Seventh Edition, Prentice-hall of India Private Limited, New Delhi-110001.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008) "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## परिशिष्ट (Appendix): 2

### **Variables (चरें):**

शोध के अन्तर्गत जब भी कोई प्रतिरूप (Model) तैयार किया जाता है तब उसके समीकरणों में कुछ चर (Variables) और अचर (Constants) राशियाँ शामिल रहती है। सामान्य अर्थों में वैसी राशियाँ जिनके मान/मूल्य बदलते रहते हैं उनको चर तथा जिनके मान/मूल्य हमेशा स्थिर रहते हैं उनको अचर राशि कहते हैं। उदाहरण के लिए निम्नलिखित समीकरण

$$Y = a + b X \dots\dots(1)$$

उपरोक्त समीकरण में X और Y सामान्य चर हैं जबकि a, b अचर हैं।

कोई भी गुण, मात्रा या संख्या जिसे मापा या गिना जा सकता है चर कहलाता है। जैसे— वजन, आय, रंग, सुंदरता, प्राप्तांक, कीमत, व्यय इत्यादि। (A variable is any characteristics, number, or quantity that can be measured or counted.)

### ● चरों के प्रकार (Types of Variables)

#### (i). विभाज्यता (Divisibility) के आधार पर चर दो प्रकार के होते हैं—

**खंडित चर (Discrete Variable):** सामान्यतः वैसे चर जिनके मूल्यों को दशमलव रूप में विभाजित नहीं किया सकता है। उदाहरण के लिए, परिवार में बच्चों की संख्या, मकान में कमरों की संख्या इत्यादि।

**सतत चर (Continuous Variable):** सामान्यतः वैसे चर जिनके मूल्यों को दशमलव रूप में विभाजित किया सकता है। उदाहरण के लिए, वजन, तापमान, दूरी, उँचाई, आय, व्यय, उत्पादन इत्यादि।

#### (ii). प्रवृत्ति (trend) के आधार पर चर दो प्रकार के होते हैं—

**निर्धारणात्मक चर (Deterministic Variable):** वैसे चर जिनके मूल्यों को शुद्धता/दक्षता के साथ मापा तथा अनुमान लगाया जा सकता है उसे निर्धारणात्मक चर कहते हैं। उदाहरण के लिए आय, दूरी, वजन इत्यादि।

**दैव चर (Random Variable):** वैसे चर जिनके मूल्यों के बारे में अनुमान नहीं लगाया जा सकता है उसे दैव चर कहते हैं। उदाहरण के लिए प्राकृतिक घटनाओं जैसे भुकम्प, बाढ़, तूफान एवं अन्य दुर्घटनाओं आदि से होने वाले जन, पशु, सम्पत्ति, इत्यादि के नुकसान की मात्रा।

#### (iii). निर्भरता (Dependency) के आधार पर चर दो प्रकार के होते हैं—

**स्वतंत्र चर (Independent Variable):** मॉडल के विभिन्न समीकरणों में जिन चरों के मूल्य स्वतंत्र रूप से निर्धारित होते हैं उनको स्वतंत्र चर कहते हैं। उदाहरण के लिए, खाद्यान उत्पादन की मात्रा वर्षा की मात्रा पर निर्भर करता है। यहाँ वर्षा की मात्रा स्वतंत्र चर है। ऐसे चर प्रायः समीकरण में बराबर के चिन्ह के दायीं ओर स्थित होते हैं।

**निर्भर चर (Dependent Variable):** मॉडल के विभिन्न समीकरणों में जिन चरों का मान दूसरे चरों के मूल्यों पर निर्भर करता है उसे निर्भर चर कहते हैं। उदाहरण के लिए उपभोग की मात्रा आय की मात्रा पर निर्भर करता है। अतः यहाँ उपभोग की मात्रा निर्भर चर है। ऐसे चर प्रायः समीकरण में बराबर के चिन्ह के वार्यीं ओर स्थित होते हैं।

(iv). मॉडल (Model) के आधार पर चर दो प्रकार के होते हैं—

**अंतर्जात चर (Endogenous Variable):** जिन चरों का मूल्य दिए गए मॉडल को हल करने से प्राप्त किया जा सकता है वे अंतर्जात चर कहलाते हैं। उदाहरण के लिए, बाजार मॉडल के मांग समीकरण  $Q_x = a + b P_x + c I$  में  $Q_x =$  मांग की मात्रा तथा  $P_x =$  कीमत स्तर दोनों अंतर्जात चर हैं।

**बहिर्जात चर (Exogenous Variable):** जिन चरों के मूल्य मॉडल के हल करने से ज्ञात नहीं हो पाते हैं उनको बहिर्जात चर कहते हैं। उदाहरण के लिए, बाजार मॉडल के मांग समीकरण  $Q_x = a + b P_x + c I$  में  $I =$  उपभोक्ता की आय का स्तर बहिर्जात चर है।

इसके अलावे भी अध्ययन के दौरान निम्नलिखित प्रकार के चरों को प्रयोग होता है —

**भूतपूर्व (Lagged Variables):** काल श्रेणी (Time Series) के चरों में जब किसी समय को प्रारम्भिक बिन्दु मान लिया जाता है तब उस बिन्दु से पूर्व के मूल्यों को प्रदर्शित करने वाले चरों को भूतपूर्व चर (Lagged Variable) कहते हैं। उदाहरण के लिए यदि किसी चर के प्रारम्भिक बिन्दु को  $Y_t$  से प्रदर्शित किया जाता है तो  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots$  इत्यादि को भूतपूर्व चर कहते हैं।

**आभासी चर (Dummy Variables):** अध्ययन के अन्तर्गत कुछ ऐसे चर भी शामिल होते हैं जिनको प्रत्यक्षतः मापा नहीं जा सकता है अथवा वे किसी अन्य चर के साथ इस तरह से सम्बंधित होते हैं कि अध्ययन के निष्कर्ष को बुरी तरह प्रभावित कर सकते हैं तब उनके बदले उनके प्रतिनिधि के रूप में किसी दूसरे चर का प्रयोग किया जाता है जिसे आभासी चर कहते हैं। उदाहरण के लिए बुद्धिमता को प्रत्यक्षतः मापना कठिन है अतः इसके बदले बुद्धिमता परीक्षण के प्राप्तांकों का प्रयोग किया जाता है।



## खण्ड (Section)—3

### इकाई (Unit)— 1

#### प्रतिदर्श का अर्थ, महत्व एवं विशेषताएँ (Meaning, Importance and Characteristics of Sample):

##### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 3.1.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 3.1.1 परिचय (Introduction):

##### 3.1.2 प्रतिदर्श: अर्थ एवं परिभाषाएँ (Sample: Meaning and Definitions):

##### 3.1.3 प्रतिचयन के उद्देश्य (Objectives of Sampling):

##### 3.1.4 प्रतिदर्श का महत्व (Importance of the Sample):

##### 3.1.5 प्रतिदर्श की विशेषताएँ (Characteristics of the Sample):

##### 3.1.6 सारांश (Summary):

##### 3.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions of Exercise):

##### 3.1.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

##### 3.1.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रतिदर्श का अर्थ
- प्रतिदर्श का महत्व
- प्रतिदर्श की विशेषताएँ

##### 3.1.1 परिचय (Introduction):

अध्ययन के सभी इकाइयों के समूह को समग्र अथवा जनसंख्या (Population) कहते हैं। अगर छोटे समूह का अध्ययन करना हो तो समग्र के समस्त सदस्यों को अध्ययन में शामिल किया जा सकता है। परन्तु यदि बहुत बड़े समूह का अध्ययन करना हो तो समग्र के सभी सदस्यों को अध्ययन में शामिल करना बहुत कठिन है बल्कि कभी कभी तो असम्भव भी है। क्योंकि कभी कभी समग्र में अनगिनत सदस्य होते हैं। उदाहरण के लिए, यदि कोई खगोलविद समस्त तारों का अध्ययन करना चाहे तो उसके लिए यह सम्भव नहीं है।

सांख्यिकी इस समस्या का हल प्रस्तुत करता है। सांख्यिकी एक छोटे समूह के अध्ययन का विकल्प देता है। इस छोटे समूह को नमूना/प्रतिदर्श (Sample) कहते हैं। अगर नमूने की प्राप्ति विधि पूर्वक की जाती है तो नमूने के अध्ययन से प्राप्त निष्कर्ष समग्र के अध्ययन के बराबर ही महत्वपूर्ण होता है।

नमूने का सबसे महत्वपूर्ण गुण यह है कि वह समग्र का प्रतिनिधित्व करे। उदाहरण के लिए, एक स्वस्थ व्यक्ति के शरीर में 4 लीटर खून होता है उसमें से महज 10 मिली लीटर की जाँच की जाती है और पूरे

खून के बारे में निष्कर्ष दिया जाता है। हालांकि सामाजिक विज्ञान में इस तरह के उदाहरण कम ही मिलते हैं।

### 3.1.2 प्रतिदर्श: अर्थ एवं परिभाषाएँ (Sample: Meaning and Definitions):

प्रतिदर्श का पर्यायवाची नमूना है जिसका प्रयोग समग्र के छोटे अंश के लिए किया जाता है। अंग्रेजी भाषा में इसे सैंपल (Sample) कहा जाता है। सांख्यिकी अध्ययनों में प्रायः बड़े आकार के समग्रों का अध्ययन करने की बजाए उनके छोटे आकार के प्रतिनिधि प्रतिदर्शों का अध्ययन किया जाता है। इसके चलते अध्ययन की गुणवत्ता से बिना समझौता किए अध्ययन में लगने वाले समय और संसाधनों की बचत होती है। प्रायः सभी लोग हर दिन विभिन्न तरीके से प्रतिदर्श का उपयोग करते हैं। उदाहरण के लिए, गृहणियाँ चावल पकाते समय चावल के कुछ दानों के चयन एवं निरीक्षण करके सम्पूर्ण चावल के पकने की स्थिति के बारे में निर्णय लेती हैं। उसी तरह कोई उपभोक्ता बाजार में खरीदारी करते समय वस्तुओं की गुणवत्ता परखने के लिए कुछ वस्तुओं यानि प्रतिदर्श का निरीक्षण करता है।

सामान्य अर्थों में प्रतिदर्श/नमूना समग्र का प्रतिनिधित्व करने वाला एक छोटा समूह है जिसमें समग्र के सभी गुण मौजूद होते हैं। विद्वानों ने प्रतिदर्श/निदर्श/नमूना को निम्नलिखित रूप से परिभाषित किया है—

गुडे तथा हॉट के अनुसार, “प्रतिदर्श किसी बड़े आकार के समूह का अपेक्षाकृत एक छोटा प्रतिनिधि है।”

पी. वी. यंग के अनुसार, “एक सांख्यिकीय प्रतिदर्श एक सम्पूर्ण समूह या योग का अति लघु चित्र है जिसमें से प्रतिदर्श लिया गया है।”

फेयर चाइल्ड के अनुसार, “प्रतिचयन/निदर्शन/प्रतिदर्श/नमूना चयन की सांख्यिकीय पद्धति वह प्रक्रिया अथवा पद्धति है जिसके द्वारा एक विशिष्ट समग्र में से निश्चित संख्या में व्यक्तियों, वस्तुओं, विषयों अथवा निरीक्षणों को निकाला जाता है।”

उपरोक्त परिभाषाओं से स्पष्ट है कि प्रतिदर्श किसी बड़े समूह या योग (जनसंख्या) का एक छोटा भाग है जो कि समग्र के सभी गुणों का उचित प्रतिनिधित्व करता है। अर्थात् प्रतिदर्श के सदस्यों में वे सारी विशेषताएँ होती हैं जो समग्र के सदस्यों में होती हैं।

### 3.1.3 प्रतिचयन के उद्देश्य (Objectives of Sampling):

सांख्यिकीय अध्ययनों में प्रतिचयन के निम्नलिखित उद्देश्य हैं —

(i). समय की बचत (Saving the Time): समग्र के सभी सदस्यों को अध्ययन में शामिल करने की अपेक्षा कुछ सीमित सदस्यों को शामिल करने के कारण कम समय में अध्ययन को पूरा करना सम्भव हो पाता है।

(ii). साधनों की बचत (Saving the Resources): समग्र का अध्ययन करने की अपेक्षा प्रतिदर्श का अध्ययन करने से कम खर्च में अध्ययन को पूरा कर पाना सम्भव हो पाता है। भौतिक व्यय के साथ साथ मानवीय श्रम की भी बचत होती है।

(iii). क्षति नियंत्रण (Damage Control): खासकर ऐसे अध्ययनों में जिसमें अध्ययन के दौरान शामिल तथ्यों या वस्तुओं का नुकसान हो जाता है प्रतिदर्श के अध्ययन से क्षति को सीमित किया जा सकता है। उदाहरण के लिए खून की जाँच के दौरान शरीर से निकाला गया खून बेकार हो जाता है। प्रतिदर्श के अध्ययन के दौरान कम से कम खून की मात्रा नष्ट होता है।

(iv). असीमित सदस्यों वाले समग्रों का अध्ययन करना (Study of Infinite populations): अनन्त सदस्यों वाले समग्र का अध्ययन करना बिना प्रतिदर्श के सम्भव नहीं हो सकता है। उदाहरण के लिए ब्रम्हाण्ड के सभी तारों का अध्ययन एक साथ करना सम्भव नहीं है परन्तु कुछ तारों को चुनकर अध्ययन किया जा सकता है।

### 3.1.4 प्रतिदर्श का महत्व (Importance of the Sample):

अगर प्रतिदर्श (Sample) का उपयोग न किया जाए तो निर्णय/निष्कर्ष देने के लिए समग्र के सभी सदस्यों का अध्ययन करना पड़ेगा जो कि व्यवहारिक नहीं है और कभी कभी तो ऐसा करना सम्भव भी नहीं होता है। अतः सांख्यिकीय अध्ययनों में प्रतिचयन यानि प्रतिदर्शों का चुनाव एक महत्वपूर्ण चरण है। प्रतिचयन का महत्व निम्नलिखित बातों से सिद्ध होता है –

(i). **समय की सीमितता (Time Constraint):** निश्चित समय के अन्तर्गत अध्ययन को पूरा करने के लिए समग्र के सभी सदस्यों का अध्ययन करना सम्भव नहीं होता है तब प्रतिदर्श का अध्ययन करना ही विकल्प बचता है।

(ii). **व्यय की सीमितता (Budget Constraint):** प्रायः व्यय की तय सीमा में समग्र के सभी सदस्यों का अध्ययन करना भी सम्भव नहीं हो पाता है तब भी प्रतिदर्श का अध्ययन करना ही विकल्प बचता है।

(iii). **अध्ययन की प्रकृति (Nature of Study):** कभी कभी अध्ययन की प्रकृति ही ऐसी होती है कि इसमें समग्र के सभी सदस्यों को अध्ययन में शामिल कर पाना सम्भव नहीं होता है। उदाहरण के लिए, किसी मरीज के खून की जाँच करनी हो तो इसके शरीर से समस्त खून को नहीं निकाला जा सकता है।

(iv). **अध्ययन में उपयोगिता (Utility in the Study):** सांख्यिकीय अध्ययनों में प्रायः देखा जाता है कि समग्र के अध्ययन और प्रतिदर्श के अध्ययन के निष्कर्षों में बहुत अन्तर नहीं रहता है। प्रतिदर्श के अध्ययनों में होने वाली त्रुटियों की सीमा का निर्धारण सम्भव होता है।

### 3.1.5 प्रतिदर्श की विशेषताएँ (Characteristics of the Sample):

अच्छे प्रतिदर्श की निम्नलिखित विशेषताएँ हैं –

(i). **प्रतिनिधित्व (Representativeness):** एक अच्छे प्रतिदर्श की सबसे बड़ी विशेषता उसका समग्र का प्रतिनिधित्व करना है। यह एक ऐसा गुण है जिसमें सारे गुणों का समावेश हो जाता है। ऐसा तभी सम्भव हो पाता है जब प्रतिदर्श के चुनाव में समग्र के सभी वर्गों को उसके भार के अनुपात में महत्व दिया जाता है। उदाहरण के लिए चावल पकाते समय वर्तन के सभी भागों को अच्छे से मिलाकर एक चम्मच चावल (Sample) लिया जाता है जो पूरे वर्तन के चावल (Population) का प्रतिनिधित्व करता है। यानि कि एक चम्मच चावल का अध्ययन करने के बाद पूरे वर्तन के चावल के पकने के बारे में निष्कर्ष दिया जाता है।

(ii). **पर्याप्त आकार (Optimal Size):** उचित आकार का होना भी एक अच्छे प्रतिदर्श की विशेषता है। बहुत छोटे या बहुत बड़े आकार के प्रतिदर्शों को अच्छा नहीं माना जाता है। बहुत छोटे आकार के प्रतिदर्श समग्र का उचित प्रतिनिधित्व नहीं करते हैं जबकि बहुत बड़े आकार के प्रतिदर्शों के कारण अध्ययन की जटिलता बढ़ जाती है।

(iii). **दैव चयनित (Random Selection):** उद्देश्यपूर्ण या सुविधाजनक तरीकों से चयनित प्रतिदर्शों की बजाए दैव प्रतिचयन विधि से चयनित प्रतिदर्श अच्छे माने जाते हैं।

(iv). **मितव्ययी (Economical):** एक अच्छे प्रतिदर्श को मितव्ययी भी होना चाहिए। अर्थात् प्रतिदर्श निश्चित बजट में ही प्राप्त किया जाना चाहिए।

(v). **उद्देश्यों के अनुरूप (According to Objectives):** एक अच्छे प्रतिदर्श को अध्ययन के उद्देश्यों के अनुरूप होने चाहिए।

3.1.6 **सारांश (Summary):** अध्ययन के सभी इकाइयों के समूह को समग्र अथवा जनसंख्या (Population) कहते हैं। छोटे आकार के समग्र के सभी सदस्यों को अध्ययन में शामिल किया जा सकता है परन्तु बड़े या असीमित सदस्यों वाले समग्र का अध्ययन करना सम्भव नहीं होता है। ऐसे में

सांख्यिकी में प्रतिदर्श का विकल्प मिलता है। जिसके चलते समग्र के कुछ सदस्यों को नमूना के रूप में चुनकर अध्ययन किया जाता है। सौभाग्य से प्रतिदर्श के अध्ययन का निष्कर्ष समग्र के अध्ययन से मिलता जूलता ही होता है। ऐसे में प्रतिदर्श के अध्ययन से समय तथा संसाधनों की भी बचत होती है। प्रतिचयन की दैव विधि सबसे अच्छी मानी जाती है जिसमें समग्र के सभी सदस्यों के लिए प्रतिदर्श में चुने जाने की सम्भावना समान होती है।

### 3.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions of Exercise):

1. प्रतिदर्श से आप क्या समझते हैं?
2. प्रतिदर्श की विशेषताएँ बताएँ।
3. प्रतिदर्श का महत्व बताएँ।

### 3.1.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)—3

### इकाई (Unit)— 2

#### समग्र बनाम प्रतिदर्श सर्वेक्षण (Population Survey versus Sample Survey):

इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

3.2.0 उद्देश्य (Objectives):

3.2.1 परिचय (Introduction):

3.2.2 समग्र बनाम प्रतिदर्श (Population versus Sample):

3.2.3 समग्र अध्ययन और प्रतिदर्श अध्ययन में अंतर (Difference between Census and Sample Study):

3.2.4 सारांश (Summary):

3.2.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

3.2.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

3.2.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के बाद आप जानेंगे—

- समग्र का परिचय
- प्रतिदर्श का परिचय
- सर्वेक्षण का परिचय
- समग्र बनाम प्रतिदर्श सर्वेक्षण

3.2.1 परिचय (Introduction):

शोध समस्या का चुनाव तथा समस्या से सम्बंधित परिकल्पनाओं का निर्माण कर लेने के बाद सबसे महत्वपूर्ण कार्य शोध से सम्बंधित तथ्यों के संकलन का कार्य प्रारम्भ किया जाता है। तथ्यों/समकों के संकलन के लिए उपयुक्त प्रविधि तैयार करने से पहले यह निर्णय कर लिया जाता है कि अध्ययन की इकाई क्या होगी तथा कितनी इकाइयों का अध्ययन किया जाएगा? इस संदर्भ में निम्नलिखित दो विकल्प उपलब्ध होते हैं—

क. समग्र के सभी इकाइयों का अध्ययन किया जाए, अथवा

ख. समग्र का प्रतिनिधित्व करने वाले एक छोटे समूह का अध्ययन किया जाए।

पहले विकल्प द्वारा किया जाने वाला अध्ययन समग्र अथवा जनगणना अध्ययन (Census Study) कहा जाता है तथा दूसरे विकल्प द्वारा किया गया अध्ययन प्रतिदर्श अध्ययन (Sample Study) कहा जाता है।

### 3.2.2 समग्र बनाम प्रतिदर्श (Population versus Sample):

**समग्र बनाम प्रतिदर्श अध्ययन (Census versus Sample Study):** समग्र के अध्ययन को जनगणना विधि भी कहा जाता है। इसके अंतर्गत अध्ययन के लिए तय समूह (Target Group) के सभी सदस्यों से सूचनाएँ एकत्रित किया जाता है। अध्ययन के लिए तय समूह का आकार कुछ भी हो सकता है। उदाहरण के लिए, एक गाँव, पंचायत, तहसील, जिला, राज्य अथवा राष्ट्र के सभी सदस्यों से सूचनाएँ एकत्रित किया जाता है। उदाहरण के लिए भारत में हर दस वर्षों के अंतराल पर सभी नगरिकों से जनगणना के द्वारा कई तरह की जरूरी सामाजिक आर्थिक सूचनाएँ एकत्रित किया जाता है।

इसके विररीत प्रतिदर्श अध्ययन में अध्ययन के लिए तय समूह के कुछ चुने हुए सदस्यों से ही सूचनाएँ एकत्रित किया जाता है। इसके चलते अध्ययन में लगने वाला समय और संसाधनों की बचत होती है। उदाहरण के लिए, भारत में नागरिकों के स्वास्थ्य सम्बंधी अध्ययन के लिए राष्ट्रीय परिवार स्वास्थ्य सर्वेक्षणों (NFHS) में प्रतिदर्श अध्ययन विधि का प्रयोग किया जाता है। इसी तरह से भारत में राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण संगठन (NSSO) द्वारा देश भर में शिक्षा, स्वास्थ्य तथा रोजगार आदि के क्षेत्र में प्रतिदर्श अध्ययन किया जाता है।

### 3.2.3 समग्र अध्ययन और प्रतिदर्श अध्ययन में अंतर (Difference between Census and Sample Study):

समग्र अध्ययन और प्रतिदर्श अध्ययन में निम्नलिखित भेद हैं—

समग्र अध्ययन	प्रतिदर्श अध्ययन
समग्र के अध्ययन में अध्ययन के लिए लक्षित समूह के सभी सदस्यों को शामिल किया जाता है।	प्रतिदर्श के अध्ययन में अध्ययन के लिए लक्षित समूह के कुछ चुने हुए सदस्यों को ही शामिल किया जाता है।
समग्र अध्ययन में अध्ययन के लिए लक्षित समूह का आकार बड़ा होता है।	प्रतिदर्श के अध्ययन में अध्ययन के लिए चयनित समूह का आकार छोटा होता है।
समग्र के बड़े आकार/समूह का अध्ययन करने के लिए अधिक समय और संसाधनों की जरूरत पड़ती है।	प्रतिदर्श के छोटे आकार/समूह का अध्ययन करने के लिए कम समय और संसाधनों की जरूरत पड़ती है।
समग्र के अध्ययन में प्रतिचयन की त्रुटियाँ होने की सम्भावना नहीं रहती है।	प्रतिदर्श के अध्ययन में प्रतिचयन की त्रुटियाँ होने की सम्भावना बनी रहती है। प्रतिचयन में कितना भी सावधानी बरती जाए कुछ न कुछ त्रुटि होने की सम्भावना बनी रहती है।
कभी कभी समग्र का आकार असीमित होने के कारण समग्र का अध्ययन सम्भव नहीं होता है।	हर तरह के प्रतिदर्श का आकार सीमित होता है।
कभी कभी समग्र की प्रकृति के कारण भी समग्र अध्ययन सम्भव नहीं को पाता है। उदाहरण के लिए, किसी मरीज के समस्त खून का अध्ययन/जाँच करना सम्भव नहीं है।	वैसा समग्र जिसके अध्ययन सम्भव नहीं है उसके प्रतिदर्श का अध्ययन सम्भव हो पाता है। उदाहरण के लिए, मरीज के खून की जाँच करने के लिए खून का प्रतिदर्श/नमूना लिया जाता है।

**नोट:** समग्र के अध्ययन और उसके प्रतिनिधि प्रतिदर्श के अध्ययन के निष्कर्षों में बहुत अंतर नहीं आता है। इसलिए सांख्यिकीय दृष्टि से प्रायः प्रतिदर्श अध्ययन को प्राथमिकता दी जाती है।

### 3.2.4 सारांश (Summary):

शोध कार्यों में सर्वेक्षण समकों के संकलन और प्रदर्शन और विश्लेषण की एक विधि है। जब शोध के लिए लक्षित सभी सदस्यों/समग्र का सर्वेक्षण किया जाता है तब उसे समग्र सर्वेक्षण कहा जाता है। जब समग्र

के एक छोटे समूह का चयन करके उसका सर्वेक्षण किया जाता है तब उसे प्रतिदर्श सर्वेक्षण कहा जाता है। इन दोनों में से किस विधि का उपयोग किया जाए यह शोध की परिस्थितियों पर निर्भर करता है।

### 3.2.5 अभ्यास के प्रश्न (Questiona for Exercise):

1. समग्र के अध्ययन से आप क्या समझते हैं?
2. प्रतिदर्श के अध्ययन से आप क्या समझते हैं?
3. प्रतिदर्श अध्ययन और समग्र अध्ययन में क्या अंतर है?

### 3.2.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)—3

### इकाई (Unit)— 3

#### प्रतिदर्श का आकार (Size of Sample):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 3.3.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 3.3.1 परिचय (Introduction):

##### 3.3.2 प्रतिदर्श का आकार (Size of the Sample):

##### 3.3.2.क. सम्भाव्यता प्रतिदर्श का आकार (Size of the Probability Sample):

##### 3.3.2.ख. वर्गीकृत प्रतिदर्शों का उपयुक्त आकार (Stratified Sample Size)

##### 3.3.2.ग. गैर-सम्भाव्यता प्रतिदर्श का आकार (Size of the Non Probability Sample):

##### 3.3.3 सारांश (Summary):

##### 3.3.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 3.3.5 उपयोगी पुस्तकें/शोधग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

##### 3.3.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रतिदर्श के आकार के बारे में

##### 3.3.1 परिचय (Introduction):

शोधकार्य में नमूने के आकार का भी महत्व होता है। हालांकि वास्तविक विज्ञान के शोधों में छोटे आकार के नमूने से भी काम चल जाता है पर सामाजिक विज्ञान के शोधों में अपेक्षाकृत बड़े आकार का नमूना लिया जाता है। बर्तन में से अच्छी तरह से मिलाकर निकाले गये एक चावल के दाने के निरीक्षण से भी बर्तन के समस्त चावल के पकने की स्थिति का पता चल जाता है।

**अर्थमिति (Econometrics)** में जहाँ संख्यात्मक समंकों का प्रयोग किया जाता है 30 से अधिक संख्या वाले समंकों के समूह को बड़ा नमूना तथा 30 से कम संख्या वाले समंकों के समूहों को छोटा नमूना कहा गया है। पर अन्य सामाजिक विषयों में जहाँ गुण प्रधान समंकों का प्रयोग अधिक होता है वहाँ समग्र के आकार तथा शोध की प्रकृति एवं उद्देश्यों के अनुसार नमूने का आकार तय किया जाता है।

उदाहरण के लिए, यदि किसी पंचायत में गरीबी का अध्ययन करना हो तो अपेक्षाकृत छोटे नमूने से काम चल जाएगा। परन्तु इस अध्ययन में यदि विभिन्न वर्गों (सामान्य, पिछड़ा, अनुसूचित इत्यादि) का भी उल्लेख करना हो तो नमूने का आकार अपेक्षाकृत बड़ा रखना होगा। इसी तरह से यदि, अध्ययन का क्षेत्र बड़ा (पंचायत की जगह जिला या राज्य स्तर) होता है तो नमूने का आकार भी बड़ा रखना पड़ता है।



### 3.3.2 प्रतिदर्श का आकार (Size of the Sample):

अलग अलग चयन विधियों के अनुसार प्रतिदर्श के आकार का निर्धारण किया जाता है।

#### 3.3.2.क. सम्भाव्यता प्रतिदर्श का आकार (Size of the Probability Sample):

किसी शोध या सांख्यिकीय अध्ययन के लिए सम्भाव्यता प्रतिदर्श के उपयुक्त आकार (Appropriate Sample Size) का निर्णय लेने में निम्नलिखित बातों का ध्यान रखना चाहिए –

(i). **मान्य त्रुटि स्तर (level of tolerable error):** मान्य त्रुटि स्तर से यहाँ तात्पर्य त्रुटि के उस स्तर से है जिसके होने से अध्ययन के उद्देश्यों पर कोई खास असर नहीं पड़ता है। किसी भी सांख्यिकीय अध्ययन का त्रुटि रहित होना प्रायः असम्भव है। सांख्यिकीय अध्ययनों में त्रुटि के कई कारण हैं। जिसमें प्रतिदर्श के चुनाव की त्रुटियाँ, समकों की माप में त्रुटियाँ इत्यादि प्रमुख हैं। उदाहरण के लिए यदि कोई व्यवसायी किसी शहर में अपना मॉल खोलने से पूर्व शहर के निवासियों की औसत वार्षिक आय की गणना करना चाहता है तो वह सोचता है कि औसत आय की गणना में 1000 रूपया तक की त्रुटि से उसके उद्देश्यों पर कोई विशेष प्रभाव नहीं पड़ेगा। अर्थात् यहाँ मान्य त्रुटि 1000 रूपया है।

(ii). **विश्वास का स्तर (degree of confidence):** यदि किसी अध्ययन के अन्तर्गत पूर्णतः यानि 100 प्रतिशत विश्वास का स्तर तय किया जाता है तो फिर समग्र के सभी तत्वों/सदस्यों को अध्ययन में शामिल करना होगा। प्रायः 95 प्रतिशत या 99 प्रतिशत विश्वास का स्तर रखा जाता है।

(iii). **समग्र का मानक विचलन (Standard Deviation of Population):** सामान्यतः प्रतिदर्श का आकार समग्र के मानक विचलन के समानुपातिक होना चाहिए। अर्थात् जब समग्र का मानक विचलन अधिक हो तब अपेक्षाकृत बड़े आकार का प्रतिदर्श लेना चाहिए। इसके विपरीत जब समग्र का मानक विचलन कम हो तो अपेक्षाकृत छोटे आकार के प्रतिदर्श से काम चल जाता है।

समग्र के मानक विचलन के संदर्भ में दो बातें सम्भव होती हैं –

**पहली** जब समग्र का मानक विचलन ज्ञात होता है, तथा

**दूसरी** जब समग्र का मानक विचलन अज्ञात होता है।

समग्र का मानक विचलन ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित विधियों का प्रयोग किया जाता है –

(a). जब समग्र का मानक विचलन अज्ञात होता है तब उसे प्रतिदर्शों द्वारा ज्ञात किया जाता है। दैव प्रतिचयन विधि से चयनित प्रतिदर्श का मानक विचलन समग्र के मानक विचलन का प्रतिनिधित्व करता है।

(b). पूर्व के अध्ययनों से ज्ञात मानक विचलन का प्रयोग भी किया जाता है।

(c). समग्र के मानक विचलन का अनुमान समग्र के विस्तार को ज्ञात करके भी लगाया जाता है। इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है –

$$\sigma = \frac{\text{Range of Population}}{6}$$

उपरोक्त तीनों बिन्दुओं को ध्यान में रखते हुए माध्य की गणना करने के लिए प्रतिदर्श के आकार को निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है –

$$n = \left( \frac{Z \cdot S}{e} \right)^2$$

जहाँ,  $n$  = प्रतिदर्श का आकार (size of sample)

Z = दिए गए विश्वास स्तर पर **Z- टेस्ट** का मान (Value of Z statistics at the certain level of confidence)

उदाहरण के लिए, 95 प्रतिशत विश्वास स्तर के लिए Z - टेस्ट (Z Statistics) का मान 1.96 है।

S = समग्र का प्रमाप विचलन (Population Standard Deviation)

e = मान्य त्रुटि स्तर है (tolerable error) है।

उपरोक्त सूत्र के प्रयोग को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है –

**Example (3.3.1):** यदि किसी अध्ययन में माध्य की गणना करने के लिए मान्य त्रुटि स्तर 1000 रूपया तथा समग्र का मानक विचलन 22000 रूपया है। 95 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर प्रतिदर्श के आकार का निर्धारण करें।

हल: उपरोक्त सूत्र से,

$$n = \left(\frac{Z \cdot S}{e}\right)^2$$

$$\text{Or, } n = \left(\frac{1.96 \times 22000}{1000}\right)^2 = \left(\frac{43120}{1000}\right)^2 \cong 1858$$

नोट: यदि सीमित समग्र का आकार (Size of finite Population) भी ज्ञात हो तो प्रतिदर्श के आकार का निर्धारण करने के लिए उपरोक्त सूत्र में निम्नलिखित सुधार किया जाता है –

$$n_{adj} = \frac{N(\hat{\sigma}^2 Z^2)}{Ne^2 + \hat{\sigma}^2 Z^2}$$

जहाँ,

$n_{adj}$  = प्रतिदर्श का संशोधित आकार (Adjusted Size of Sample) है।

$\hat{\sigma}^2$ , समग्र का प्रसरण गुणक (coefficient of variation)

N, समग्र का आकार (Size of Population) है।

उपरोक्त उदाहरण में यदि N = 2641 है तब प्रतिदर्श का संशोधित आकार(Adjusted Size of Sample)

$$n_{adj} = \frac{N(\hat{\sigma}^2 Z^2)}{Ne^2 + \hat{\sigma}^2 Z^2} = \frac{(2641) \times (19500)^2 \times (1.96)^2}{(2641) \times (1000)^2 + (19500)^2 \times (1.96)^2}$$
$$= 940.54 \cong 941$$

वर्तमान गणना से स्पष्ट है कि जब सीमित आकार के समग्र की संख्या के आधार पर सूत्र को संशोधित किया जाता है तब उसी शुद्धता के साथ प्रतिदर्श के छोटे आकार की जरूरत पड़ती है।

(iv). **अनुमानित गुणकों की संख्या (number of estimated coefficients):** सामान्यतः ऐसा माना जाता है कि यदि किसी अध्ययन में अधिक गुणकों (coefficients) का आकलन करना हो तो अपेक्षाकृत बड़े प्रतिदर्श की आवश्यकता होती है।

(v). **सूचकों की प्रतिक्रिया की दर (Rate of response in the respondents):** प्रतिदर्श के आकार निर्धारण में सूचकों द्वारा प्रतिक्रिया करने की दर भी महत्वपूर्ण होती है। उदाहरण के लिए यदि सूचकों की प्रतिक्रिया दर 60 प्रतिशत है तब किसी अध्ययन में 60 सूचकों से जानकारी प्राप्त करने के लिए 100 सूचकों से सम्पर्क करना होगा।

(vi). **प्रतिदर्श की लागत (cost of sampling):** किसी भी अध्ययन की लागत भी एक सीमा तय करती है। अर्थात् बड़े बजट के साथ बड़े आकार का प्रतिदर्श लेना सम्भव होता है जबकि इसके विपरीत कम बजट के अध्ययनों में अपेक्षाकृत छोटे आकार के प्रतिदर्श से काम चलाना पड़ता है। यदि अध्ययन के लिए विश्वास के स्तर को कम कर दिया जाता है तब अपेक्षाकृत छोटे आकार के प्रतिदर्श से काम चल जाता है। इसी तरह से यदि अध्ययन के लिए मान्य त्रुटि के स्तर को बढ़ा दिया जाता है तब भी अपेक्षाकृत छोटे आकार के प्रतिदर्श से काम चल जाता है।

(vii). **विश्लेषण का स्तर (Level of Analysis):** यदि अध्ययन के दौरान कई स्तरों पर विश्लेषण करना होता है तब अपेक्षाकृत बड़े आकार का प्रतिदर्श लेना चाहिए। उदाहरण के लिए यदि पहली स्थिति में किसी संसदीय चुनाव में केवल राष्ट्रीय स्तर पर यानि कुल 543 उम्मीदवारों के लिए हार जीत का अनुमान लगाना हो तथा दूसरे अध्ययन में राष्ट्रीय के साथ साथ अलग अलग 28 राज्यों का अनुमान भी लगाना हो जो दूसरे अध्ययन में प्रतिदर्श का आकार अपेक्षाकृत बड़ा लेना चाहिए।

### 3.3.2.ख. वर्गीकृत प्रतिदर्शों का उपयुक्त आकार (Stratified Sample Size)

जब समग्र के अंतर्गत कई स्पष्ट विभाजन/वर्ग या स्तर (Strata) होता है तब वर्गीकृत प्रतिदर्श (Stratified Sampling) किया जाता है। एसी स्थिति में दो तरह से प्रतिदर्श का चयन किया जाता है –

(a). **अनुपातिक वर्गीकृत प्रतिचयन (Proportionate Stratified Sampling):** सामान्यतः जब किसी वर्गीकृत समग्र के सभी वर्गों में सदस्यों की संख्या और मानक विचलन का मान ज्ञात होता है तथा अध्ययन का उद्देश्य समग्र का एकीकृत माध्य ज्ञात करना हो तब अनुपातिक वर्गीकृत प्रतिचयन विधि का प्रयोग किया जाना चाहिए।

इस विधि में पहले सम्पूर्ण प्रतिदर्श के उपयुक्त आकार का निर्धारण किया जाता है तथा फिर उनको विभिन्न वर्गों की संख्या के अनुपात में बाँट दिया जाता है। सम्पूर्ण प्रतिदर्श के आकार को निर्धारित करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है –

$$n = \frac{Z^2}{(\bar{X} - \mu)^2} \sum w_i \hat{\sigma}_i^2$$

जहाँ,  $n$  = सम्पूर्ण प्रतिदर्श का आकार

$Z$  = दिए गए विश्वास स्तर पर टेस्ट का मान (Value of  $Z$  – Test at given confidence level)

$(\bar{X} - \mu)$  = मान्य त्रुटि स्तर

$w_i = \frac{N_i}{N}$  समग्र के किसी खास वर्ग में सदस्यों की संख्या का समग्र के कुल सदस्यों की संख्या का अनुपात है।

$\hat{\sigma}_i$  = समग्र के किसी खास वर्ग में मानक विचलन का मान।

नोट: मानक विचलनों का मान पूर्व ज्ञात हो सकता है या छोटे आकार के प्रतिदर्श (*Pilot sample*) द्वारा ज्ञात किया जाता है।

**Example (3.3.2):** कुल 2641 सदस्यों वाले समग्र के चार वर्गों की संख्या और मानक विचलन का विवरण दिया गया है। इसके आधार पर आनुपातिक विधि से चयनित प्रतिदर्श के कुल और विभिन्न वर्गों से चयनित सदस्यों की संख्या ज्ञात करें।

वर्ग	सदस्यों की संख्या	वजन (Weight)	मानक विचलन
1	447	0.169	9769
2	474	0.179	18640
3	655	0.248	6015
4	1065	0.403	7027
कुल	2641		

हल: उपरोक्त सूत्र से,

$$n = \frac{Z^2}{(\bar{X} - \mu)^2} \sum w_i \hat{\sigma}_i^2$$

जहाँ,  $n$  = सम्पूर्ण प्रतिदर्श का आकार

$$Z = 1.96$$

$$(\bar{X} - \mu) = 1000$$

$$w_i = \frac{N_i}{N}$$

$$w_1 = \frac{N_1}{N} = \frac{447}{2641} = 0.169$$

$$w_2 = \frac{N_2}{N} = \frac{474}{2641} = 0.179$$

$$w_3 = \frac{N_3}{N} = \frac{655}{2641} = 0.248$$

$$w_4 = \frac{4}{N} = \frac{1065}{2641} = 0.403$$

$\hat{\sigma}_i$  = समग्र के किसी खास वर्ग में मानक विचलन का मान।

$$n = \frac{Z^2}{(\bar{X} - \mu)^2} \sum w_i \hat{\sigma}_i^2$$

$$= \frac{(1.96)^2}{(1000)^2} [ (0.169)(9769)^2 + (0.179)(18640)^2 + (0.248)(6015)^2 + (0.403)(7027)^2 ]$$

$$= \frac{3.84}{1000000} (107,194,040) = 411.6 \text{ or } 412.$$

अंत में प्रतिदर्श के कुल निर्धारित संख्या 412 को विभिन्न वर्गों की संख्या के अनुपात में विभाजित करते हैं। उदाहरण के लिए प्रथम वर्ग का वजन (weigh) 0.169 है अतः इस वर्ग से  $0.169 \times 412 = 69.62 \cong 70$  सदस्यों को चुना जाएगा। इसी तरह दूसरे वर्ग से  $0.179 \times 412 = 73.74 \cong 74$  सदस्यों को चुना जाएगा। इसी तरह तीसरे वर्ग से  $0.248 \times 412 = 102.17 \cong 102$  सदस्यों को चुना जाएगा। इसी तरह चौथे वर्ग से  $0.403 \times 412 = 166.036 \cong 166$  सदस्यों को चुना जाएगा।

नोट: अगर समग्र के संयुक्त मानक विचलन का मान ज्ञात हो तो पहले वाले सूत्र,

$n = \left(\frac{Z \cdot S}{e}\right)^2$  का प्रयोग भी समान परिणाम देता है। यहाँ,  $n$ , संयुक्त प्रतिदर्श का आकार है।

(b). गैर अनुपातिक वर्गीकृत प्रतिचयन (**Disproportionate Stratified Sampling**): जब समग्र के विभिन्न वर्गों का प्रसरण (Variance) तथा सदस्यों की संख्या (Number of elements) ज्ञात होता है तब गैर अनुपातिक वर्गीकृत प्रतिचयन का उपयोग उपयुक्त होता है। इस विधि के अन्तर्गत सामान्यतः अधिक प्रसरण वाले वर्गों से ज्यादा तथा कम प्रसरण वाले वर्गों से कम सदस्यों को प्रतिदर्श के अन्तर्गत चुना जाता है। इस विधि का प्रयोग करने से अनुपातिक विधि की अपेक्षा छोटे आकार के प्रतिदर्श से काम हो जाता है। गैर अनुपातिक विधि से प्रतिदर्श का चुनाव करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है –

$$n = \frac{Z^2}{(\bar{X} - \mu)^2} (\sum w_i \hat{\sigma}_i)^2$$

जहाँ,  $n$  = सम्पूर्ण प्रतिदर्श का आकार

$Z$  = दिए गए विश्वास स्तर पर टेस्ट का मान (Value of Z – Test at given confidence level)

$(\bar{X} - \mu)$  = मान्य त्रुटि स्तर

$w_i = \frac{N_i}{N}$  समग्र के किसी खास वर्ग में सदस्यों की संख्या का समग्र के कुल सदस्यों की संख्या का अनुपात है।

$\hat{\sigma}_i$  = समग्र के किसी खास वर्ग में मानक विचलन का मान।

उपरोक्त उदाहरण (3.3.2) में दिए गए तथ्यों से गैर अनुपातिक प्रतिचयन विधि का प्रयोग करने पर,

$$\begin{aligned} \text{प्रतिदर्श का आकार (n)} &= \frac{Z^2}{(\bar{X} - \mu)^2} (\sum w_i \hat{\sigma}_i)^2 \\ &= \frac{(1.96)^2}{(1000)^2} [(0.169)(9769) + (0.179)(18640) + (0.248)(6015) + \\ &\quad (0.403)(7027)]^2 \\ &= \frac{3.84}{1000000} (86696993) = 332.9 \text{ or } 333. \end{aligned}$$

यहाँ स्पष्ट है कि अनुपातिक विधि से प्रतिदर्श का चुनाव करने पर कुल 412 सदस्यों का चुनाव किया जाता है परन्तु गैर अनुपातिक विधि से चुनाव करने पर केवल 333 सदस्यों का ही चुनाव करना पड़ता है।

इस विधि का प्रयोग करने पर अलग अलग वर्गों से चयनित सदस्यों की संख्या ( $n_i$ ) को ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है –

$$n_i = \frac{N_i \hat{\sigma}_i}{\sum_{i=1}^k (N_i \hat{\sigma}_i)} (n)$$

इस प्रकार से अलग अलग वर्गों से चयनित सदस्यों की संख्या को निम्नलिखित तालिका में व्यवस्थित किया गया है –

I	$N_i$	$\hat{\sigma}_i$	$N_i\hat{\sigma}_i$	$\frac{N_i\hat{\sigma}_i}{\sum_{i=1}^k(N_i\hat{\sigma}_i)}$	n	$n_i$
1	447	9769	4366743	0.18	333	60
2	474	18640	8835360	0.36	333	120
3	655	6015	3939825	0.16	333	53
4	1065	7027	<u>7483755</u>	0.30	333	<u>100</u>
			24625683	1.00		333

### 3.3.2.ग. गैर- सम्भाव्यता प्रतिदर्श का आकार (Size of the Non Probability Sample):

गैर सम्भाव्यता चयन में प्रतिदर्श के आकार के लिए कोई खास सूत्र का प्रयोग नहीं किया जाता है। इस तरह के उद्देश्यपूर्ण प्रतिचयनों में व्यक्तिगत निर्णय को महत्व दिया जाता है। समग्र का प्रतिनिधित्व करना प्रतिदर्श की प्रमुख विशेषता है। इस बात को ध्यान में रखते हुए परिस्थितिजन्य निर्णय लेना चाहिए। इस तरह की स्थितियों में प्रायः प्रतिचयन के लिए उपलब्ध बजट का आकार भी प्रतिचयन के आकार को निर्धारित करने में मुख्य भूमिका निभाता है।

#### ● क्रमबद्ध प्रतिदर्श का आकार (Size Sequential Sampling):

इस तरह के अध्ययनों में प्रतिदर्श का आकार पूर्व निर्धारित करने के बजाए गलतियों से सीखने (trail and error) के सिद्धान्त को अपनाया जाता है। अर्थात् इस विधि में क्रमशः छोटे से बड़े आकार के प्रतिदर्शों का अध्ययन तब तक करते रहते हैं जब तक कि अध्ययन के निष्कर्षों में वांछित लक्ष्य/उद्देश्य प्राप्त न हो जाएँ।

अध्ययन की इस विधि में अपेक्षाकृत छोटे आकार के प्रतिदर्श से काम चल जाता है जिसके चलते अध्ययन की लागत भी कम आती है।

**नोट:** (i). समग्र के मानक विचलन का मान अधिक होने पर प्रतिदर्श का आकार भी अपेक्षाकृत बड़ा रखना चाहिए।

(ii). जैसे जैसे प्रतिदर्श का आकार बढ़ाया जाता है प्रतिचयन त्रुटि (Sampling Error) कम होती जाती है। जब प्रतिदर्श में समग्र के सभी सदस्यों को शामिल कर लिया जाता है तब प्रतिचयन त्रुटि शून्य हो जाती है।

(iii). वर्गीकृत समग्र से गैर अनुपातिक वर्गीकृत प्रतिदर्श (Disproportionate Stratified Samples) लेते समय समग्र के जिस वर्ग का मानक विचलन कम होता है उससे अपेक्षाकृत छोटे आकार के प्रतिदर्श से काम चल जाता है।

### 3.3.3 सारांश (Summary):

सामान्यतः बड़े आकार के प्रतिदर्शों के अध्ययन में छोटे आकार के प्रतिदर्शों की तुलना में त्रुटि की सम्भावना कम होती है। लेकिन समय और संसाधनों की सीमा तथा विभिन्न परिस्थितियों में छोटे आकार के प्रतिदर्शों का अध्ययन किया जाता है। प्रतिदर्श का आकार समग्र के आकार, उसके प्रसरण का मान तथा उसमें व्याप्त वर्गीकरण आदि पर निर्भर करता है। विज्ञान के विषयों में छोटे आकार के प्रतिदर्शों की जबकि सामाजिक विज्ञान के विषयों में अपेक्षाकृत बड़े आकार के प्रतिदर्शों की आवश्यकता पड़ती है।

### 3.3.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. प्रतिदर्श के आकार का शोध के निष्कर्ष पर प्रभाव का वर्णन करें।
2. प्रतिदर्श के आकार निर्धारण की विभिन्न विधियों का वर्णन करें।

3. प्रतिदर्श का आकार किन किन बातों पर निर्भर करता है?

### 3.3.5 उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)–3

### इकाई (Unit)– 4

#### प्रतिदर्श चयन की विधियाँ **Methods of Sampling**):

इकाई की रूपरेखा (**Unit Plan**):

3.4.0 उद्देश्य (**Objectives**):

3.4.1 परिचय (**Introduction**):

3.4.2 सम्भाव्यता/दैव प्रतिचयन विधि (**Probability/Random Sampling Method**):

3.4.2.क. सामान्य दैव प्रतिचयन विधि (**Simple Random Sampling Method**):

3.4.2.ख. व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि (**Systematic Random Sampling Method**):

3.4.2.ग. स्तरीकृत दैव प्रतिचयन विधि (**Stratified Random Sampling**):

3.4.2.घ. समूह दैव प्रतिचयन विधि (**Cluster Random Sampling**):

3.4.3 समूह प्रतिचयन (**Cluster Sampling**):

3.4.4.गैर-सम्भाव्यता प्रतिचयन विधि (**Non-Probability Sampling Method**):

3.4.4.क. सुविधाजनक प्रतिचयन (**Convenience Sampling**):

3.4.4.ख. बर्फ की गेंद प्रतिचयन (**Snowball Sampling**):

3.4.4.ग. फैसला/निर्णय प्रतिचयन (**Judgment Sampling**):

3.4.4.घ. अंश नियंत्रण प्रतिचयन (**Quota Control Sampling**):

3.4.5 प्रतिचयन त्रुटि (**Sampling Errors**):

3.4.6 सारांश (**Summary**):

3.4.6 अभ्यास के प्रश्न (**Questions for Exercise**):

3.4.7 उपयोगी पुस्तकें (**Usefull Books**):



### 3.4.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रतिदर्श चयन की विभिन्न विधियों के बारे में

### 3.4.1 परिचय (Introduction):

लोग अपने रोज के काम काज (daily life) में भी जाने अनजाने प्रतिचयन विधियों का प्रयोग करते हैं। उदाहरण के लिए,

- (i). भोजन बनाते समय उसके स्वाद को भांपने के लिए उसके थोड़े से अंश (sample) को चखकर देखते हैं।
- (ii). बाजार में गेहूँ खरीदते समय उसके कुछ दानों (sample) को हाथ में लेकर परखते हैं।
- (iii). नई किताब खरीदते समय उसके कुछ पन्नों (sample) को पढ़कर संतुष्ट होते हैं।
- (iv). किसी कक्षा में विद्यार्थियों का प्रवेश लेने से पहले कुछ प्रश्न (sample) पूछकर उनके ज्ञान का अनुमान लगाते हैं।
- (v). नई गाड़ी खरीदने से पहले अपने मित्रों (sample) के अनुभव का लाभ लेते हैं।
- (vi). गर्म पानी को इस्तेमाल करने से पहले उंगली डालकर (sample) संतुष्ट हो लेते हैं।

अन्य कई उदाहरण भी दिए जा सकते हैं जिसके द्वारा छोटे समूह के अध्ययनों या अनुभवों का प्रयोग निर्णय लेने के लिए किया जाता है। यह जरूरी नहीं है कि इस तरह से लिया गया निर्णय हमेशा सही ही हो परन्तु इसके जोखिमों का अनुमान लगाया जा सकता है।

### प्रतिचयन की विधियाँ (Methods of Sampling):

अध्ययन के लिए निश्चित बड़े आकार के समग्र (Population) में से छोटे आकार का प्रतिदर्श चुनने की प्रक्रिया को प्रतिचयन विधि (Method of Sampling) कहते हैं। सांख्यिकी में प्रतिचयन की कई विधियों का प्रयोग किया जाता है। इन विधियों को मुख्य रूप से दो भागों में बाँटा जाता है —

सांख्यिकी में नमूने प्राप्त करने की महत्वपूर्ण विधियाँ दो तरह की हैं—

- (i). सम्भाव्यता प्रतिचयन विधि (Probability Sampling Method) तथा (ii). गैर सम्भाव्यता प्रतिचयन विधि (Non Probability Sampling Method)

**3.4.2. सम्भाव्यता/दैव— प्रतिचयन विधि (Probability/Random Sampling Method):** इस विधि को **दैव प्रतिचयन विधि (Random Sampling Method)** भी कहते हैं। इस विधि की सबसे महत्वपूर्ण विशेषता यह है कि इसमें समग्र के प्रत्येक सदस्य के लिए नमूने में चुने जाने की सम्भावना समान होती है। अर्थात् इस विधि में समग्र के किसी भी सदस्य के प्रति चुनाव में भेद भाव नहीं किया जाता है। लॉटरी द्वारा किसी विजेता का चुनाव करना इस विधि का सबसे प्रचलित उदाहरण है। खेलों में सिक्के उछालकर निर्णय करना भी इसी विधि का उदाहरण है।

**दैव प्रतिचयन के महत्वपूर्ण प्रकार निम्नलिखित हैं—**

**3.4.2.क. सामान्य दैव प्रतिचयन विधि (Simple Random Sampling Method):** इस विधि को सामान्य तौर पर लॉटरी विधि के रूप में भी जाना जाता है। इसके अतर्गत समग्र के सभी सदस्यों का नाम पर्ची पर लिखकर उसको किसी बर्तन में अच्छे से मिला दिया जाता है। इसके बाद किसी तटस्थ व्यक्ति द्वारा पहले से तय संख्या में पर्ची को निकालकर सदस्यों को नाम के अनुसार प्रतिदर्श में शामिल कर लिया जाता है। इसके अलावा अन्य तरीकों का भी प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि किसी

स्कूल में पढ़ने वाले 1000 विद्यार्थियों में से 200 का चुनाव करना हो तो सामान्य दैव प्रतिचयन विधि के अन्तर्गत स्कूल प्रारम्भ या बंद होने के समय प्रवेश या निकास स्थल पर हर पांचवे (fifth) विद्यार्थियों को प्रतिदर्श के लिए चुना जा सकता है।

हालांकि यह विधि सरल है परन्तु सांख्यिकीय शुद्धता की दृष्टि से इसे उपयुक्त नहीं माना जाता है।

**नोट:** पर्ची द्वारा प्रतिदर्श का चुनाव करने के दौरान दो बातें हो सकती हैं—

(i). जिनका नाम एक बार प्रतिदर्श में शामिल हो जाता है उनको दुबारा चयन प्रक्रिया में शामिल कर सकते हैं। यानि समग्र का कोई सदस्य एक से अधिक बार प्रतिदर्श में शामिल हो सकता है।

(ii). जिनका नाम एक बार प्रतिदर्श में शामिल हो जाता है उनको दुबारा चयन प्रक्रिया में शामिल नहीं करते हैं। यानि समग्र का कोई सदस्य एक से अधिक बार प्रतिदर्श में शामिल नहीं हो सकता है।

**3.4.2.ख. व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि (Systematic Random Sampling Method):** प्रतिचयन की यह विधि तब उपयुक्त मानी जाती है जब समग्र के सभी सदस्यों की सूची पहले से उपलब्ध हो या नई सूची तैयार किया जा सकता हो। इसके बाद सूची में शामिल एक निश्चित क्रमान्तर पर स्थित सदस्यों को प्रतिदर्श में चुन लेते हैं। यहाँ निश्चित क्रमान्तर का चुनाव समग्र में सदस्यों की संख्या और प्रतिदर्श में सदस्यों की संख्या के आधार पर किया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि समग्र में 1000 सदस्य हैं जिनमें से 100 सदस्यों को प्रतिदर्श में चुनना है तब निश्चित क्रमान्तर  $1000/100 = 10$  होगा।

अर्थात् सूत्र रूप में क्रमान्तर =  $\frac{\text{No. of Population}}{\text{No. of Sample}}$

क्रमान्तर का मान ज्ञात हो जाने पर प्रारम्भिक सदस्य का चुनाव करने के लिए 1 से 10 तक के क्रमों में से किसी एक का चुनाव लॉटरी विधि से कर लिया जाता है। उसके बाद के हर दसवें क्रमान्तर के सदस्यों का चुनाव किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि प्रारम्भिक सदस्य सातवें क्रम पर स्थित है तो दूसरा सदस्य 17 वें क्रम पर तीसरा सदस्य 27 वें क्रम पर तथा इसी तरह आगे भी चुनाव होता रहेगा।

इसके विधि का प्रयोग भी दो तरह से किया जा सकता है —

**एक-चरणीय व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि (Single Stage Systematic Random Sampling)**  
**तथा बहु-चरणीय व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि (Multiple Stages Random Sampling)**

(i). **एक-चरणीय व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि (Single Stage Systematic Random Sampling):** इस विधि में समग्र की सूची से एक बार में ही निश्चित आकार के प्रतिदर्श का चुनाव कर लिया जाता है। उदाहरण के लिए, किसी दिन अस्पताल में भर्ती होने वाले मरीजों की सूची से मरीजों की एक निश्चित संख्या का चुनाव प्रतिदर्श के रूप में किया जा सकता है।

(ii). **बहु-चरणीय व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि (Multiple Stage Systematic Random Sampling):** इस विधि का प्रयोग कई चरणों में किया जाता है। उदाहरण के लिए, राष्ट्रीय स्तर के अध्ययन के लिए समग्र में सदस्यों की संख्या काफी अधिक होने के कारण प्रतिदर्श का चुनाव कई चरणों में किया जाता है। जैसे, प्रथम चरण में जिलों का चुनाव व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि से किया जा जाए। उसके बाद दूसरे चरण में उन चयनित जिलों के कुछ प्रखंडों (Blocks) का चयन व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि से किया जाए। अंत में इन चयनित प्रखंडों में से कुछ परिवारों का चयन भी व्यवस्थित दैव चयन विधि से अंतिम रूप से प्रतिदर्श में किया जाता है।

**3.4.2.ग. स्तरीकृत दैव प्रतिचयन विधि (Stratified Random Sampling):** कभी कभी समग्र के अन्तर्गत कई समूहों का एकसाथ समावेश होता है। ऐसे में यह प्रयास किया जाता है कि प्रतिदर्श में भी समग्र के सभी समूहों का प्रतिनिधित्व हो। सामान्य दैव प्रतिचयन तथा व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि के प्रयोग से भी यह सम्भव हो सकता है। परन्तु किसी वर्ग की उपेक्षा से बचने के लिए स्तरीकृत प्रतिचयन विधि का प्रयोग किया जाता है।

इस विधि में भी दो तरह की व्यवस्था की जाती है— आनुपातिक स्तरीकृत दैव प्रतिचयन विधि तथा गैर आनुपातिक स्तरीकृत दैव प्रतिचयन विधि

**(i). आनुपातिक स्तरीकृत दैव प्रतिचयन विधि (Proportionate Stratified Random Sampling):** इस विधि में समग्र के सभी वर्गों से उनके संख्या के अनुपात में प्रतिदर्श के सदस्यों का चुनाव करते हैं। अतः इस विधि को आनुपातिक स्तरीकृत दैव प्रतिचयन विधि भी कहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि किसी कक्षा में 60 छात्र और 40 छात्राएँ हैं और उनमें से 10 विद्यार्थियों का चुनाव करना हो तो 6 छात्रों और 4 छात्राओं का चुनाव किया जाना चाहिए।

**(ii). गैर आनुपातिक स्तरीकृत दैव प्रतिचयन विधि (Non-Proportionate Stratified Random Sampling):** इस विधि में समग्र के सभी वर्गों से उनके मानक विचलन के अनुसार प्रतिदर्श के सदस्यों का चुनाव करते हैं। अतः इस विधि को गैर आनुपातिक स्तरीकृत दैव प्रतिचयन विधि भी कहते हैं। इस विधि का सामान्य नियम यह है कि अधिक मानक विचलन वाले वर्ग से अधिक अनुपात में तथा कम मानक विचलन वाले वर्ग से कम अनुपात में सदस्यों का चुनाव किया जाता है।

**4.3.2.घ. समूह दैव प्रतिचयन विधि (Cluster Random Sampling):** यह विधि भी स्तरीकृत प्रतिचयन विधि की तरह है। दोनों में समग्र के अन्तर्गत कई वर्ग होते हैं। परन्तु इनमें एक महत्वपूर्ण भेद यह है कि स्तरीकृत प्रतिचयन विधि का प्रयोग तब किया जाता है जब समग्र के विभिन्न वर्गों में अधिक विचलन होता है परन्तु प्रत्येक वर्ग के अन्दर कम विचलन होता है। इसके विपरित समूह प्रतिचयन विधि का प्रयोग तब किया जाता है जब विभिन्न वर्गों के बीच में कम विचलन हाता है परन्तु प्रत्येक वर्ग के अन्दर ज्यादा विचलन होता है।

**3.4.3 समूह प्रतिचयन (Cluster Sampling):** के अन्तर्गत समग्र को छोटे छोटे कई भागों में इस प्रकार बाँट देते हैं जिससे हर समूह समग्र का प्रतिनिधित्व करता है। फिर इन समूहों में से प्रतिदर्श का चुनाव किया जाता है। इस तरह का प्रतिचयन कई चरणों में भी किया जा सकता है। उदाहरण के लिए यदि राष्ट्रीय स्तर पर अध्ययन करने के लिए सामान्य दैव प्रतिचयन करना हो तो काफी समय और संसाधन खर्च होंगे। इससे बचने के लिए समूह प्रतिचयन को अपनाया जाता है।

**(i). एकल चरण समूह प्रतिचयन (Single Stage Cluster Sampling):** यदि राष्ट्रीय स्तर पर मतदाताओं के रुझान का अध्ययन करने के लिए कुछ जिलों का चुनाव दैव विधि से किया जाता है और चयनित जिले के सभी मतदाताओं को प्रतिदर्श में शामिल किया जाता है तो उसे एकल चरण समूह प्रतिचयन विधि कहते हैं।

**(ii). द्विचरणीय समूह प्रतिचयन (Two Stages Cluster Sampling):** उपरोक्त उदाहरण में यदि पहले चरण में दैव विधि से कुछ जिलों का चुनाव किया जाता है और उसके बाद चयनित जिलों के समस्त मतदाताओं में से पुनः कुछ मतदाताओं का चुनाव दैव विधि से किया जाता है तब इसे द्विचरणीय समूह प्रतिचयन कहते हैं।

इसी तरह से और अधिक चरणों में भी समूह प्रतिचयन सम्भव हो सकता है।

इसकी मुख्य विशेषता यह है कि इस विधि को अपनाने से समय और संसाधनों की बचत होती है परन्तु प्रतिचयन में त्रुटियाँ भी हो सकती है। क्योंकि इस विधि में समग्र के कुछ सदस्यों को प्रतिदर्श में चुने जाने की सम्भावना समाप्त हो जाती है।

#### **3.4.4.गैर-सम्भाव्यता प्रतिचयन विधि (Non-Probability Sampling Method):**

गैर संभाव्यता प्रतिचयन के अन्तर्गत अध्ययनकर्ता अध्ययन के उद्देश्यों और अपनी सुविधानुसार प्रतिदर्श का चयन करते हैं। इसके अन्तर्गत निम्नलिखित विधियाँ अपनायी जाती है –

**3.4.4.क. सुविधाजनक प्रतिचयन (Convenience Sampling):** जैसा कि इस विधि के नाम से ही स्पष्ट है इसमें अध्ययनकर्ता समग्र की उपलब्धता एवं अपनी सुविधानुसार प्रतिदर्श का चुनाव करता है।

उदाहरण के लिए, किसी फिल्म का मूल्यांकन करने के लिए सिनेमा हॉल से सिनेमा देखकर बाहर निकल रहे दर्शकों में से साक्षत्कार के लिए तैयार दर्शकों का ही चुनाव किया जा सकता है। इस विधि का प्रयोग विशेष परिस्थितियों में ही किया जाता है। जैसे अध्ययनों में जहाँ त्वरित निष्कर्ष निकालना हो या निष्कर्ष की शुद्धता से समझौता सम्भव हो तभी इस विधि का प्रयोग किया जाना चाहिए। खासकर खोजपूर्ण अध्ययनों (Exploratory Studies) में इस विधि का प्रयोग किया जाता है। जिसके निष्कर्षों का प्रयोग अगले चरण के विशेष अध्ययनों में किया जाता है।

इस विधि की सबसे बड़ी कमी यह है कि इससे प्राप्त प्रतिदर्श समग्र का वास्तविक प्रतिनिधि नहीं होता है।

**3.4.4.ख. वर्फ की गेंद प्रतिचयन (Snowball Sampling):** यह एक मिश्रित विधि है। इस विधि में प्रारम्भ के कुछ इकाइयों का चुनाव संभाव्यता प्रतिचयन विधि से किया जाता है फिर उनसे प्राप्त सुचनाओं के आधार पर प्रतिदर्श के नए सदस्यों का चुनाव किया जाता है। उदाहरण के लिए, नशा के प्रभावों का अध्ययन करने के लिए सर्वप्रथम अपने आस पास के कुछ नशेड़ियों का चुनाव किया जाता है फिर उनसे अन्य नशेड़ियों के बारे में जानकारी मिलने पर उनको भी प्रतिदर्श में शामिल किया जाता है। इस विधि का मुख्य उद्देश्य समग्र के अज्ञात सदस्यों को ज्ञात करना तथा उनको अध्ययन में शामिल करना है।

**3.4.4.ग. फैसला/निर्णय प्रतिचयन (Judgment Sampling):** इस तरह के प्रतिचयन विधि में प्रतिदर्श के सदस्यों का चुनाव विशेषज्ञों की सलाह पर किया जाता है।

**3.4.4.घ. अंश नियंत्रण प्रतिचयन (Quota Control Sampling):** प्रतिचयन की इस विधि में प्रतिनिधि प्रतिदर्श के चुनाव के लिए कुछ निश्चित मानकों/बिन्दुओं को तय कर दिया जाता है। उदाहरण के लिए, किसी समग्र की संरचना के अनुसार प्रतिदर्श के अन्तर्गत लिंग, उम्र, क्षेत्र, व्यवसाय आदि का अंश तय कर दिया जाता है।

**नोट: सांख्यिकीय तर्क/अनुमान (Statistical Inferences) के लिए सामान्य दैव प्रतिचयन (Simple Random Sampling) विधि को आधार माना जाता है। दैव प्रतिचयन की अन्य विधियों का विकास भी सामान्य दैव प्रतिचयन विधि के विस्तार के रूप में किया गया है।**

**3.4.5 प्रतिचयन त्रुटि (Sampling Errors):** प्रतिचयन त्रुटि तब उत्पन्न होती है जब प्रतिदर्श पूर्ण रूप से समग्र का प्रतिनिधित्व नहीं करता है। दूसरे शब्दों में यदि समग्र का माध्य और प्रतिदर्श का माध्य समान न हों तो प्रतिचयन में त्रुटि मानी जाती है। हालांकि व्यवहार में ऐसा सम्भव भी नहीं है कि किसी भी समग्र का हूबहू प्रतिनिधि प्रतिदर्श प्राप्त किया जा सके। इस तरह से कुछ हद तक प्रतिचयन त्रुटि होने की सम्भावना बनी रहती है।

प्रतिचयन त्रुटि को प्रतिदर्श के आकार को बढ़ाकर कम किया जा सकता है। यानि कि प्रतिचयन त्रुटि और प्रतिदर्श के आकार में विपरीत सम्बंध पाया जाता है। हालांकि सांख्यिकीय अध्ययनों में पूर्ण शुद्धता की आशा नहीं की जा सकती है फिर भी प्रतिचयन की त्रुटियों का अनुमान लगाया जा सकता है तथा इसकी सीमा तय की जा सकती है।

### 3.4.6 सारांश (Summary):

अध्ययन के लिए निश्चित बड़े आकार के समग्र (Population) में से छोटे आकार का प्रतिदर्श चुनने की प्रक्रिया को प्रतिचयन विधि (Method of Sampling) कहते हैं। सांख्यिकी में प्रतिचयन की कई विधियों का प्रयोग किया जाता है। इन विधियों को मुख्य रूप से दो भागों में बाँटा जाता है –

सांख्यिकी में नमूने प्राप्त करने की महत्वपूर्ण विधियाँ दो तरह की हैं—

(i). समभाव्यता प्रतिचयन विधि (Probability Sampling Method) तथा (ii). गैर समभाव्यता प्रतिचयन विधि (Probability Sampling Method)

शोध के लिए दैव प्रतिचयन विधि सबसे अच्छी मानी जाती है।

### 3.4.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. प्रतिचयन से आप क्या समझते हैं?
2. दैव प्रतिचयन से आप क्या समझते हैं?
3. प्रतिचयन की विभिन्न विधियों का वर्णन करें।

### 3.4.8 उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (208). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)–3

### इकाई (Unit)– 5

#### प्रतिचयन प्रारूप के विभिन्न चरण (Steps of Sampling Design):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

#### 3.5.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 3.5.1 परिचय (Introduction):

#### 3.5.2 प्रतिचयन प्रारूप के विभिन्न चरण (Steps of Sampling Design):

#### 3.5.3 सारांश (Summary):

#### 3.5.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

#### 3.5.5 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

#### 3.5.0 उद्देश्य (Objectives): वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आ जानेंगे—

- प्रतिचयन प्रारूप के विभिन्न चरणों को

#### 3.5.1 परिचय (Introduction):

प्रतिचयन प्रारूप का तात्पर्य प्रतिचयन की व्यवस्थित योजना से है। किसी भी शोध के लिए प्रतिदर्श के चयन की प्रक्रिया को प्रतिचयन कहते हैं। शोध के लिए उपयुक्त तथा पर्याप्त आकार के प्रतिदर्श का चयन किया जाता है। प्रतिदर्श की सबसे बड़ी विशेषता समग्र का प्रतिनिधित्व करना है। एक अच्छे प्रतिदर्श का चयन करने के लिए एक अच्छे प्रतिचयन प्रारूप अथवा कार्य योजना का होना अनिवार्य शर्त है।

#### 3.5.2 प्रतिचयन प्रारूप के विभिन्न चरण (Steps of Sampling Design):

किसी शोध अथवा अध्ययन में प्रतिदर्श के चयन की प्रक्रिया को प्रतिचयन कहते हैं। प्रतिचयन एक क्रमशः व्यवस्थित प्रक्रिया है। इसके विभिन्न चरण निम्नलिखित हैं—

**(i). अध्ययन के लिए सम्पूर्ण लक्षित समूह/समग्र का निर्धारण:** जिनके बारे में अध्ययन किया जाता है उन सभी सदस्यों को लक्षित समूह यानि समग्र के रूप में परिभाषित किया जाता है। उदाहरण के लिए किसी कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का अध्ययन करने के लिए उस कक्षा के सभी विद्यार्थी अध्ययन के लिए लक्षित समूह में शामिल होंगे।

**(ii). अध्ययन के लिए प्रतिदर्श के आकार का निर्धारण:** सर्वप्रथम समग्र का आकार तय हो जाने के बाद अगले चरण में प्रतिदर्श/नमूना का आकार तय किया जाता है। प्रतिदर्श का आकार निम्नलिखित बातों पर निर्भर करता है—

- (a) समग्र का आकार:** बड़े आकार के समग्र के लिए अपेक्षाकृत बड़े तथा छोटे आकार के समग्र के लिए अपेक्षाकृत छोटे आकार का प्रतिदर्श का चुनाव किया जाता है।

- (b) **अध्ययन के स्तर:** प्रतिदर्श का आकार अध्ययन के स्तरों पर भी निर्भर करता है। उदाहरण के लिए राष्ट्रीय स्तर के अध्ययनों के लिए बड़े आकार का तथा पंचायत स्तर के अध्ययनों के लिए अपेक्षाकृत छोटे प्रतिदर्श की आवश्यकता पड़ती है।
- (c) **मान्य त्रुटि स्तर:** स्वीकार्य त्रुटिस्तर का भी प्रतिदर्श के आकार पर प्रभाव पड़ता है। स्वीकार्य त्रुटि स्तर कम होने पर प्रतिदर्श का आकार बड़ा तथा इसके विपरित स्वीकार्य त्रुटि स्तर अधिक होने पर प्रतिदर्श का आकार अपेक्षाकृत छोटा रखा जाता है। यानि अध्ययन में शुद्धता के लिए अपेक्षाकृत बड़े आकार का प्रतिदर्श चुना जाता है।
- (d) **समग्र का प्रसरण:** समग्र के सदस्यों में विविधता होने पर प्रतिदर्श के सदस्यों में भी विविधता का ध्यान रखा जाता है जिसके फलस्वरूप प्रतिदर्श का आकार समरूप सदस्यों वाले समग्रों की अपेक्षा बड़ा होता है।

(iii). **प्रतिचयन विधि का चुनाव:** समग्र का निर्धारण और प्रतिदर्श के आकार का चयन कर लेने के बाद उपयुक्त प्रतिचयन विधि का चुनाव किया जाता है। अध्ययन की परिस्थितियों के अनुसार सबसे उपयुक्त विधि का चुनाव किया जाता है। दैव प्रतिचयन विधि को उपलब्ध सभी विधियों में श्रेष्ठ माना जाता है।

(iv). **प्रतिदर्श का प्रतिनिधित्व परीक्षण:** अंत में चयनित प्रतिदर्श और समग्र के सदस्यों की तुलना करके प्रतिदर्श का प्रतिनिधित्व गुण का विश्लेषण किया जाता है। इससे यह पता चल जाता है कि चयनित प्रतिदर्श वास्तव में समग्र का प्रतिनिधि है अथवा नहीं। यदि चयनित प्रतिदर्श के सदस्यों में समग्र के सदस्यों के गुण-धर्म नहीं पाये जाते हैं तो प्रतिचयन की प्रक्रिया को त्रुटिपूर्ण मानते हुए इसमें सुधार किया जाता है।

### 3.5.3 सारांश (Summary):

प्रतिचयन प्रारूप का तात्पर्य समग्र से प्रतिदर्श के चुनाव की विधिवत कार्य योजना से है। किसी भी शोध का सबसे महत्वपूर्ण भाग वास्तविक समंकों का संकलन है। यदि समंक त्रुटिपूर्ण होंगे तब शोध के निष्कर्ष भी भ्रामक होगा। दिए गए समग्र में से एक प्रतिनिधि प्रतिदर्श का चुनाव करने के लिए एक उपयुक्त प्रतिचयन प्रारूप की आवश्यकता होती है।

### 3.5.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. प्रतिचयन प्रारूप से आप क्या समझते हैं?
2. प्रतिचयन प्रारूप के विभिन्नचरणों का वर्णन करें।

### 3.5.5 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.



## परिशिष्ट (Appendix): 3.1

### प्रतिदर्श की संख्या (Number of Sample)

**N** सदस्यों वाले समग्र से **n** सदस्यों वाले कितने प्रतिदर्श प्राप्त किये जा सकते हैं?

प्रतिदर्श का चयन दो प्रकार से किया जाता है –

प्रतिस्थापन के साथ (With Replacement) तथा बिना प्रतिस्थापन के साथ (Without Replacement).

#### प्रतिस्थापन के साथ (With Replacement)

जब प्रतिदर्श के लिए एक सदस्य को चुनने के बाद उनको फिर से समग्र में शामिल कर लिया जाता है तब उनके लिए अगली बार भी चुने जाने की सम्भावना बनी रहती है। इसे निम्नलिखित उदाहरण के द्वारा स्पष्ट किया गया है –

सूत्र रूप में  $S = N^n$  है।

जहाँ  $S$  = प्रतिदर्शों की कुल संख्या है।

$N$  = समग्र के सदस्यों की संख्या है।

$n$  = प्रतिदर्श के सदस्यों की संख्या है।

(i). मान लिया कि पांच विद्यार्थियों (Roll No, 1, 2, 3, 4, 5) में से दो का चुनाव प्रतिदर्श के रूप में प्रतिस्थापन के साथ करना है। इससे निम्नलिखित कुल ( $5^2 = 25$ ) प्रतिदर्श चुने जा सकते हैं –

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5)

(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5)

(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5)

(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5)

(5, 1) (5, 2) (5, 3) (5,4) (5, 5)

(ii). मान लिया कि चार विद्यार्थियों (Roll No, 1, 2, 3, 4,) में से तीन का चुनाव प्रतिदर्श के रूप में प्रतिस्थापन के साथ करना है। इससे निम्नलिखित कुल ( $4^3 = 64$ ) प्रतिदर्श चुने जा सकते हैं –

(111) (112) (113) (114) (121) (122) (123) (124) (131) (132) (133) (134) (141) (142) (143) (144) = 16

(211) (212) (213) (214) (221) (222) (223) (224) (231) (232) (233) (234) (241) (242) (243) (244) = 16

(311) (312) (313) (314) (321) (322) (323) (324) (331) (332) (333) (334) (341) (342) (343) (344) = 16

(411) (412) (413) (414) (421) (422) (423) (424) (431) (432) (433) (434) (441) (442) (443) (444) = 16

**Total = 64.**

**बिना प्रतिस्थापन के साथ (Without Replacement).** इसके विपरीत जब प्रतिदर्श के लिए एक सदस्य को चुनने के बाद उनको फिर से समग्र में शामिल नहीं किया जाता है तब उनके लिए अगली बार चुने जाने की सम्भावना समाप्त हो जाती है।  $N$  सदस्यों वाले समग्र में से  $n$  सदस्यों वाले प्रतिदर्शों को चुने जाने के लिए गणित का Combination Formula का प्रयोग किया जाता है।

$$\text{सूत्र रूप में } S = {}_N C_n = \frac{N!}{n!(N-n)!} \text{ है।}$$

जहाँ  $S$  = प्रतिदर्शों की कुल संख्या है।

$N$  = समग्र के सदस्यों की संख्या है।

$n$  = प्रतिदर्श के सदस्यों की संख्या है।

इसे निम्नलिखित उदाहरण के द्वारा स्पष्ट किया गया है –

(i). मान लिया कि पांच विद्यार्थियों (Roll No, 1, 2, 3, 4, 5) में से दो का चुनाव प्रतिदर्श के रूप में प्रतिस्थापन के साथ करना है।

$$\text{सूत्र से, } S = {}_5 C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1)(3 \times 2 \times 1)} = 10.$$

व्यवहारिक रूप से प्राप्त करने पर निम्नलिखित 10 प्रतिदर्शों को व्यवस्थित किया गया है – (1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (3, 4) (4, 5)

## परिशिष्ट (Appendix): 3.2

### दैव संख्या तालिका (Random Numbers Table)

**दैव संख्या तालिका (Random Numbers Table)** का प्रयोग करके भी व्यवस्थित दैव प्रतिदर्शों का चुनाव किया जाता है। दैव संख्या तालिका पूर्व प्रकाशित भी होती है अथवा आधुनिक संगणकों (calculators) या कम्प्यूटरों के विभिन्न सॉफ्टवेयरों (Softwares) के माध्यम से व्युत्पन्न (generate) किया जाता है। दैव संख्या तालिका के प्रयोग को निम्नलिखित उदाहरण के द्वारा स्पष्ट किया गया है –

मान लिया कि किसी कक्षा में 200 विद्यार्थी पढ़ते हैं। उनमें से 10 विद्यार्थियों को साक्षात्कार के लिए दैव प्रतिचयन विधि से चुनाव करना है। इसके लिए दैव संख्या तालिका का प्रयोग विभिन्न चरणों में इस प्रकार किया जाता है –

**सर्वप्रथम** सभी विद्यार्थियों को 000 से 199 तक क्रम आवंटित किया जाता है। कभी कभी 1 से 200 तक भी क्रम आवंटित किया जा सकता है। अर्थात् यहाँ समग्र में अधिकतम तीन अंकों की संख्या शामिल है।

**दूसरे चरण** में दैव संख्या तालिका (Random Number Table) के पृष्ठ (page) पर जाते हैं। दैव संख्या तालिका कई रूपों में हो सकता है। जिसके कतारों (Rows) और खानों (Columns) में दैव संख्याएँ व्यवस्थित रहती हैं। ये संख्याएँ अलग अलग तालिकाओं में अलग अलग अंकों की हो सकती हैं। उदाहरण के लिए निम्नलिखित तालिका (3. A. 1) में 1150 दैव अंकों को व्यवस्थित किया गया है—

तालिका संख्या (3. A. 1): 1150 दैव अंक

<b>1581922396</b>	2068577984	8262130892	8374856949	4637567488
0928105582	7295088579	9586111652	7055598767	6472382934
4112077556	3440672486	1882412963	0684012006	0933147914
7457477468	5435810788	9670852913	1291265730	4890031305
0099520858	3090908872	2039593181	5973470495	9776135501
7245174840	2275698645	8416549348	4676463101	2229367983
6749420382	4832630032	5670984959	5432114610	2966095680
5503161011	7413686599	1198757695	0414294470	0140121598
7164238934	7666127259	5263097712	5133648980	4011966963
3593969525	072759769	0385998136	9999089966	7544056852
4192054466	0700014629	5169439659	8408705169	1074373131
9697426117	6488888550	4031652526	8123543276	0927534537
2007950579	9564268448	3457416988	1531027886	7016633739
4584768758	2389278610	3859431781	3643768456	4141314518
3840145867	9120831830	7228567652	1267173884	4020651657
0190453442	4800088084	1165638559	5407921254	3768932478
6766554338	5585265145	5089052204	9780623691	2195448096
6315116284	9172824179	5544814339	0016943666	2828538786
3908771938	4035554324	0840126299	4942059208	1475623997
5570024586	9324732596	1186563397	4425143189	3216653251
2999997185	0135968938	7678931194	1351031403	6002561840
7864375912	8383232768	1892857070	2323673751	3188881718
7065492027	6349104233	3382569662	4579426926	1513082455

Source: From the Book “Statistics for Management”

अंत में तालिका के किसी कतार और खाना में स्थित संख्या के प्रारंभिक तीन अंकों से अपने प्रतिदर्श के लिए 000 से 199 तक के अंकों को छाँटते जाते हैं। उदाहरण के लिए, यदि पहले कतार और खाना में स्थित संख्या से ही शुरू करें तो **158, 192**, 239, 620, 685, 779, 848, 262, **130**, 892, 837, 485, 694, 946, 375, 674, 880, 928, **105**, 582, 729, 508, 857, 995, 861, **116**, 527, **055**, 598, 767, 647, 238, 293, 441, **120**, 775, 563, 440, 672, 486, **188**, 241, 296, 306, 840, **(120)**, **060**, 933, **147**, 914

नोट: 120 दो बार आया है परन्तु प्रतिदर्श में एक को ही लिया जाना चाहिए। इस तरह से प्रतिदर्श के 10 सदस्यों की सूची निम्नलिखित है – (158, 192, 130, 105, 116, 055, 120, 188, 060, 147). इनको

क्रमशः करने पर (55, 60, 105, 116, 120, 130, 147, 158, 188, 192) है। इसी तरह से अधिक संख्या में प्रतिदर्श का चुनाव भी किया जा सकता है।

### परिशिष्ट (Appendix): 3-3

● **गैर प्रतिचयन त्रुटि (Non Sampling Errors):** गैर प्रतिचयन त्रुटियों के अन्तर्गत प्रतिचयन त्रुटि के अलावा अन्य कारण से होने वाली त्रुटियों को शामिल किया जाता है। जिनमें से कुछ प्रमुख निम्नलिखित हैं –

(a). सूचकों द्वारा गलत सूचनाएँ देना। ऐसा कई कारणों (यादाशत की कमजोरी, बहुत पुरानी घटनाओं से सम्बंधित प्रश्न, प्रश्नों को न समझना इत्यादि) से सम्भव है।

(b). सूचकों द्वारा जानबूझकर झूठ बोलना।

(c). खराब प्रतिचयन योजना। जिसमें वास्तविक सूचकों तक न पहुँच पाना, खराब निर्देश, खराब मानचित्र या गलत पत्ता इत्यादि प्रमुख हैं।

(d). प्रश्नों की अस्पष्ट (Ambiguous) भाषा।

(e). सूचकों की अरुचि।

(f). साक्षात्कारकर्ता की असफलताएँ। इसके अन्तर्गत निर्देशों का पालन न करना, भाषा की कठिनाईयाँ तथा रिकॉर्डिंग की गलतियाँ इत्यादि प्रमुख हैं।

(g). कोडिंग और सम्पादन की गलतियाँ।

नोट: यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि प्रतिचयन त्रुटि के विपरीत गैर प्रतिचयन की त्रुटियाँ प्रतिदर्श के आकार के बढ़ने से और बढ़ती हैं।

● **गैर प्रतिचयन त्रुटियों को नियंत्रित करने के लिए दिशानिर्देश (Guidelines for minimizing Non Sampling Errors):**

गैर प्रतिचयन त्रुटियों को नियंत्रित करने के लिए निम्नलिखित निर्देशों का पालन किया जाना चाहिए—

(a). प्रतिदर्श सर्वेक्षण को यथासम्भव सरल रखना चाहिए।

(b). प्रतिदर्श सर्वेक्षण को यथा सम्भव संक्षिप्त रखना चाहिए।

(c). प्रश्नावली को अध्ययन के प्रमुख विषयों पर ही केन्द्रित करना चाहिए।

(d). प्रश्नावली को उपयोग से पहले जाँच (Pre Test) लेनी चाहिए।

(e). प्रतिदर्श सर्वेक्षण को उबाऊ (Fatigue) नहीं होनी चाहिए।

(f). सूचकों में थकान के लक्षण दिखने पर महत्वपूर्ण प्रश्नों की जगह मनोरंजक या हल्के फुल्के प्रश्न करना चाहिए।

(g). गोपनीयता भंग करने वाले प्रश्नों को नहीं पूछना चाहिए।

(h). साक्षात्कारकर्ता को असम्भव लक्ष्य देने से बचना चाहिए अन्यथा वह धोखाघड़ी कर सकता है।

## खण्ड (Section)–4

### इकाई (Unit)– 1

#### ऑकड़ें; अर्थ, परिभाषा एवं प्रकार (Data: Meaning, Definitions and Types):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 4.1.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 4.1.1 परिचय (Introduction):

##### 4.1.2 ऑकड़ों का अर्थ एवं परिभाषा (Data: Meaning and Definitions):

##### 4.1.3 ऑकड़ों के प्रकार (Types of Data)

##### 4.1.3.क. प्राथमिक समंक (Primary Data):

##### 4.1.3.ख. द्वितीयक समंक (Secondary Data):

##### 4.1.3.ग. वर्गीकृत और कालश्रेणी (Cross Section and Time Series):

##### 4.1.4 सारांश (Summary):

##### 4.1.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 4.1.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

##### 4.1.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- ऑकड़ा का अर्थ एवं परिभाषाएँ
- ऑकड़ों के प्रकार

##### 4.1.1 परिचय (Introduction):

वैज्ञानिक शोधकार्यों का निष्कर्ष तथ्यों/प्रमाणों द्वारा निकाले जाते हैं। इसके लिए तथ्य या प्रमाण समंकों के रूप में एकत्रित किए जाते हैं। एकत्रित समंकों के विश्लेषण के बाद शोध का निष्कर्ष प्राप्त होता है। सामान्य भाषा में कहा जाए तो वैज्ञानिक शोधकार्यों में समंक कच्चे माल की तरह हैं।

समंकों का संकलन दो प्रकार के स्रोतों से किया जाता है: प्राथमिक स्रोत से तथा द्वितीयक स्रोत से। जब किसी शोधकार्य के लिए पहली बार समंकों का संकलन किया जाता है तो उसे प्राथमिक स्रोत कहा जाता है। इसके विपरीत जब समंकों का संकलन पूर्व प्रकाशित स्रोतों से किया जाता है तब उसे द्वितीयक स्रोत कहा जाता है।

द्वितीयक स्रोतों से प्राप्त आँकड़ों को आसानी से एकत्रित किया जा सकता है। ऐसे आँकड़े प्रायः पुस्तकों, पत्र-पत्रिकाओं, या दस्तावेजों में पूर्व प्रकाशित होते हैं। वर्तमान समय में आधुनिक संचार के माध्यमों द्वारा भी आँकड़े प्राप्त किये जा सकते हैं।

पहली बार एकत्रित किये जाने वाले प्राथमिक आँकड़े निम्नलिखित प्रकार से प्राप्त किये जाते हैं—

अवलोकन (Observation), माप (Measurement), प्रयोग (Experiment), सर्वेक्षण (Survey), साक्षात्कार (Interview), इत्यादि द्वारा।

#### 4.1.2 आँकड़ों का अर्थ एवं परिभाषा (Data: Meaning and Definitions):

संकलित, विश्लेषित तथा, निर्वचन एवं प्रस्तुतीकरण के लिए संक्षिप्त तथ्यों या सूचनाओं को समंक/आँकड़ा कहते हैं। (Data are the facts and figures collected, analyzed, and summarized for presentation and interpretation.)

सामान्यतः आँकड़े, तथ्यों एवं सूचनाओं को अंकों में प्रदर्शित करते हैं। (Generally, data reflects the facts and informations in the numeric form.)

आँकड़े किसी चर के विभिन्न मूल्यों को प्रदर्शित करते हैं। (Data reflects the different values of the variable)

**आँकड़े (Data):** आँकड़ा शब्द बहुवचन संज्ञा है जिससे सूचनाओं के समूह का बोध होता है। आँकड़े सांख्यिकी के लिए कच्चे माल की तरह होते हैं। (Data is the plural of datum, a single piece of information. In this way data is the set of information. Data is the raw material of the statistics.)

#### 4.1.3 आँकड़ों के प्रकार (Types of Data)

सांख्यिकी में आँकड़ों के निम्नलिखित प्रकार हैं —

(a). गणना/माप (Measurement) के अनुसार आँकड़े दो प्रकार के होते हैं—

अंकात्मक और गुणात्मक या श्रेणीगत (Numerical/Quantitative and Qualitative/Categorical):

जिन आँकड़ों को अंकों में मापा जा सकता है उसे अंकात्मक आँकड़ा कहा जाता है। उदाहरण के लिए, लम्बाई, आय, वजन, आयु इत्यादि। इन आँकड़ों के साथ गणित की क्रियाएँ (जोड़, घटाव, गुणा भाग इत्यादि) सहज रूप से किया जा सकता है।

वैसे आँकड़े जिनकी माप अंकों में सम्भव नहीं होती है बल्कि उनको गुणों की उपस्थिति या अनुपस्थिति के रूप में मापा जाता है गुणात्मक आँकड़ा कहलाते हैं। उदाहरण के लिए, सुन्दरता, बुद्धिमत्ता, ईमानदारी, रंग, इत्यादि। कुछ तथ्यों को क्रमानुसार व्यक्त किया जाता है। जैसे कोई विद्यार्थी प्रथम, द्वितीय या तृतीय क्रम से उत्तीर्ण हो सकता है। इन आँकड़ों के साथ गणित की क्रियाएँ (जोड़, घटाव, गुणा भाग इत्यादि) सहज रूप से नहीं किया जा सकता है।

(b). स्रोत (Source) के आधार पर आँकड़े दो प्रकार के होते हैं—

प्राथमिक और द्वितीयक (Primary and Secondary):

#### 4.1.3.क. प्राथमिक समंक (Primary Data):

जिन आँकड़ों का संग्रह प्रथम बार प्रयोग करने के लिए किया जाता है उसे प्राथमिक आँकड़ा कहा जाता है। उदाहरण के लिए, प्रत्येक दस वर्षों पर होने वाली जनगणना के आँकड़े अथवा किसी शोधार्थी द्वारा अपने शोध के दौरान निजी तौर पर पहली बार संग्रह किये गये आँकड़े।

**प्राथमिक समकों के लाभ (Advantages of Primary Data):** किसी शोधकार्य में प्राथमिक समकों के प्रयोग के निम्नलिखित लाभ हैं—

(i). प्राथमिक समकों का सबसे बड़ा लाभ यह होता है कि ये वर्तमान शोध के उद्देश्यों के अनुरूप संकलित किये जाते हैं।

(ii). प्राथमिक समकों की शुद्धता की जाँच सम्भव होता है।

(iii). प्राथमिक समक समयानुकूल होते हैं।

**प्राथमिक समकों की खामियाँ (Disadvantages of Primary Data):** किसी शोधकार्य में प्राथमिक समकों के प्रयोग के निम्नलिखित खामियाँ हैं—

(i). प्राथमिक समकों को संकलित करने में काफी समय लगता है।

(ii). प्राथमिक समकों का संकलन खर्चीला होता है।

(iii). ऐतिहासिक अध्ययनों के लिए प्राथमिक समकों का संकलन प्रायः सम्भव नहीं होता है।

#### 4.1.3.ख. द्वितीयक समक (Secondary Data):

वैसे आँकड़ें जिनका प्रयोग पहले हो चुका है द्वितीयक आँकड़ें कहलाते हैं। उदाहरण के लिए, सरकार या किसी कम्पनी द्वारा पूर्व प्रकाशित आँकड़ें जिनका प्रयोग दुबारा किया जा रहा है।

**द्वितीयक समकों का लाभ (Advantages of Secondary Data):** किसी भी शोधकार्य में द्वितीयक समकों के प्रयोग के निम्नलिखित लाभ हैं—

(i). ये आसानी से एवं तत्काल उपलब्ध हो जाते हैं जिससे समय की बचत होती है।

(ii). इसकी लागत बहुत कम या शून्य भी होती है।

(iii). ऐतिहासिक तथ्यों को वर्तमान में संकलित करना सम्भव नहीं होता है उनके लिए द्वितीयक समकों का प्रयोग अनिवार्य हो जाता है। उदाहरण के लिए, पिछली सदी में किसी देश की जनसंख्या को पूर्व प्रकाशित दस्तावेजों से ही ज्ञात किया जा सकता है।

(iv). व्यक्तिगत शोधकर्ता बड़े पैमाने पर जनगणना (Census) नहीं कर सकते हैं अतः द्वितीयक समकों का प्रयोग करना उनकी मजबूरी बन जाती है।

**द्वितीयक समकों के नुकसान (Disadvantages of Secondary Data):** द्वितीयक समकों की सबसे बड़ी कमी यह है कि ये वास्तव में अद्यतन शोधकार्य के अनुरूप तैयार नहीं किए जाते हैं बल्कि इनके त्वरित एवं आसानी से उपलब्धता के कारण इनका प्रयोग किया जाता है। किसी भी शोधकार्य में द्वितीयक समकों के प्रयोग के निम्नलिखित नुकसान हैं—

(i). पूर्व प्रकाशित द्वितीयक समक नये अध्ययन के लिए पूरी तरह से अनुकूल नहीं होते हैं। क्योंकि इनके संकलन के उद्देश्य तथा तरीके भिन्न होते हैं।

(ii). द्वितीयक समक नये शोधकार्य के लिए अपर्याप्त हो सकते हैं।

- (iii). द्वितीयक समकों की गुणवत्ता संदिग्ध होती है।
- (iv). द्वितीयक समंक समयानुकूल नहीं होते हैं।
- (v). द्वितीयक समकों की शुद्धता को परखना सम्भव नहीं होता है।

**(c). समय के आधार पर भी आँकड़े दो प्रकार के होते हैं—**

#### 4.1.3.ग. वर्गीकृत और कालश्रेणी (Cross Section and Time Series):

किसी नियत समय पर विभिन्न स्थानों या वर्गों से प्राप्त किये गये आँकड़े वर्गीकृत समंक कहलाते हैं। उदाहरण के लिए, 2019 में भारत के चार महानगरों की जनसंख्या या 2019 में किसी कम्पनी के कर्मचारियों की आय इत्यादि।

इसके विपरित किसी नियत स्थान या वर्ग से सम्बंधित विभिन्न अवधियों के आँकड़ों को कालश्रेणी कहते हैं। उदाहरण के लिए, सन् 2000 से लेकर 2019 तक भारत की जनसंख्या या किसी कम्पनी के विगत 20 वर्षों के विक्री के आँकड़े इत्यादि।

**(d). मिश्रित आँकड़े (Pooled Data):** कभी कभी आँकड़ों की संख्या बढ़ाने के लिए वर्गीकृत आँकड़ों और कालश्रेणी के आँकड़ों को एक साथ मिला दिया जाता है जिसे मिश्रित आँकड़ा कहते हैं। उदाहरण के लिए, भारत के चार महानगरों की विगत 10 वर्षों की जनसंख्या को एक साथ मिला देने पर कुल 40 आँकड़े प्राप्त हो जाते हैं।

#### 4.1.4 सारांश (Summary):

समंक वैज्ञानिक शोधकार्यों में कच्चे माल की तरह उपयोगी होते हैं। इनके विश्लेषण के बाद ही शोध का निष्कर्ष प्राप्त होता है। सामान्य अर्थों में समंक सूचनाओं का अंकात्मक रूपांतरण हैं। कुछ समंक गुणात्मक प्रकृति के भी होते हैं परन्तु सांख्यिकी में उनको अंकात्मक बनाकर उपयोग किया जाता है। द्वितीयक समकों का संकलन पूर्व प्रकाशित पुस्तकों, पत्रिकाओं, प्रतिवेदनों आदि से किया जा सकता है। प्राथमिक समकों के संकलन के लिए अवलोकन, साक्षात्कार, सर्वेक्षण आदि विधियों का प्रयोग किया जाता है।

#### 4.1.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. आँकड़ों को परिभाषित करें।
2. आँकड़ों के विभिन्न प्रकारों का वर्णन करें।
3. प्राथमिक समकों के गुण और दोषों का उल्लेख करें।
4. द्वितीयक समकों के गुण और दोषों का उल्लेख करें।

#### 4.1.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.



हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

## खण्ड (Selection)– 4

### इकाई (Unit)– 2

समंक संकलन की विधियाँ; अवलोकन, सर्वेक्षण, साक्षात्कार एवं वृत अध्ययन

**(Methods of Data Collection: Observation, Survey, Interview and Case Study)**

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

##### 4.2.0. उद्देश्य (Objectives):

##### 4.2.1. परिचय (Introduction):

##### 4.2.2. समंकों के संकलन की विधियाँ (Methods of Data Collection):

##### 4.2.2.क. अवलोकन (Observation):

##### 4.2.2.ख. निरीक्षण/अवलोकन की विशेषताएँ अथवा गुण (Characteristics or Merits of Observation):

##### 4.2.2.ग. अवलोकन की योजना (Planning Observation):

##### 4.2.2.घ. अवलोकन के प्रकार (Types of Observation):

##### 4.2.2.ङ. निरीक्षण/अवलोकन की समस्याएँ अथवा सीमाएँ (Problems or Limitations of Observation):

##### 4.2.3. सर्वेक्षण (Survey):

##### 4.2.3.क. सर्वेक्षण विधि की प्रमुख विशेषताएँ (Characteristics of Survey Method): सर्वेक्षण

##### 4.2.3.ख. सर्वेक्षण के विभिन्न चरण (Steps Involved in a Survey):

##### 4.2.3.ग. सर्वेक्षण के उद्देश्य (Objectives of Survey):

##### 4.2.3.घ. सर्वेक्षण विधि के लाभ (Advantages/Merits of Survey Method):

##### 4.2.3.ङ. सर्वेक्षण विधि की सीमाएँ (Limitations of Survey Method):

##### 4.2.4. साक्षात्कार (Interview):

##### 4.2.4.क. साक्षात्कार का अर्थ एवं परिभाषाएँ (Meaning and Definitions of Interview):

##### 4.2.4.ख. साक्षात्कार के उद्देश्य एवं महत्व (Objectives and Importance of Interview):

##### 4.2.4.ग. साक्षात्कार के विभिन्न चरण (Steps in the process of interview):

##### 4.2.4.घ. साक्षात्कार के प्रकार (Types of Interview):

##### 4.2.4.ङ. साक्षात्कार विधि की सीमाएँ (Limitations of Interview Method):

#### **4.2.5. वैयक्तिक/वृत अध्ययन (Case Study):**

##### **4.2.5.क. वैयक्तिक/वृत अध्ययन का अर्थ एवं परिभाषाएँ (Meaning and Definitions of Case Study):**

##### **4.2.5.ख. वैयक्तिक अध्ययन की विशेषताएँ (Characteristics of Case Study):**

##### **4.2.5.ग. वैयक्तिक अध्ययन की मान्यताएँ (Assumptions of Case Study):**

##### **4.2.5.घ. वैयक्तिक अध्ययन के प्रकार (Types of Case Study):**

##### **4.2.5.ङ. वैयक्तिक अध्ययन में समंक संकलन (Data Collection in Case Study):**

#### **4.2.6 सारांश (Summary):**

#### **4.2.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):**

#### **4.2.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):**

#### **4.2.0. उद्देश्य (Objectives):**

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- समंक संकलन की विभिन्न विधियाँ
- अवलोकन
- सर्वेक्षण
- साक्षात्कार
- वृत अध्ययन

#### **4.2.1. परिचय (Introduction):**

शोध की प्रक्रिया में समंकों का संकलन एक महत्वपूर्ण चरण है। शोध की प्रकृति के अनुसार उसके उद्देश्यों को पूरा करने और परिकल्पनाओं की जाँच करने के लिए निश्चित किए गए चरों का प्रतिनिधित्व करने वाले समंकों का संकलन किया जाता है। चूँकि शोध का निष्कर्ष समंकों के विश्लेषण द्वारा ही प्राप्त होता है इसलिए समंकों की शुद्धता शोध की आत्मा होती है। यदि समंकों में त्रुटि होगी तो शोध का निष्कर्ष भी त्रुटिपूर्ण होगा। शोधकार्य के लिए समंक कच्चे माल की तरह होते हैं जिनको प्रसंस्कृत और विश्लेषित करके शोध के निष्कर्ष प्राप्त किये जाते हैं। जैसे कारखाने में लोहा तैयार करने के लिए सबसे महत्वपूर्ण सामग्री लौह अयस्क है उसी तरह शोध का निष्कर्ष प्राप्त करने के लिए सबसे महत्वपूर्ण चीज शोध से सम्बंधित उपयुक्त समंक हैं। द्वितीयक समंकों (Secondary Data) का संकलन पूर्व प्रकाशित स्रोतों (सरकारी प्रकाशन, पूर्व के शोध, जनगणना, व्यक्तिगत संचिका, इत्यादि) से कर लिया जाता है परन्तु प्राथमिक समंकों का संकलन शोध की प्रकृति एवं परिस्थितियों पर निर्भर करता है।

#### **4.2.2. समंकों के संकलन की विधियाँ (Methods of Data Collection):**

प्राथमिक समंकों के संकलन की चार प्रमुख विधियाँ हैं— अवलोकन, सर्वेक्षण, साक्षात्कार एवं वृत अध्ययन (Methods of Data Collection: Observation, Survey, Interview and Case Study)

#### 4.2.2.क. अवलोकन (Observation):

सामान्य बोल चाल की भाषा में अवलोकन का अर्थ है आँखों से देखना है लेकिन शोधकार्य में अवलोकन का मतलब किसी चीज का गम्भीरता से निरीक्षण करना है। इस विधि का प्रयोग प्रायः अंकात्मक समकों के संकलन के लिए किया जाता है परंतु गुणात्मक समकों के संकलन के लिए भी इस विधि का प्रयोग किया जा सकता है। चरों की प्रकृति एवं माप के उपलब्ध पैमाने के अनुसार समकों को मापने के लिए उसका अवलोकन अथवा परीक्षण किया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि किसी समूह के लोगों के व्यवहार का अध्ययन करना है तो उसके लिए समूह के सदस्यों का सूक्ष्म अध्ययन करना पड़ेगा। किसी घटना के निरीक्षण के लिए ज्ञानेन्द्रियों के साथ साथ वैज्ञानिक उपकरणों जैसे, कैमरा, विडियो/ऑडियो रिकार्डिंग आदि का भी उपयोग किया जाता है।

**ऑक्सफोर्ड कन्साइज शब्दकोश** के अनुसार, “जिस रूप में घटनाएँ घटित होती हैं उन्हें ठीक उसी परिशुद्ध रूप में देखना और आलेखन कर लेना ही निरीक्षण है।

#### 4.2.2.ख. निरीक्षण/अवलोकन की विशेषताएँ अथवा गुण (Characteristics or Merits of Observation):

किसी घटना का अपने आँखों से देखकर निरीक्षण करना समक संकलन की सबसे विश्वसनीय पद्धति है। क्योंकि इसमें अध्ययनकर्ता स्वयं या उसका कोई विश्वसनीय प्रतिनिधि किसी घटना का अवलोकन करके शोध के लिए उपयुक्त समकों का संकलन करता है। अवलोकन विधि की निम्नलिखित विशेषताएँ अथवा गुण हैं—

**(i). ज्ञानेन्द्रिय का प्रयोग (Use of Human Senses):** अवलोकन विधि में समकों का संकलन करने के लिए मुख्यतः आँखों का प्रयोग किया जाता है। कभी कभी आवाजों को सुनने के लिए कानों का भी प्रयोग होता है।

**(ii). प्राथमिक समकों का संकलन (Collection of Primary Data):** इस विधि द्वारा प्राथमिक समकों का संकलन किया जाता है।

**(iii). वैज्ञानिक विधि (Scientific Method):** इस विधि से संकलित समक प्रामाणिक एवं विश्वसनीय होते हैं। प्रामाणिकता वैज्ञानिकता का पर्याय है।

**(iv). आनुभविक विधि (Empirical Method):** इस विधि में किसी घटना के घट जाने के बाद ही समक प्राप्त होते हैं इसलिए इसको अनुभविक विधि भी कहा जाता है।

**(v). सरलता (Simplicity):** इस विधि की एक महत्वपूर्ण विशेषता इसका सरल होना है। निरीक्षण द्वारा समकों का संकलन करना एक सहज प्रक्रिया है।

#### 4.2.2.ग. अवलोकन की योजना (Planning Observation):

अवलोकन विधि के लिए योजना बनाते समय निम्नलिखित बातों का ध्यान दिया जाना चाहिए—

**(i).** सर्वप्रथम शोधकर्ता को यह जाँच लेना चाहिए कि वर्तमान शोध कार्य के लिए अवलोकन विधि उपयुक्त है या नहीं?

**(ii).** अवलोकन के लिए स्पष्ट शोध प्रश्न तय कर लेना चाहिए। अर्थात् क्या अवलोकन करना है?

**(iii).** अवलोकन का विषयवस्तु एवं उसकी प्रकृति तय कर लेना चाहिए।

**(iv).** प्रत्येक चुने गए चर की व्यावहारिक परिभाषा स्पष्ट कर लेनी चाहिए।

**(v).** अवलोकन किए जाने वाले व्यक्ति अथवा वस्तु का चयन कर लेना चाहिए।

(vi). अवलोकन का समय और उपकरणों का प्रयोग तय कर लेना चाहिए।

(vii). अन्त में अवलोकनकर्ताओं का चुनाव और उनको ट्रेनिंग दी जानी चाहिए।

नोट: एक अच्छे अवलोकनकर्ता में संवाद, एकाग्रता, याददाश्त, अनुशासन आदि का गुण समाहित होना चाहिए।

#### 4.2.2.घ. अवलोकन के प्रकार (Types of Observation):

निरीक्षण विधि का प्रयोग प्रायः सामाजिक, प्राकृतिक एवं भौतिक विज्ञान के शोध कार्यों में समकों के संकलन के लिए किया जाता है। शोधकार्य की परिस्थितियों के अनुसार, निरीक्षण की कई विधियों का प्रयोग किया जाता है। सामान्यतः निरीक्षण की निम्नलिखित विधियाँ प्रचलित हैं—

**(i). अनियंत्रित निरीक्षण (Uncontrolled Observation):** अनियंत्रित निरीक्षण को साधारण निरीक्षण, अव्यवस्थित निरीक्षण, अनिर्देशित निरीक्षण अथवा अनौपचारिक निरीक्षण के नाम से भी जाना जाता है। इस विधि में किसी घटना का हूबहू निरीक्षण किया जाता है। इस विधि में न तो घटना पर नियंत्रण किया जाता है और न अवलोकनकर्ता पर। इस विधि में केवल ज्ञानेन्द्रियों द्वारा अवलोकन किया जाता है। अनियंत्रित अवलोकन की निम्नलिखित तीन महत्वपूर्ण विधियाँ हैं—

**(a). सहभागी अवलोकन (Participatory Observation):** इस विधि में अवलोकनकर्ता स्वयं घटना में शामिल हो जाता है। इस तरह से वह अवलोकनकर्ता के साथ साथ घटना में प्रतिभागी (Participant) की भूमिका भी निभाता है। उदाहरण के लिए, किसी आदिवासी समूह के रीति रिवाजों का अध्ययन करने के लिए अवलोकनकर्ता स्वयं उनके समूह में शामिल हो जाता है। इस विधि में निरीक्षण किए जाने वाले समूह के सदस्यों को इस बात का पता नहीं चलता है जिससे उनके प्राकृतिक व्यवहार का अध्ययन हो पाता है। इस विधि का प्रयोग प्रायः समाजशास्त्र और मनोविज्ञान आदि विषयों में किया जाता है।

**(b). असहभागी अवलोकन ( Non-participatory Observation):** इस विधि में अवलोकनकर्ता किसी घटना का अवलोकन उस घटना में शामिल हुए बिना करता है।

**(c). अर्द्ध सहभागी अवलोकन (Quasi-participatory Observation):** अर्द्ध सहभागी अवलोकन भी अनियंत्रित अवलोकन का ही एक रूप है। यह विधि सहभागी और असहभागी अवलोकन विधियों का मिश्रण है। इस प्रकार के अवलोकन में अवलोकनकर्ता निरीक्षित समूह के दैनिक जीवन में सहभाग भी करता है और विशिष्ट परिस्थितियों में तटस्थ दर्शक बनकर उनका अवलोकन भी करता है। इस विधि को अलग अलग सहभागी और असहभागी विधियों से श्रेष्ठ माना जाता है। क्योंकि इसमें दोनों के प्रमुख दोषों से मुक्ति मिल जाती है।

**(d). प्रत्यक्ष अवलोकन ( Direct Observation):** इस विधि में अवलोकनकर्ता स्वयं प्रत्यक्ष रूप से किसी घटना का अवलोकन करता है। यह विधि लचीला है तथा इसमें अवलोकनकर्ता अपनी सुविधा और आवश्यकता के अनुसार घटना के विभिन्न पहलुओं का अवलोकन करता है। इस विधि में अवलोकनकर्ता गतिशील रह सकता है।

**(e). अप्रत्यक्ष अवलोकन ( Indirect Observation):** इस विधि में अवलोकनकर्ता स्वयं घटना का प्रत्यक्ष अवलोकन नहीं करता है बल्कि इसके लिए विभिन्न उपकरणों जैसे, कैमरा, टेप रिकार्डर, विडियोग्राफी आदि का प्रयोग करता है। उदाहरण के लिए बड़े बड़े दुकानों में कर्मचारियों के कार्यों का अवलोकन सी. सी. कैमरे की रिकार्डिंग देखकर किया जाता है। पशुओं के व्यवहार का अवलोकन करने के लिए उनके गर्दन में रिकार्डिंग कैमरा बाँध दिया जाता है।

**(ii). नियंत्रित निरीक्षण (Controlled Observation):** नियंत्रित निरीक्षण में अवलोकनकर्ता को अनेक प्रकार की सीमाओं का ध्यान रखना पड़ता है। इसमें पूर्व नियोजित तरीके से निरीक्षण किया जाता है। इस विधि को पूर्व-रचित या संरचित (Structured) अथवा पूर्व-नियोजित (Pre-planned) निरीक्षण

भी कहा जाता है। इस विधि में अवलोकन के लिए वैज्ञानिक उपकरणों का भी प्रयोग किया जाता है। नियंत्रित निरीक्षण विधि को दो प्रकार से नियंत्रित किया जाता है—

**(a). सामाजिक घटनाओं पर नियंत्रण (Control over social phenomena):** भैतिक एवं प्राकृतिक घटनाओं पर प्रयोगशालाओं में नियंत्रण रखा जाता है परंतु सामाजिक घटनाओं पर नियंत्रण रखना सम्भव नहीं होता है।

**(b). अवलोकनकर्ता पर नियंत्रण (Control over observer):** अवलोकित घटनाओं पर नियंत्रण करने की जगह अवलोकनकर्ता पर नियंत्रण रखना आसान होता है। ऐसा पूर्व नियोजित योजना बनाकर, मानचित्रों, फोटोग्राफों, पथ-प्रदर्शिकाओं, अनुसूचियों एवं अन्य वैज्ञानिक उपकरणों के प्रयोग द्वारा किया जाता है।

**(iii). सामूहिक निरीक्षण (Group Observation):** नियंत्रित तथा अनियंत्रित निरीक्षण की खामियों को दूर करने के लिए सामूहिक निरीक्षण विधि का प्रयोग किया जाता है। इस विधि में निरीक्षणकर्ताओं का एक समूह किसी घटना का निरीक्षण करता है। सामूहिक निरीक्षण समूह के सदस्यों का चयन इस तरह से किया जाता है कि उनमें से प्रत्येक को घटना के किसी विशेष पहलू का निरीक्षण करना होता है। उदाहरण के लिए, समाजशास्त्र के विशेषज्ञ घटना के सामाजिक पहलू का निरीक्षण करते हैं, मनोविज्ञान के विशेषज्ञ घटना के मनोवैज्ञानिक पहलू का निरीक्षण करते हैं तथा अर्थशास्त्र के विशेषज्ञ घटना के आर्थिक पहलू का अवलोकन करते हैं। इस विधि का प्रयोग अन्तर-विषयक (Inter-disciplinary) शोधकार्यों के लिए ज्यादा उपयुक्त है।

#### **4.2.2.ड. निरीक्षण/अवलोकन की समस्याएँ अथवा सीमाएँ (Problems or Limitations of Observation):**

हर विधि की कुछ सीमाएँ होती हैं। निरीक्षण विधि की निम्नलिखित समस्याएँ अथवा सीमाएँ हैं—

**(i). निरीक्षित व्यक्ति एवं समूह के व्यवहार में परिवर्तन (Changes in the behaviour of individuals and Groups):** इस विधि की सबसे बड़ी कमी यह है कि निरीक्षण किए जाने वाले व्यक्ति एवं समूह को जब इस बात का पता चलता है तब उनके व्यवहार में बदलाव आ जाता है। अर्थात् वे अपना प्राकृतिक व्यवहार नहीं कर पाते हैं। जिससे शोध का निष्कर्ष गलत हो सकता है। उदाहरण के लिए, जब किसी मजदूर को मालूम हो जाता है कि कोई उसके कार्यों का निरीक्षण कर रहा है तो वह अपनी पूरी क्षमता से कार्य करता है जबकि सामान्य समय में वह औसत क्षमता से कार्य करता है।

**(ii). अवलोकनकर्ता का झुकाव (Observer's Biased):** इस विधि में अवलोकनकर्ता के दृष्टिकोण, ईर्ष्या अथवा लगाव आदि के कारण अध्ययन में किसी एक ओर झुकाव की समस्या उत्पन्न हो सकती है।

**(iii). संगतता का अभाव (Lack of Consistency):** इस विधि में संगतता का अभाव पाया जाता है। एक ही अवलोकनकर्ता एक ही तरह की घटनाओं का अवलोकन अलग अलग तरीके से कर सकता है। दूसरी ओर अलग अलग अवलोकनकर्ता एक ही तरह की घटनाओं को अलग अलग तरीके से अवलोकन कर सकता है।

**(iv). अपूर्णता की समस्या (Problem of Incompleteness):** इस विधि में आँखों की समस्या जैसे दृष्टि-भ्रम या उपकरणों की समस्या जैसे अस्पष्ट रिकार्डिंग आदि के कारण अपूर्ण अवलोकन की समस्या आती है।

**(v). वस्तुनिष्ठता का अभाव (Lack of Objectivity):** इस विधि में अवलोकनकर्ता के मानवीय संवेदनाओं और समकों के गुणात्मक प्रकृति के संयुक्त प्रभाव के चलते समक संकलन में वस्तुनिष्ठता का अभाव पाया जाता है।

(vi). भूतकाल की घटनाओं के लिए अनुपयुक्त (**Useless in the case of past events**): इस विधि द्वारा भूत काल की बीती हुयी घटनाओं का अध्ययन नहीं किया जा सकता है।

#### 4.2.3. सर्वेक्षण (Servey):

**परिचय (Introduction):** सर्वेक्षण तथ्यों को उजागर करने की विधि है। इस विधि में किसी निश्चित समय पर किसी समग्र या प्रतिदर्श से प्रत्यक्ष रूप में समकों का संकलन किया जाता है। उदाहरण के लिए, जनगणना या अन्य सामाजिक आर्थिक सर्वेक्षण इत्यादि। सर्वेक्षण विधि में जब समग्र के सभी इकाइयों को शामिल किया जाता है तब इसे समग्र सर्वेक्षण कहा जाता है। जब सर्वेक्षण विधि में समग्र के कुछ चयनित इकाइयों को ही शामिल किया जाता है तब इसे प्रतिदर्श सर्वेक्षण कहा जाता है। इस विधि में समकों का संकलन करने के लिए प्रायः प्रश्नावली, अनुसूची, साक्षात्कार या अवलोकन विधि का प्रयोग करते हैं।

**4.2.3.क. सर्वेक्षण विधि की प्रमुख विशेषताएँ (Characteristics of Servey Method):** सर्वेक्षण विधि की प्रमुख विशेषताएँ निम्नलिखित हैं—

(i). क्षेत्र कार्य (**Field-Work**): सर्वेक्षण की प्रक्रिया प्राकृतिक वातावरण में सम्पन्न की जाती है अर्थात् यह एक क्षेत्र-कार्य (Field-work) है।

(ii). प्रत्यक्ष प्रतिक्रिया (**Direct Response**): सर्वेक्षण की प्रक्रिया में सूचकों की प्रत्यक्ष प्रतिक्रिया जानी जाती है।

(iii). उपयुक्तता (**Appropriateness**): सर्वेक्षण विधि का प्रयोग समग्र और प्रतिदर्श दोनों के साथ किया जाता है।

(iv). व्यापकता एवं गहनता (**Extensiveness and Intensiveness**): सर्वेक्षण विधि का प्रयोग व्यापक (Extensive) और गहन (Intensive) दोनों तरह के अध्ययनों में किया जाता है।

(iv). क्षेत्रीयता (**Regionality**): सर्वेक्षण किसी निश्चित क्षेत्र (गाँव, शहर, राज्य या देश) में ही किया जाता है।

सर्वेक्षण की गुणवत्ता उसकी विधिवत योजना, आदर्श प्रतिचयन, समकों की पर्याप्ता और विश्वसनीयता के साथ साथ समकों के विश्लेषण और निर्वचन पर निर्भर करता है।

#### 4.2.3.ख. सर्वेक्षण के विभिन्न चरण (Steps Involved in a Survey):

सर्वेक्षण की प्रक्रिया की शुरुआत इसकी योजना बनाने से तथा अंत प्रतिवेदन तैयार करने के साथ होती है। इसके बीच में अन्य महत्वपूर्ण चरण निम्नलिखित हैं—

(i). अध्ययन के लिए समस्या या विषय का चुनाव (**Selection of a Problem or Topic of the Study**)

(ii). शोध प्ररचना तैयार करना (**Preparation of the research Design**)

(iii). अवधारणों का प्रचालन (**Operetionalisation of Concepts**)

(iv). माप के पैमाने तय करना (**Finalising the Measurment Scale**)

(v). प्रतिदर्श का चयन (**Sampling**)

(vi). समकों के संकलन के लिए उपकरण तैयार करना (**Construction of tools for collection of data**)

(vii). क्षेत्र-कार्य और समक संकलन (**Field work and collection of data**)

(viii). समकों का प्रसंस्करण (**Processing of Data**)

**(ix). समकों का विश्लेषण (Analysis of data)**

**(xii). प्रतिवेदन (Report)**

**4.2.3.ग. सर्वेक्षण के उद्देश्य (Objectives of Survey):** सर्वेक्षण के निम्नलिखित उद्देश्य हो सकते हैं—

**(i). तथ्यों की खोज (Fact Finding):** सामान्यतः सरकार या संस्थाएँ भविष्य के लिए नीतियाँ बनाने के लिए तथ्यों को एकत्र करने के लिए सर्वेक्षण कराते हैं। उदाहरण के लिए भारत सरकार हर दस वर्षों में जनगणना सर्वेक्षण (Census Survey) कराती है। कम्पनियाँ अपने उत्पादों को ग्राहकों के अनुकूल बनाने के लिए बाजार का सर्वेक्षण (Market Survey) कराती हैं।

**(ii). घटना की व्याख्या करना (To Explain Certain Phenomena):** किसी घटना की व्याख्या तथा कार्य-कारण सम्बंधों की जाँच करने के लिए भी सर्वेक्षण विधि का प्रयोग किया जाता है। इसके लिए परिकल्पनाओं की जाँच की जाती है।

**(iii). तुलना करना (Making Comparison):** सर्वेक्षण विधि का प्रयोग दो या दो से अधिक वर्गों के सामाजिक आर्थिक अवस्थाओं की तुलना करने के लिए भी किया जाता है। उदाहरण के लिए, उच्च आय वर्ग और निम्न आय वर्ग के घरों में उपयोग किए जाने वाली उपभोक्ता वस्तुओं का अध्ययन करने के लिए सर्वेक्षण विधि का प्रयोग किया जाता है।

**(iv). अनुमान लगाना (Making Predictions):** इस विधि का प्रयोग भविष्य के लिए अनुमान लगाने के लिए भी किया जाता है। उदाहरण के लिए उपभोक्ताओं की आय में वृद्धि का उपभोक्ता वस्तुओं की माँग पर प्रभाव का अनुमान लगाने के लिए सर्वेक्षण विधि का प्रयोग किया जाता है।

**4.2.3.घ. सर्वेक्षण विधि के लाभ (Advantages/Merits of Survey Methods):** सर्वेक्षण विधि के निम्नलिखित लाभ या गुण हैं—

**(i).** सर्वेक्षण एक बहुमुखी विधि है। इस विधि का प्रयोग समकों का संकलन अथवा सम्पूर्ण अध्ययन करने के लिए किया जा सकता है।

**(ii).** सर्वेक्षण विधि में समकों के संकलन के लिए अवलोकन, प्रश्नावली/अनुसूची अथवा साक्षात्कार आदि प्रविधियों का उपयोग किया जाता है।

**(iii).** सर्वेक्षण विधि से सिद्धान्तों की जाँच की जाती है।

**(iv).** सर्वेक्षण विधि से प्राप्त निष्कर्षों का सामान्यीकरण किया जा सकता है।

**(v).** सर्वेक्षण विधि के प्रयोग से नयी जानकारीयों भी प्राप्त होती है।

**4.2.3.ड. सर्वेक्षण विधि की सीमाएँ (Limitations of Survey Research):** यद्यपि सर्वेक्षण एक बहुमुखी अध्ययन विधि है फिर भी इसकी प्रमुख सीमाएँ निम्नलिखित हैं—

**(i).** सर्वेक्षण विधि का प्रयोग प्रायः प्राथमिक समकों के संकलन के लिए किया जाता है। इसकी सफलता सूचकों के सहयोग और ईमानदारी पर निर्भर करता है।

**(ii).** प्रतिदर्श सर्वेक्षण में प्रतिदर्श त्रुटि (Sampling Error) की सम्भावना बनी रहती है।

**(iii).** सर्वेक्षण विधि द्वारा एक बार में सीमित सूचनाओं का संकलन ही सम्भव है।

**(iv).** सर्वेक्षण विधि का प्रयोग ऐतिहासिक अध्ययनों के लिए नहीं किया जा सकता है।

**(v).** सर्वेक्षण एक खर्चीली और समय साध्य (Time Consuming) विधि है।

**4.2.4. साक्षात्कार (Interview):**

**परिचय (Introduction):** शोधकार्यों में समकों के संकलन के लिए साक्षात्कार एक काफी प्रचलित एवं प्राचीन विधि है। यह विधि समाजशास्त्र के साथ साथ चिकित्सा, मनोविज्ञान एवं अन्य विषय के शोधकार्यों में भी लोकप्रिय है। सामान्यतः साक्षात्कार विधि में संकलनकर्ता/साक्षात्कारकर्ता द्वारा सूचनादाता के सामने



बैठकर बातचित के द्वारा समकों का संकलन किया जाता है। वर्तमान में संचार के आधुनिक साधनों जैसे, टेलीफोन इत्यादि का प्रयोग भी किया जाता है।

**प्रोफेसर ऑलपोर्ट** के अनुसार, “यदि आप यह जानना चाहते हैं कि लोग क्या महसूस करते हैं, क्या याद रखते हैं, उनकी भावनाएँ एवं उनके उद्देश्य क्या हैं, तो उनसे स्वयं क्यों नहीं पूछते?” वास्तव में साक्षात्कार प्रविधि की उत्पत्ति यहीं से शुरू होती है। इस प्रविधि की सबसे बड़ी विशेषता यह है कि इसमें सूचनादाता के भावनात्मक विचारों को भी ज्ञात किया जा सकता है जिनका प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष अवलोकन नहीं किया जा सकता है।

#### **4.2.4.क. साक्षात्कार का अर्थ एवं परिभाषाएँ (Meaning and Definitions of Interview):**

साक्षात्कार का अंग्रजी अनुवाद Interview है। जिसका मतलब (Inter) यानि भीतर तथा (View) यानि देखना है। इस तरह से साक्षात्कार का शाब्दिक अर्थ अंदर देखना है। सामान्य भाषा में साक्षात्कार का अर्थ बातचीत करना है। सामाजिक अनुसंधानों में इस विधि का प्रयोग समकों के संकलन के लिए किया जाता है।

आजकल किसी भी पद पर नियुक्ति के लिए साक्षात्कार किया जाता है। जिसका उद्देश्य अभ्यर्थी की योग्यता, रुचि, काम के प्रति लगन एवं निष्ठा आदि का पता करना होता है। यदि हम एक दूसरे के विचार, भावनाओं और अनुभूतियों को जानना समझना चाहते हैं तो उसके लिए आपस में बातचीत करना ही उपयुक्त है। शोधकर्ता और सूचनादाता के बीच बातचीत के द्वारा समकों का संकलन करने की विधि को साक्षात्कार कहते हैं।

**कुछ विद्वानों द्वारा साक्षात्कार की निम्नलिखित परिभाषाएँ दी गयी हैं—**

**गुडे और हॉट के अनुसार,**“ साक्षात्कार मौलिक रूप से सामाजिक अंतःक्रिया की एक प्रक्रिया है।”

**पी. वी. यंग के अनुसार,**“साक्षात्कार को एक अव्यवस्थित पद्धति माना जा सकता है, जिसके द्वारा एक व्यक्ति दूसरे व्यक्ति के जीवन में अधिक या कम कल्पनात्मक रूप में प्रवेश करता है, जो साधारणतया उसके लिए तुलनात्मक दृष्टि से अपरिचित है।”

**सी. ए. मोजर के अनुसार,** “साक्षात्कार, साक्षात्कारकर्ता तथा उत्तरदाता के मध्य एक वार्तालाप है, जिसका उद्देश्य उत्तरदाता से निश्चित सूचना प्राप्त करना होता है।”

#### **4.2.4.ख. साक्षात्कार के उद्देश्य एवं महत्व (Objectives and Importance of Interview):**

किसी शोधकार्य के लिए साक्षात्कार का मुख्य उद्देश्य शोधकार्य के लिए समकों का संकलन करना है। इसके अन्य उद्देश्य निम्नलिखित हैं—

**(i). व्यक्तिगत सम्पर्क स्थापित करना (Personal Contact):** साक्षात्कार में शोधकर्ता सूचनादाता से व्यक्तिगत सम्पर्क करके उनसे बातचीत के द्वारा समकों का संकलन करता है।

**(ii). प्रत्यक्ष विधि (Direct Method):** साक्षात्कार समक संकलन की एक प्रत्यक्ष विधि है। इस विधि में शोधकर्ता अपनी जरूरत के अनुसार समकों का संकलन कर पाता है।

**(iii). अवलोकन का विकल्प (Option to the Observation):** साक्षात्कार विधि में वैसे भावनात्मक समकों का भी संकलन किया जा सकता है जिसका संकलन अवलोकन विधि से सम्भव नहीं है।

**(iv). गुणात्मक समकों का संकलन (Collection of Qualitative Data):** साक्षात्कार विधि गुणात्मक समकों जैसे, आदर्श, सामाजिक मूल्य, विशेष अभिरुचियाँ, स्वभाव, भावनाएँ, मनोवृत्तियाँ, उद्वेग, विचार, अमूर्त तथा अदृश्य गुणों तथा व्यवहारों आदि के संकलन के लिए उपयुक्त विधि है।

**(v). अन्य विधियों से संकलित सूचनाओं का सत्यापन (Verification of information received from other methods):** कभी कभी अन्य विधियों से संकलित समक अस्पष्ट तथा अविश्वसनीय लगने पर साक्षात्कार विधि से उनका सत्यापन किया जाता है।

**(vi). उपकल्पना निर्माण में महत्वपूर्ण ( Important for the formulation of hypothesis):** साक्षात्कार के द्वारा सामाजिक जीवन के विभिन्न पहलुओं के बारे में सूचनाएँ प्राप्त होती हैं जिनका प्रयोग विभिन्न सामाजिक अनुसंधानों के लिए परिकल्पनाओं के निर्माण के लिए किया जाता है।

**(vii). भूतकालीन घटनाओं का अध्ययन ( Study of past events):** समय परिवर्तनशील है। बीत चुकी घटनाओं का अध्ययन अवलोकन विधि से सम्भव नहीं है। ऐसी घटनाओं का अध्ययन साक्षात्कार विधि से किया जा सकता है।

**(viii). अमूर्त घटनाओं का अध्ययन ( Study of Abstract Phenomena):** जैसे अमूर्त सामाजिक सम्बंधों का अध्ययन भी साक्षात्कार विधि से किया जा सकता है जिनको प्रत्यक्ष रूप से देखा नहीं जा सकता है।

**(ix). लेचपूर्ण विधि ( Flexible method):** साक्षात्कार पद्धति एक लचीली पद्धति है। इसमें आवश्यकतानुसार विषय-वस्तु एवं साक्षात्कार संचालन में परिवर्तन किया जा सकता है।

#### **4.2.4.ग. साक्षात्कार के विभिन्न चरण (Steps in the process of interview):**

सामाजिक शोध के दौरान समकों के संकलन के लिए साक्षात्कार एक व्यवस्थित प्रक्रिया है। साक्षात्कार की सम्पूर्ण प्रक्रिया को तीन भागों में बांटा जा सकता है—

##### **(i). साक्षात्कार की प्रारम्भिक तैयारी (Preliminary preparation for interview):**

साक्षात्कार के प्रथम चरण में कुछ प्रारंभिक तैयारी करना अनिवार्य होता है। साक्षात्कार की परिस्थितियों और सूचनादाताओं के बारे में पूर्व जानकारी होने से अनेक कठिनाईयों से बचा जा सकता है। साक्षात्कार की प्रारम्भिक तैयारी के लिए साक्षात्कारकर्ता को निम्नलिखित बातों का ज्ञान होना चाहिए—

**(a). समस्या का ज्ञान (Knowledge about problem)**

**(b). उत्तरदाताओं का चयन (Selection of respondent)**

**(c). उत्तरदाताओं के सामान्य व्यवहार की जानकारी (General knowledge about respondent)**

**(d). साक्षात्कार के लिए समय और स्थान का चयन (Fixation of time and place for interview):**

**(e). साक्षात्कार के उपकरणों का निर्माण (Construction of interview tool)**

##### **(ii). साक्षात्कार की मुख्य प्रक्रिया (Main process of interview):**

साक्षात्कार की प्रक्रिया के लिए प्रारम्भिक तैयारी कर लेने के बाद इसका अगला चरण साक्षात्कार का संचालन करना है। साक्षात्कार की मुख्य प्रक्रिया में निम्नलिखित बातें शामिल हैं—

**(a). सूचनादाताओं से सम्पर्क करना (Contacting the informants)**

**(b). उद्देश्य बताना (Revealing the purpose)**

**(c). सहयोग याचना (Appeal for co-operation)**

**(d). साक्षात्कार का प्रारम्भ (Beginning the interview)**

**(e). साक्षात्कार का अभिलेखन (Recording interview)**

### (iii). साक्षात्कार का समापन एवं प्रतिवेदन (Completion of Interview and Report Writing):

साक्षात्कार की सफलता साक्षात्कारकर्ता और उत्तरदाता की संतुष्टि में निहित है। जब साक्षात्कार के अंत में दोनों प्रसन्न हों तो साक्षात्कार को सफल माना जाता है। इसके लिए कुछ सावधानियाँ बरतनी चाहिए। साक्षात्कार में ऐसे प्रश्न नहीं पूछने चाहिए जिससे उत्तरदाता को दुविधा या आत्म-ग्लानि हो। सूचनादाता को साक्षात्कार की जानकारियाँ गोपनीय रखने के प्रति आश्वस्त करना चाहिए। साक्षात्कार की समाप्ति सौहार्दपूर्ण वातावरण में किया जाना चाहिए।

साक्षात्कार के तुरंत बाद प्रतिवेदन तैयार कर लेना चाहिए। प्रतिवेदन तैयार करते समय निष्पक्षता का ध्यान रखना चाहिए।

नोट: साक्षात्कार के समय सूचनादाताओं द्वारा दी गयी सूचनाओं को तुरंत लिखा जाता है या उनको रिकार्ड कर लिया जाता है।

**4.2.4.घ. साक्षात्कार के प्रकार (Types of Interview):** साक्षात्कार का वर्गीकरण विभिन्न आधारों पर किया जाता है। जिनमें से प्रमुख निम्नलिखित हैं—

**उत्तरदाताओं की संख्या के आधार पर वर्गीकरण (Classification according to the Number of Informants):** उत्तरदाताओं की संख्या के आधार पर साक्षात्कार को दो श्रेणियों में बांटा जाता है—

**(i). व्यक्तिगत साक्षात्कार (Personal Interview):** इस प्रकार के साक्षात्कारों में केवल साक्षात्कारकर्ता और सूचनादाता ही शामिल होते हैं। इसकी सबसे बड़ी विशेषता इसकी गोपनीयता है। इसमें सूचनादाता और साक्षात्कारकर्ता के बीच विश्वास का वातावरण बन जाता है जिससे सूचनादाता हर तरह की सूचनाएँ निःसंकोच दे पाता है। परन्तु अधिक संख्या में सूचनादाताओं का साक्षात्कार करना काफी खर्चीला और समय लगने वाला कार्य हो सकता है। यदि बड़े पैमाने पर अध्ययन किया जा रहा हो तो अनेक साक्षात्कारकर्ताओं को प्रशिक्षित करके नियुक्त करना एक समस्या बन सकती है।

**(ii). सामूहिक साक्षात्कार (Group Interview):** इस प्रकार के साक्षात्कारों में एक या एक से अधिक साक्षात्कारकर्ता अनेक सूचनादाताओं से समकों का संकलन करते हैं। हालांकि इस प्रकार के सामूहिक साक्षात्कारों में गोपनीयता के अभाव के कारण सूचनादाता खुलकर बात नहीं कर पाते हैं परन्तु इस विधि से प्राप्त सूचनाएँ अधिक विश्वसनीय होती हैं। क्योंकि इनकी पुष्टि कई उत्तरदाताओं द्वारा हो जाती है। इस प्रक्रिया में कुछ विरोधाभासी सूचनाओं के बारे में भी संकेत मिल जाता है। यह विधि कम खर्चीली होने के कारण लोकप्रिय है।

**सम्पर्क के आधार पर वर्गीकरण (Classification on the basis of Contact):** साक्षात्कारकर्ता तथा उत्तरदाता के सम्पर्क के आधार पर साक्षात्कार को दो श्रेणियों में बांटा जाता है—

**(i). प्रत्यक्ष साक्षात्कार (Direct Interview):** सामान्यतः साक्षात्कार प्रत्यक्ष ही होता है। इसमें प्रायः साक्षात्कारकर्ता और उत्तरदाता दोनों आमने सामने बैठकर वार्तालाप करते हैं। इस तरह के साक्षात्कारों को प्रत्यक्ष साक्षात्कार कहते हैं।

**(ii). अप्रत्यक्ष साक्षात्कार (Indirect Interview):** कभी कभी साक्षात्कारकर्ता आधुनिक उपकरणों/साधनों जैसे, टेलीफोन या इन्टरनेट के माध्यम से भी उत्तरदाताओं से बातचीत/साक्षात्कार करता है। इस तरह के साक्षात्कारों को अप्रत्यक्ष साक्षात्कार कहते हैं।

**औपचारिकता अथवा संरचना के आधार पर वर्गीकरण (Classification on the basis of Formality or Structure):** साक्षात्कार की औपचारिकता एवं संरचना के आधार पर साक्षात्कार को तीन श्रेणियों में बांटा जाता है—

**(i). औपचारिक अथवा संरचित साक्षात्कार (Formal or Structured Interview):**

इस तरह के साक्षात्कार में साक्षात्कारकर्ता सूचनादाताओं से पहले से निर्मित प्रश्न पूछता है। इसके लिए वह पूर्व निर्मित **साक्षात्कार अनुसूची** का प्रयोग करता है। इसमें सभी सूचनादाताओं से एक ही क्रम में प्रश्न पूछे जाते हैं तथा सभी सूचनादाताओं के लिए एक समान निर्देश दिए जाते हैं। इस प्रकार के साक्षात्कार को नियोजित या नियंत्रित साक्षात्कार भी कहा जाता है। इस प्रकार के साक्षात्कार में साक्षात्कारकर्ता को अपने मन से अतिरिक्त प्रश्न पूछने की स्वतंत्रता नहीं होती है।

### औपचारिक/संरचित साक्षात्कार के गुण (Merits of Structured Interview):

संरचित साक्षात्कार के निम्नलिखित गुण हैं—

- इस तरह के साक्षात्कार में केवल शोध के लिए उपयोगी समकों का संकलन किया जाता है।
- सभी उत्तरदाताओं से प्राप्त सूचनाएँ आपस में तुलना योग्य होते हैं।
- इस तरह के साक्षात्कारों से प्राप्त समकों में वस्तुपरकता के गुण पाये जाते हैं।
- साक्षात्कार से प्राप्त सूचनाओं को एकत्रित अथवा संकलित करने में एकरूपता होती है।
- इस तरह के साक्षात्कारों से प्राप्त समकों में शुद्धता पायी जाती है।
- इसमें अतिरिक्त सूचनाओं के जाल से बचा जाता है।
- इसमें सारी चीजें पूर्व नियोजित होने के कारण समय की बचत होती है।

### औपचारिक/संरचित साक्षात्कार की सीमाएँ (Limitations of Structured Interview):

संरचित साक्षात्कार की निम्नलिखित सीमाएँ हैं—

- इस तरह के साक्षात्कार में स्वच्छंदता तथा मौलिकता का अभाव होता है। अर्थात् इस विधि में साक्षात्कारकर्ता और उत्तरदाता दोनों एक साक्षात्कार अनुसूची से बंधे होते हैं। इसमें साक्षात्कारकर्ता अनुसूची में लिखे प्रश्नों को ही पूछ सकता है तथा उत्तरदाता अनुसूची में उत्तर के लिए दिए गए विकल्पों में से ही अपना उत्तर चुन सकता है।
- इस विधि से प्राप्त समकों में शोधार्थी का झुकाव (**Investigator's Bias**) की समस्या पायी जाती है। क्योंकि साक्षात्कार के लिए अनुसूची के निर्माण में शोधार्थी अपने विवके का प्रयोग करता है।
- इस विधि में अन्वेषण (**Exploration**) की सम्भावना सीमित होती है।

**(ii). अनौपचारिक अथवा असंरचित साक्षात्कार (Informal or Unstructured Interview):** इस प्रकार के साक्षात्कार में साक्षात्कारकर्ता स्वतंत्र रूप से अपनी शोध समस्या से सम्बंधित कोई भी प्रश्न पूछता है। इसके लिए पूर्व में बनायी गयी साक्षात्कार-अनुसूची आदि का प्रयोग नहीं करता है। इसमें साक्षात्कारकर्ता द्वारा न्यूनतम निर्देश और हस्तक्षेप किया जाता है। इस तरह के साक्षात्कार को अनियोजित या अनियंत्रित साक्षात्कार भी कहते हैं। इसमें सूचनादाता कहानी के रूप में घटना का वर्णन करता जाता है। साक्षात्कारकर्ता उसमें से अपनी आवश्यकता की बातें प्राप्त कर लेता है।

### अनौपचारिक साक्षात्कार के गुण (Merits of Unstructured Interview):

अनौपचारिक अथवा असंरचित साक्षात्कार में निम्नलिखित गुण पाये जाते हैं—

- इस विधि में पूर्व निर्मित साक्षात्कार अनुसूची का प्रयोग नहीं होता है। उसकी जगह पर केवल सामान्य साक्षात्कार निर्देशिका का प्रयोग किया जाता है।
- इसमें साक्षात्कारकर्ता और उत्तरदाता स्वच्छंद होते हैं।
- इस विधि में समस्या के विभिन्न पहलुओं के बारे में अंतर्दृष्टि (**Insights**) प्राप्त होते हैं। जिनका उपयोग नये अन्वेषणों के लिए किया जा सकता है।

- यह विधि साक्षात्कारकर्ता के झुकाव की समस्या से मुक्त होती है।

### अनौपचारिक साक्षात्कार की सीमाएँ (Limitations of Unstructured Interview):

अनौपचारिक अथवा असंरचित साक्षात्कार की निम्नलिखित सीमाएँ हैं—

- इस विधि की सबसे बड़ी समस्या इससे प्राप्त समकों में एकरूपता एवं तुलनीयता का अभाव है।
- इस विधि से समकों के संकलन में अधिक समय लगता है।
- इस विधि से किए जाने वाले साक्षात्कारों को अपने उद्देश्यों से भटकने की सम्भावना रहती है।
- इस विधि में पूछे जाने वाले प्रश्नों की प्रकृति एवं क्रम पूर्व निर्धारित नहीं होने के कारण बाद में इनका कोडिंग एवं वर्गीकरण करने में कठिनाईयाँ आती हैं।
- इस विधि से प्राप्त समकों में वस्तुपरकता (**Objectivity**) का अभाव पाया जाता है।

नोट: संरचित साक्षात्कार की तुलना में असंरचित साक्षात्कार के लिए ज्यादा कुशल साक्षात्कारकर्ता की आवश्यकता होती है।

### (iii). अर्द्ध-औपचारिक अथवा अर्द्ध-संरचित साक्षात्कार (Semi-formal or Semi-structured Interview):

संरचित साक्षात्कार की अतिकठोरता और असंरचित साक्षात्कार की अति स्वच्छंदता के अवगुणों को दूर करने के लिए अर्द्ध-संरचित साक्षात्कार विधि के रूप में दोनों के बीच का रास्ता अपनाया जाता है। इस विधि में साक्षात्कारकर्ता और उत्तरदाता दोनों को सीमित स्वतंत्रता या स्वच्छंदता होती है।

### पद्धतिशास्त्र के आधार पर वर्गीकरण (Classification on the basis of Methodology):

साक्षात्कार की पद्धति के आधार पर साक्षात्कार को तीन श्रेणियों में बांटा जाता है—

**(i). केन्द्रित साक्षात्कार (Focused Interview):** यह विधि एक अर्द्ध-संरचित साक्षात्कार विधि की तरह है। यह साक्षात्कार किसी विशेष घटना या घटना के किसी खास पहलू पर केन्द्रित होता है। इस विधि का प्रयोग सर्वप्रथम **रॉबर्ट के. मर्टन** ने जनसंचार साधनों (रेडियो) के प्रभाव का अध्ययन करने के लिए किया था। इस विधि में घटना में शामिल या प्रभावित व्यक्तियों का साक्षात्कार किया जाता है। उदाहरण के लिए, किसी सिनेमा के दर्शक या किसी बस या ट्रेन दुर्घटना से प्रभावित व्यक्ति का साक्षात्कार करना। इस विधि में सूचनादाताओं के व्यक्तिगत प्रतिक्रिया और मनोभावों का संकलन किया जाता है।

**(ii). गैर-निर्देशित साक्षात्कार (Non-directed Interview):** गैर निर्देशित साक्षात्कार अनौपचारिक या असंरचित साक्षात्कार के समान है क्योंकि इसमें भी साक्षात्कारकर्ता पूर्व निर्मित साक्षात्कार अनुसूची का प्रयोग नहीं करता है। इसमें भी साक्षात्कारकर्ता और सूचनादाता स्वतंत्र रूप से वार्तालाप करते हैं। इस विधि का प्रयोग प्रायः मानसिक स्थिति का अध्ययन करने के लिए किया जाता है परन्तु अन्य विषयों में भी प्रयोग किया जा सकता है।

**(iii). पुनरावृत्त साक्षात्कार (Repetitive Interview):** इस विधि में साक्षात्कारकर्ता किसी उत्तरदाता से एक से अधिक बार साक्षात्कार करता है। इसका प्रयोग समय के साथ साथ सामाजिक मूल्यों या विचारों में परिवर्तन का अध्ययन करने के लिए किया जाता है। यह साक्षात्कार पैनल अध्ययन के नाम से जाना जाता है।

### 4.2.4.ड. साक्षात्कार विधि की सीमाएँ (Limitations of Interview Method):

सामाजिक अनुसंधान में साक्षात्कार एक महत्वपूर्ण प्रविधि है फिर भी इसकी कुछ सीमाएँ निम्नलिखित हैं—

**(a). स्मरणशक्ति पर आधारित (Based on Memory):** साक्षात्कार में सूचनादाता अपनी स्मरणशक्ति के आधार पर साक्षात्कारकर्ता के प्रश्नों का जवाब देते हैं तथा साक्षात्कारकर्ता अपनी स्मरणशक्ति के आधार पर अंतिम प्रतिवेदन तैयार करता है। इस प्रक्रिया में कुछ महत्वपूर्ण बातें छूट जाती हैं। हालांकि साक्षात्कार को इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों द्वारा रिकार्ड कर लेने से साक्षात्कारकर्ता को बाद में आसानी होती है।

**(b). सत्यापन का अभाव (Lack of Verification):** साक्षात्कार के माध्यम से प्राप्त सूचनाओं का सत्यापन करना कठिन कार्य है क्योंकि यह व्यक्तिगत भावनाओं पर आधारित विधि है।

**(c). विश्वसनीयता का अभाव (Lack of Reliability):** इस विधि में साक्षात्कारकर्ता और सूचनादाताओं के झूकाव के कारण प्राप्त सूचनाओं की विश्वसनीयता संदिग्ध रहती है। किसी घटना से प्रभावित होने वाले सूचनादाता प्रायः अपने हित को प्राथमिकता देते हैं जिसके कारण वे निष्पक्ष नहीं रह पाते हैं। कभी कभी सूचनादाता लाज/शर्म या भय के कारण भी सही बातें नहीं बोल पाते हैं।

**(d). समय साध्य (Time Consuming):** साक्षात्कार की प्रक्रिया में साक्षात्कार की तैयारी, सूचनादाताओं का चुनाव एवं साक्षात्कार का आयोजन आदि में काफी समय लगता है। कभी कभी साक्षात्कार से प्राप्त सूचनाओं की पुनः जाँच करने में भी समय लगता है।

**(e). खर्चीली विधि (Expensive Method):** साक्षात्कार की विधि द्वारा सूचनाओं का संकलन करना अन्य विधियों की तुलना में खर्चीली है।

**(f). सूचनादाताओं की निष्क्रियता (Problem of Non Response):** साक्षात्कार की एक महत्वपूर्ण समस्या सूचनादाताओं की निष्क्रियता है।

**(g). सूचनादाताओं की अनुपलब्धता (Non-availability of Respondent):** कई बार साक्षात्कार के लिए तय सूचनादाता साक्षात्कार के लिए समय पर उपलब्ध नहीं होते हैं।

#### 4.2.5. वैयक्तिक अध्ययन (Case Study):

##### परिचय (Introduction):

वैयक्तिक अध्ययन विधि का प्रयोग प्रायः गुणात्मक अनुसंधानों के लिए समंकों को एकत्रित करने के लिए किया जाता है। इस विधि का प्रयोग समाजशास्त्र और मनोविज्ञान जैसे विषयों में अनुसंधान के लिए किया जाता है। इस विधि में किसी खास व्यक्ति या घटना का अध्ययन किया जाता है। इसकी सबसे बड़ी कमजोरी यह है कि इस विधि में बहुत कम इकाईयों का अध्ययन किया जाता है जिसके निष्कर्षों का सामान्यीकरण नहीं किया जा सकता है। सांख्यिकीय पद्धति के विपरीत इसमें अध्ययन के लिए व्यक्तियों या घटनाओं का चुनाव प्रतिचयन (Sampling) की बजाए अनुसंधानकर्ता के विवेक पर निर्भर करता है।

वैयक्तिक अध्ययन प्रविधि एक ओर जहाँ समंक संकलन की विधि है वहीं दूसरी ओर यह एक सम्पूर्ण अध्ययन पद्धति भी है।

##### 4.2.5.क. वैयक्तिक/वृत्त अध्ययन का अर्थ एवं परिभाषाएँ (Meaning and Definitions of Case Study):

वैयक्तिक अध्ययन का सामान्य अर्थ किसी व्यक्ति के अध्ययन से लगाया जा सकता है परन्तु शोध की दृष्टि से यह उचित नहीं है। वास्तव में इस विधि में किसी भी सामाजिक इकाई जैसे, व्यक्ति, परिवार, संस्था, समूह या समुदाय का विस्तृत एवं गहन अध्ययन किया जा सकता है।

पी. वी. यंग ने वैयक्तिक अध्ययन को परिभाषित करते हुए कहा है कि “ वैयक्तिक अध्ययन किसी एक सामाजिक इकाई; चाहे वह व्यक्ति हो या परिवार, संस्था, सांस्कृतिक समूह अथवा समुदाय; के जीवन के अन्वेषण एवं विवेचन करने की पद्धति को कहते हैं।”

ओडम के अनुसार, "व्यक्तिगत अध्ययन पद्धति एक ऐसी प्रविधि है जिसके द्वारा प्रत्येक व्यक्तिगत कारक, चाहे वह एक संस्था हो, किसी व्यक्ति के जीवन की एक घटना मात्र हो, अथवा एक समूह हो, का अन्य समूह से सम्बंधित करते हुए विश्लेषण किया जाता है।

#### 4.2.5.ख. वैयक्तिक अध्ययन की विशेषताएँ (Characteristics of Case Study):

वैयक्तिक अध्ययन की निम्नलिखित विशेषताएँ हैं—

(i). गुणात्मक अध्ययन विधि (Qualitative Method): वैयक्तिक अध्ययन विधि में किसी सामाजिक इकाई के गुणात्मक पहलुओं का गहन अध्ययन किया जाता है।

(ii). विशेष इकाई का अध्ययन (Study of Specific Unit): वैयक्तिक अध्ययन विधि में किसी खास सामाजिक इकाई का अध्ययन किया जाता है।

(iii). गहन अध्ययन (Intensive Study): वैयक्तिक अध्ययन विधि में किसी खास सामाजिक इकाई का विस्तृत और गहन अध्ययन किया जाता है।

(iv). अनेक स्रोतों तथा प्रविधियों का प्रयोग (Use of many sources and techniques): वैयक्तिक अध्ययन विधि में अध्ययन की इकाई के बारे में सूचनाएँ प्राप्त करने के लिए विभिन्न प्रकार की प्रविधियों का प्रयोग किया जाता है। अर्थात् वैयक्तिक अध्ययन के दौरान हर सम्भव स्रोत एवं प्रविधि द्वारा अध्ययन इकाई के विभिन्न पक्षों के बारे में जानकारी प्राप्त किया जाता है।

#### 4.2.5.ग. वैयक्तिक अध्ययन की मान्यताएँ (Assumptions of Case Study):

वैयक्तिक अध्ययन प्रविधि का प्रयोग विशेष प्रकार के अध्ययनों के लिए किया जाता है। यह विधि निम्नलिखित मान्यताओं पर निर्भर है—

(i). व्यवहार में समानता (Similarity in Behaviour): वैयक्तिक अध्ययन की एक महत्वपूर्ण मान्यता यह है कि व्यक्तियों की आधारभूत प्रवृत्तियाँ एक समान होती हैं यद्यपि उनके ऊपरी व्यवहार में कुछ असमानताएँ देखी जा सकती हैं। सामान्यतः मूल प्रवृत्तियाँ तथा प्रेरक शक्तियों के समान होने के कारण ही व्यक्तियों का विशेष परिस्थितियों में व्यवहार भी समान होता है। उदाहरण के लिए, उपभोक्ताओं के व्यवहार में यह पाया जाता है कि सामान्य उपभोक्ता किसी वस्तु की कीमत कम होने पर उस वस्तु की अधिक मात्रा की मांग करते हैं।

(ii). सामाजिक घटनाओं में जटिलता (Complexity in Social phenomena): वैयक्तिक अध्ययन की एक प्रमुख मान्यता यह भी है कि सामाजिक घटनाएँ एवं मानव व्यवहार जटिल हैं। मानव व्यवहार में अनेक ऐसे अदृश्य एवं अमूर्त तथ्य विद्यमान रहते हैं जिनका अवलोकन नहीं किया जा सकता है।

(iii). समय का प्रभाव (Influence of Time): वैयक्तिक अध्ययन की एक प्रमुख मान्यता यह भी है कि सामाजिक घटनाएँ तथा व्यवहार समय के अनुसार प्रभावित होते रहते हैं।

(iv). परिस्थितियों की पुनरावृत्ति (Repetition of Conditions): वैयक्तिक अध्ययन की एक प्रमुख मान्यता यह भी है कि कुछ परिस्थितियाँ बार बार दुहराती हैं। उदाहरण के लिए, कर्ज में डूबे किसान बारी बारी आत्महत्या करते हैं।

(v). इकाई की समग्रता (Totality of the Unit): वैयक्तिक अध्ययन की एक प्रमुख मान्यता यह भी है कि किसी सामाजिक इकाई का अध्ययन सम्पूर्णता में ही किया जा सकता है। किसी भी इकाई का अध्ययन उनको खण्डों में विभाजित करके नहीं किया जा सकता है।

#### 4.2.5.घ. वैयक्तिक अध्ययन के प्रकार (Types of Case Study):

सामान्यतः वैयक्तिक अध्ययन के दो प्रकार हैं—

**(i). व्यक्ति का अध्ययन (Study of an Individual):** इस तरह के अध्ययनों में किसी व्यक्ति विशेष के बारे में अध्ययन किया जाता है। व्यक्ति के जीवन के सभी पहलुओं का अध्ययन करने के साथ साथ उनकी सामाजिक पुष्टभूमि एवं उस पर्यावरण का भी अध्ययन किया जाता है जिनसे वह व्यक्ति विशेष रूप से प्रभावित हुआ है।

**(ii). समूह अथवा समुदाय का अध्ययन (Study of Group or Community):** इस तरह के अध्ययनों में किसी एक व्यक्ति के अध्ययन की जगह किसी समूह या समुदाय का अध्ययन किया जाता है। इस विधि में किसी समूह या समुदाय के सम्पूर्ण जीवन या उसके किसी खास पहलू के बारे में विस्तृत एवं गहन अध्ययन किया जाता है।

#### **4.2.5.ड. वैयक्तिक अध्ययन में समंक संकलन (Data Collection in Case Study):**

वैयक्तिक अध्ययन प्रविधि अन्य प्रविधियों की तरह मात्र समंक संकलन का एक साधन मात्र नहीं है बल्कि इसके द्वारा सामाजिक इकाइयों का सम्पूर्ण अध्ययन भी किया जाता है। इसके लिए अध्ययन की जाने वाली इकाइयों के विभिन्न पक्षों के बारे में तथ्यों/समंकों के संकलन के लिए कई विधियों का प्रयोग किया जाता है। सामाजिक इकाइयों का अध्ययन करने के लिए प्राथमिक एवं द्वितीयक दोनों प्रकार के समंकों का संकलन किया जाता है।

वैयक्तिक अध्ययन में प्राथमिक एवं द्वितीयक समंकों का संकलन करने के लिए निम्नलिखित विधियों का प्रयोग किया जाता है –

#### **प्राथमिक समंकों के संकलन करने की विधियाँ (Techniques for the Collection of Primary Data):**

सामाजिक इकाइयों के अध्ययन के लिए प्राथमिक समंकों के संकलन की प्रमुख विधियाँ निम्नलिखित हैं—

**(i). साक्षात्कार (Interview)**

**(ii). निरीक्षण (Observation)**

**(iii). सर्वेक्षण (Survey)**

#### **द्वितीयक समंकों के संकलन करने की विधियाँ (Techniques for the Collection of Secondary Data):**

द्वितीयक समंक उसे कहा जाता है जिसे अनुसंधानकर्ता अपने अनुसंधान के लिए स्वयं पहली बार संकलित नहीं करता है बल्कि अन्य स्रोतों से समंकों का संकलन किया जाता है। अर्थात् द्वितीयक समंक पूर्व संकलित होते हैं। द्वितीयक समंकों के स्रोत निम्नलिखित हैं—

**(i). डायरियाँ तथा निजी पत्र (Diaries and Personal Letters),**

**(ii). जीवन इतिहास (Life History),**

**(iii). पत्र पत्रिकाएँ (Papers and Magazines),**

**(iv). पुस्तकें (Books), आदि।**

#### **4.2.6. सारांश (Summary):**

किसी भी अनुसंधान में कई तरह से समंकों का संकलन किया जा सकता है। शोध की परिस्थितियों के अनुसार प्राथमिक अथवा द्वितीयक स्रोतों से समंकों का संकलन किया जाता है। प्राथमिक स्रोतों से समंकों को संकलित करने के लिए अवलोकन, साक्षात्कार, सर्वेक्षण तथा वैयक्तिक अध्ययन आदि विधियों का प्रयोग



किया जाता है। द्वितीयक स्रोतों में पुस्तकें, पत्र-पत्रिकाएँ, व्यक्तिगत डायरियाँ एवं अन्य अभिलेखों से समकों का संकलन किया जाता है।

#### 4.2.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. समकों के संकलन से क्या तात्पर्य है?
2. समकों के संकलन की विभिन्न विधियों का उल्लेख करें।
3. अवलोकन विधि से आप क्या समझते हैं?
4. अवलोकन विधि के गुण दोषों का उल्लेख करें।
5. साक्षात्कार विधि से आप क्या समझते हैं?
6. साक्षात्कार विधि के गुण दोषों का उल्लेख करें।
7. सर्वेक्षण विधि से आप क्या समझते हैं?
8. सर्वेक्षण विधि के गुण दोषों का उल्लेख करें।
9. वृत अध्ययन विधि से आप क्या समझते हैं?
10. वृत अध्ययन विधि के गुण दोषों का उल्लेख करें।

#### 4.2.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूचची (Usefull Books)/Bibliography:

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

## खण्ड (Section)–4

### इकाई (Unit)–3

#### प्रश्नावली एवं अनुसूची में अन्तर (Differences between Questionnaire and Schedule)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

#### 4.3.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 4.3.1 परिचय (Introduction):

#### 4.3.2 प्रश्नावली/अनुसूची की विशेषताएँ (Characteristics of Questionnaire/Schedule):

#### 4.3.3. प्रश्नावली और अनुसूची में अंतर ( Difference between Questionnaire and Schedule):

#### 4.3.4 सारांश (Summary):

#### 4.3.5 अभ्यास के प्रश्न ( Questions for Research):

#### 4.3.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची ( Usefull Books/Bibliography):

#### 4.3.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रश्नावली की विशेषताएँ
- अनुसूची की विशेषताएँ
- प्रश्नावली एवं अनुसूची में अन्तर

#### 4.3.1 परिचय (Introduction):

प्रश्नावली तथा अनुसूची दोनों समकों के संकलन के लिए अपनायी जाने वाली प्रविधियाँ (Tools) हैं। दोनों प्रविधियों में क्रमशः व्यवस्थित प्रश्नों का संकलन रहता है। सामान्यतः प्रश्नावली में पूछे गए प्रश्नों के उत्तर सूचनादाता स्वयं भरता है जबकि अनुसूची में पूछे गए प्रश्नों के उत्तर सूचनादाता से पूछकर शोधर्था स्वयं भरता है। इस तरह से प्रश्नावली का प्रयोग पढ़े लिखे सूचकों से समकों का संकलन करने के लिए किया जाता है जबकि अनुसूची का प्रयोग अनपढ़ या कम पढ़े लिखे सूचकों के लिए किया जाता है। प्रश्नावली विधि में प्रायः डाक, टेलीफोन या इमेल आदि के माध्यम से सूचनादाताओं के पास प्रश्नावली भेजी जाती है इसलिए इसे अप्रत्यक्ष विधि भी कहा जाता है जबकि अनुसूची के प्रयोग करने के लिए सूचनादाताओं से प्रत्यक्ष सम्पर्क करना पड़ता है इसलिए इसे प्रत्यक्ष विधि भी कहते हैं। प्रश्नावली और अनुसूची में अन्तर को स्पष्ट करने के लिए इनकी विशेषताओं से परिचित होना जरूरी है।

### 4.3.2 प्रश्नावली/अनुसूची की विशेषताएँ (Characteristics of Questionnaire/Schedule):

किसी सर्वे या साक्षात्कार की सफलता प्रश्नावली/अनुसूची की गुणवत्ता पर निर्भर करता है। प्रश्नावली या अनुसूची के लिए कोई निश्चित प्रारूप तय किया जाना सम्भव नहीं है परन्तु इसमें कुछ विशेषताओं का होना आवश्यक है। प्रश्नावली या अनुसूची की प्रमुख विशेषताएँ निम्नलिखित हैं –

(i). **झूकाव रहित:** प्रश्नावली/अनुसूची को झूकाव रहित होना चाहिए। प्रश्नावली/अनुसूची के झूकाव रहित होने से तात्पर्य है कि इसका उपयोग पूर्व निर्धारित निष्कर्षों के अनुकूल समकों को प्राप्त करने के लिए नहीं किया जाना चाहिए।।

(ii). **सरल और स्पष्ट भाषा:** प्रश्नावली/अनुसूची की भाषा सरल और स्पष्ट होनी चाहिए। प्रश्नावली/अनुसूची की भाषा सरल और स्पष्ट होने से सूचकों को आसानी होती है तथा वे उसको समझकर अपना मत देते हैं।

(iii). **संक्षिप्तता:** प्रश्नावली/अनुसूची को संक्षिप्त होना चाहिए। प्रश्नावली/अनुसूची को बहुत बड़ा नहीं होना चाहिए। इसके बहुत बड़ा होने पर सूचकों को अरुचि होती है।

(iv). **आकर्षक:** प्रश्नावली/अनुसूची को आकर्षक होना चाहिए। अर्थात् इसको आकर्षक तरीके से बनाया जाना चाहिए। इसके लिए चित्रों या विभिन्न रंगों का प्रयोग किया जाना चाहिए।

(v). **उपयुक्तता:** प्रश्नावली/अनुसूची को उपयुक्त होना चाहिए। अर्थात् प्रश्नावली/अनुसूची शोध के लिए इस्तेमाल से पूर्व किसी छोटे समूह के लिए प्रयोग करके जाँचा हुआ होना चाहिए।

(vi). **लचीलापन:** प्रश्नावली/अनुसूची को लचीला होना चाहिए। अर्थात् किसी भी स्तर पर खामियाँ पायी जाने पर इसमें तुरंत सुधार की गुंजाइश होनी चाहिए।

(vii). **विशिष्टता:** प्रश्नावली/अनुसूची को विशिष्ट होना चाहिए। अर्थात् अलग अलग शोधों के लिए विशेष तरह से बनाया जाना चाहिए।

(viii). **प्रभावशीलता:** प्रश्नावली/अनुसूची को प्रभावी होना चाहिए। अर्थात् प्रश्नावली/अनुसूची द्वारा शोध के लिए निर्धारित समकों का संकलन होना चाहिए।

### 4.3.3. प्रश्नावली और अनुसूची में अंतर ( Difference between Questionnaire and Schedule):

प्रश्नावली और अनुसूची में प्रमुख अन्तर निम्नलिखित हैं—

प्रश्नावली	अनुसूची
<b>अप्रत्यक्ष विधि:</b> समकों के संकलन के लिए प्रश्नावली को सूचनादाताओं के पास प्रायः डाक, टेलीफोन या इमेल से भेजा जाता है इसलिए इसको अप्रत्यक्ष विधि भी कहते हैं।	<b>प्रत्यक्ष विधि:</b> समकों के संकलन के लिए अनुसूची का प्रयोग करने के लिए शोधार्थी को स्वयं सूचनादाताओं से सम्पर्क करना पड़ता है इसलिए इसको प्रत्यक्ष विधि कहते हैं।
<b>सूचनादाताओं द्वारा स्वयं भरा जाना:</b> सूचनादाता प्रश्नावली में पूछे गए प्रश्नों के उत्तर भरकर वापस शोधार्थी के पास लौटा देता है।	<b>शोधार्थी द्वारा भरा जाना:</b> इस विधि में शोधार्थी स्वयं सूचनादाताओं से पूछकर प्रश्नों के उत्तर अनुसूची में भरता/लिखता है।
<b>शिक्षित सूचनादाताओं के लिए उपयोगी:</b> प्रश्नावली का उपयोग केवल शिक्षित सूचनादाताओं के लिए किया जाता है।	<b>सभी सूचनादाताओं के लिए उपयोगी:</b> अनुसूची का प्रयोग शिक्षित और अशिक्षित सभी प्रकार के सूचनादाताओं के लिए किया जाता है।
<b>विस्तृत क्षेत्र के लिए उपयोगी:</b> डाक, टेलीफोन एवं इमेल आदि आधुनिक संचार साधनों के प्रयोग होने के कारण प्रश्नावली का प्रयोग	<b>सीमित क्षेत्र के लिए उपयोगी:</b> इस विधि में सूचनादाताओं से प्रत्यक्ष सम्पर्क की अनिवार्यता के कारण अनुसूची का प्रयोग सीमित क्षेत्र में केन्द्रित

व्यापक क्षेत्र में विखरे सूचनादाताओं के लिए किया जाता है।	सूचनादाताओं के लिए किया जाता है।
<b>सूचनादाताओं के बड़े समूह के लिए उपयोगी:</b> आधुनिक संचार साधनों के प्रयोग के कारण प्रश्नावली को अधिक सूचनादाताओं के पास भेजा जा सकता है।	<b>सूचनादाताओं के छोटे समूह के लिए उपयोगी:</b> सूचनादाताओं से प्रत्यक्ष सम्पर्क की अनिवार्यता के कारण अनुसूची द्वारा सीमित सूचनादाताओं से सम्पर्क किया जा सकता है।
<b>समय की बचत:</b> प्रश्नावली के प्रयोग से कम समय में अधिक सूचनादाताओं से समकों का संकलन किया जा सकता है।	<b>समय की खपत:</b> अनुसूची के प्रयोग से अधिक समय में कम सूचनादाताओं से समकों का संकलन किया जा सकता है।
<b>धन की बचत:</b> प्रश्नावली के उपयोग से कम खर्च में अधिक सूचनादाताओं से समकों का संकलन किया जा सकता है।	<b>धन की खपत:</b> अनुसूची के उपयोग के लिए अधिक खर्च की आवश्यकता पड़ती है। इसके लिए सूचनादाताओं से सम्पर्क एवं क्षेत्र में ठहरने इत्यादि का खर्च बढ़ जाता है।
<b>गोपनीयता:</b> इस विधि में शोधार्थी और सूचनादाताओं के बीच प्रत्यक्ष सम्पर्क नहीं होने के कारण सूचनादाताओं की पहचान छुपाया जा सकता है इसलिए सूचनादाता गोपनीय सूचनाएँ भी साझा करते हैं।	<b>गोपनीयता का अभाव:</b> इस विधि में शोधार्थी और सूचनादाताओं के बीच प्रत्यक्ष सम्पर्क होने के कारण सूचनादाताओं की पहचान छुपाना सम्भव नहीं होता है इसलिए सूचनादाता गोपनीय सूचनाएँ साझा करने से हिचकते हैं।
<b>कम प्रतिक्रिया दर:</b> इस विधि में सूचनादाताओं से प्रत्यक्ष सम्पर्क नहीं होने के कारण उनकी प्रतिक्रिया दर कम होती है। अर्थात् बहुत से सूचनादाता प्रश्नावली को सम्पूर्ण रूप से भरकर नहीं लौटाते हैं।	<b>अधिक प्रतिक्रिया दर:</b> इस विधि में सूचनादाताओं से प्रत्यक्ष सम्पर्क होने के कारण उनकी प्रतिक्रिया दर अधिक होती है। अर्थात् अधिकांश सूचनादाता अनुसूची में व्यवस्थित प्रश्नों का उत्तर देते हैं।
<b>उत्तरदाताओं को अधिक स्वतंत्रता:</b> प्रश्नावली को भरते समय शोधार्थी की अनुपस्थिति के कारण उत्तरदाता पूर्णतः स्वतंत्र होता है।	<b>उत्तरदाताओं को कम स्वतंत्रता:</b> अनुसूची के प्रयोग के समय शोधार्थी की उपस्थिति के कारण उत्तरदाता पूर्णतः स्वतंत्र नहीं होता है।
<b>उद्देश्यों से विचलन की सम्भावना:</b> सूचनादाताओं द्वारा शोध के उद्देश्यों को गम्भीरता से न लेने के कारण शोध के लिए उपयुक्त समकों के अभाव की सम्भावना रहती है।	<b>उद्देश्यों से विचलन का अभाव:</b> शोधार्थी की उपस्थिति के कारण शोध के लिए उपयुक्त समकों के संकलन की सम्भावना अधिक रहती है।

#### 4.3.4 सारांश ( Summary):

अनुसूची और प्रश्नावली दोनों समंक संकलन के लिए औजार (Tools) की ताह प्रयोग किए जाते हैं। दोनों में शोध के लिए सूचनाएँ/समकों को प्राप्त करने के लिए प्रश्नों को क्रमशः व्यवस्थित किया जाता है। इन दोनों में प्रमुख अन्तर यह है कि प्रश्नावली को सूचनादाता स्वयं भरकर शोधार्थी को लौटाता है जबकि अनुसूची को शोधार्थी द्वारा सूचनादाताओं से प्रश्न पूछकर भरा जाता है।

#### 4.3.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Research):

1. प्रश्नावली को परिभाषित करें।
2. अनुसूची को परिभाषित करें।
3. प्रश्नावली एवं अनुसूची की विशेषताएँ बताएँ।
4. प्रश्नावली और अनुसूची में अंतर स्पष्ट करें।

#### 4.3.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची ( Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

## खण्ड (Section)– 4

### इकाई (Unit)– 4

#### प्रश्नावली एवं अनुसूची निर्माण हेतु दिशानिर्देश (Instructions for the Questionnaire and Schedule):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 4.4.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 4.4.1 परिचय (Introduction):

##### 4.4.2 प्रश्नावली एवं अनुसूची निर्माण हेतु प्रमुख दिशानिर्देश (Instructions for the Questionnaire and Schedule):

##### 4.4.3. प्रश्नावली निर्माण में कुछ महत्वपूर्ण समस्याएँ (Some Problems in Questionnaire Formulation):

##### 4.4.4 सारांश (Summary):

##### 4.4.5 अभ्यास के प्रश्न (Question for Exercise):

##### 4.4.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Useful Books/Bibliography):

##### 4.4.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रश्नावली और अनुसूची निर्माण हेतु प्रमुख दिशानिर्देशों के बारे में

##### 4.4.1 परिचय (Introduction):

प्रश्नावली और अनुसूची दोनों का उपयोग प्राथमिक समकों के संकलन के लिए किया जाता है। प्रश्नावली और अनुसूची दोनों में सूचकों से पूछे जाने योग्य प्रश्नों का क्रमशः व्यवस्थित संकलन होता है। प्रश्नावली को सूचक द्वारा स्वयं भरकर शोधार्थी के पास लौटा दिया जाता है जबकि अनुसूची को शोधार्थी द्वारा सूचकों से पूछकर भरा जाता है। प्रश्नावली को सूचकों के पास विभिन्न संचार माध्यमों द्वारा भेजा जा सकता है जबकि शोधार्थी अनुसूची को लेकर स्वयं सूचकों के पास जाता है।

##### 4.4.2 प्रश्नावली एवं अनुसूची निर्माण हेतु प्रमुख दिशानिर्देश (Instructions for the Questionnaire and Schedule):

प्रश्नावली अथवा अनुसूची निर्माण के लिए कुछ महत्वपूर्ण निर्देशों का पालन किया जाना चाहिए। समकों के संकलन के लिए प्रश्नावली/अनुसूची का निर्माण एक महत्वपूर्ण कार्य है। इसका निर्माण करना एक कला है जिसके महत्वपूर्ण चरण निम्नलिखित हैं –

## प्रथम चरण: पूर्व तैयारी

प्रश्नावली/अनुसूची के निर्माण से पूर्व शोधार्थी को निम्नलिखित बातों पर विचार कर लेना चाहिए –

**(i). क्या पूछना चाहिए? (What should be asked?):** शोध की प्रकृति, उद्देश्यों, तय चरों के प्रकार तथा अपनायी जाने वाली सांख्यिकी विधियों के अनुसार प्रश्न का स्वरूप तय करना चाहिए। शोध के लिए केवल महत्वपूर्ण प्रश्नों को ही पूछना चाहिए। फालतू प्रश्न पूछने से बचना चाहिए। सामान्यतः प्रश्नों में निम्नलिखित विशेषताएँ होनी चाहिए –

- प्रश्न शोध के उद्देश्यों के अनुकूल होने चाहिए।
- प्रश्न सूचकों के लिए रूचिपूर्ण होने चाहिए।
- प्रश्न संक्षिप्त होने चाहिए।
- प्रश्न उत्तर देने में आसान होने चाहिए।
- प्रश्न को सूचकों के अहं को छेड़ने वाला नहीं होना चाहिए।

**(ii). प्रश्नों को कैसे पूछना चाहिए? (What should each question be phrased?):** प्रश्नों को सीधी एवं सरल भाषा में पूछना चाहिए। प्रश्न दो तरह के होते हैं –

**खुले सिरे वाले प्रश्न (open ended question):** जिसका उत्तर सूचक अपनी मर्जी से अधिक या कम शब्दों में दे सकता है। इसका प्रयोग प्रायः खेजपूर्ण शोधों (Exploratory Researches) में किया जाता है। डॉक्टर अपने मरीजों से खुले सिरे वाले प्रश्न पूछते हैं।

**बंद सिरे वाले प्रश्न (closed ended question):** जिसका उत्तर सूचक को दिए गए विकल्पों में से चुनना होता है। बंद सिरे वाले प्रश्न भी कई तरह के होते हैं—

**(a). साधारण द्वि-विकल्पीय प्रश्न (Simple dichotomy question):** ऐसे प्रश्नों के लिए उत्तर में केवल दो ही विकल्प दिए रहते हैं। हाँ या न; यह या वह; इत्यादि। उदाहरण के लिए यदि पूछा जाए कि गाय का दूध पीते हैं या भैंस का?

**(b). बहुविकल्पीय प्रश्न (multiple choice question):** इस तरह के प्रश्नों में सूचक को उपलब्ध दो से अधिक विकल्पों में से किसी एक को चुनना होता है। उदाहरण के लिए, किसी ट्रेन के यात्री से पूछा जा सकता है कि आप किस तरह के कोच से यात्रा किए हैं? यहाँ यात्री के पास उत्तर के चार विकल्प हैं –

साधारण (general), शयनायन (sleeper), वातानुकूलित तीसरा (third AC), प्रथम श्रेणी (first class)

**(c). आवृत्ति निर्धारक प्रश्न (frequency determination question):** इस तरह के प्रश्नों से पता चलता है कि सूचक एक निश्चित अवधि में किसी काम को कितनी बार करता है? उदाहरण के लिए, यह पूछा जा सकता है कि आप एक सप्ताह में कितनी बार ट्रेन से यात्रा करते हैं? जिसके उत्तर के लिए निम्नलिखित विकल्प दिए गए हैं –

(क). शून्य बार, (ख). 1 या 2 बार, (ग). 3 या 4 बार, (घ). 5 या 6 बार,

**(d). जाँच सूची प्रश्न (checklist question):** इस तरह के बहुविकल्पीय प्रश्नों में सूचक को एक से अधिक उत्तर चुनने की छूट होता है। उदाहरण के लिए, किसी सूचक से पूछा जाए कि आप के घर में मनोरंजन के कौन कौन से साधन हैं? जिसके उत्तर लिए निम्नलिखित विकल्प हैं –

(क). रेडियो, (ख). टी वी, (ग). मोबाईल, (घ). कम्प्यूटर,



नोट:

- ✓ बहुविकल्पीय प्रश्नों के लिए उत्तर के विकल्प आपस में स्वतंत्र होने चाहिए अर्थात् उत्तरों को आपस में अतिव्यापी (overlapping) नहीं होने चाहिए।
- ✓ प्रश्नावली/अनुसूची में अस्पष्ट (vague) और द्विअर्थी (double barrel) प्रश्नों को नहीं पूछना चाहिए।

**(iii). प्रश्नों को किस क्रम में रखना चाहिए? (What sequence should the questions be arranged?)** प्रारम्भ आसान, रोचक और जिज्ञासा बढ़ाने वाले प्रश्नों से करना चाहिए। बाद में क्रमशः कठिन और नीरस प्रश्नों को पूछना चाहिए। प्रायः सूचक के बारे में व्यक्तिगत सूचनाओं से सम्बंधित प्रश्न प्रारम्भ में नहीं पूछने चाहिए। इससे सूचक सशक्त हो सकता है। प्रश्नावली/अनुसूची के मध्य या अंत में व्यक्तिगत सूचनाएँ ली जा सकती हैं।

प्रश्नावली/अनुसूची में प्रश्नों के क्रम झुकाव (order bias) की समस्या से बचना चाहिए। यहाँ क्रम झुकाव से तात्पर्य है कि प्रायः देखा जाता है कि सूचक उत्तर के रूप में उपलब्ध पहले या अंतिम विकल्पों को ज्यादा चुनाव करते हैं। उदाहरण के लिए मतपत्र पर सबसे पहले नाम वाले प्रत्याशी को चुनावों में अधिक मत प्राप्त हो जाता है।

महत्वपूर्ण प्रश्न से पहले कुछ सामान्य प्रश्न पूछने चाहिए।

**(iv). प्रश्नावली का कौन सा खाका/नक्शा उपयुक्त होगा? (What questionnaire layout will best serve the research objectives?)**

प्रश्नावली/अनुसूची को कागज पर आकर्षक तरीके से बनाया जाना चाहिए। प्रश्नों को साफ साफ कागज के एक ही तरफ लिखना चाहिए।

इसको विभिन्न भागों में बाँटा जाता है—

**प्रथम भाग:**

सबसे ऊपर शोध या अध्ययन का शीर्षक लिखा जाता है। इसके बाद शोध या अध्ययन का मुख्य उद्देश्य लिखा जाता है।

उसके बाद सूचक की पहचान के लिए कोई कोड दिया जाता है।

**दूसरा भाग:**

इस भाग में सूचक के साथ विश्वास बनाने वाले प्रश्नों को रखा जाना चाहिए।

**तीसरा भाग:**

इस भाग में क्रमशः शोध के लिए महत्वपूर्ण प्रश्नों को रखना चाहिए।

नोट: प्रश्नों के उत्तर के लिए चित्रों का उपयोग भी किया जा सकता है।

नोट: प्रश्नावली में सूचकों के लिए यथोचित निर्देश दिए जाने चाहिए।

**(v). प्रश्नावली को उपयोग से पहले कैसे जाँचना चाहिए? (How should the questionnaire be pretested?)**

प्रश्नावली/अनुसूची के अंतिम उपयोग से पहले इसको अपनी सुविधानुसार वास्तविक सूचकों की तरह के ही सूचकों के एक छोटे समूह के लिए प्रयोग करके इसकी उपयोगिता को जाँच लेना चाहिए। यदि जरूरी हो तो इसमें सुधार किया जाना चाहिए।

**(vi). क्या प्रश्नावली को सुधारा जाना चाहिए? (Does the questionnaire need to be revised?)**

यदि जरूरी हो तो इसमें सुधार किया जाना चाहिए। वास्तव में किसी प्रश्नावली को बार बार सुधारने की जरूरत पड़ती है।

**4.4.3. प्रश्नावली निर्माण में कुछ महत्वपूर्ण समस्याएँ (Some Problems in Questionnaire Formulation):**

प्रश्नावली/अनुसूची के निर्माण में निम्नलिखित समस्याएँ आती हैं—

- (i). जनांकिकीय प्रश्नों की अधिकता (Too many demographic questions)**
- (ii). उत्तर के लिए अपर्याप्त विकल्प (Inadequate response options)**
- (iii). रैंटिंग स्तर की अस्थिरता (Rating level inconsistency)**
- (iv). पूर्व ज्ञान/समझ की मान्यता (Assuming prior knowledge or understanding)**
- (v). नेतृत्व प्रश्न (Leading questions)**
- (vi). द्विअर्थी प्रश्न (Double-barreled questions)**
- (vii). अस्पष्ट प्रश्न (Ambiguous questions)**
- (ix). अत्याधिक खुले सीरे वाले प्रश्न (Excessive open-ended questions)**
- (x). बोझिल सर्वेक्षण (Lengthy Survey)**

**4.4.4 सारांश (Summary):**

प्रश्नावली एवं अनुसूची के निर्माण में काफी सावधानी बातनी होती है। क्योंकि इसके द्वारा प्राप्त समंकों के विश्लेषण द्वारा ही शोध का निष्कर्ष प्राप्त होता है। इसके निर्माण के बाद कुछ सूचकों के लिए प्रयोग करके इसकी उपयोगिता एवं गुणवत्ता की जाँच कर लेनी चाहिए। एक अच्छी प्रश्नावली को संक्षिप्त, उपयुक्त और उद्देश्यों की पूर्ति करने वाली होनी चाहिए। इसके लिए प्रश्नावली निर्माण के लिए सुझाए गए निर्देशों का पालन करना चाहिए।

**4.4.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):**

1. प्रश्नावली एवं अनुसूची में पूछे जाने वाले प्रश्नों की विशेषताएँ बताएँ।
2. प्रश्नावली एवं अनुसूची में पूछे जाने वाले प्रश्नों के प्रकार बताएँ।
3. प्रश्नावली एवं अनुसूची निर्माण के विभिन्न चरणों का वर्णन करें।

**4.4.6. उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):**

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली—110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली—7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

## परिशिष्ट (Appendix): 4.1

### प्रश्नावली/अनुसूची का उदाहरण (Example of Questionnaire/Schedule):

प्रश्न: रूझान/झुकाव का सर्वे अध्ययन करने के लिए एक उपयुक्त प्रश्नावली बनायें।

हल: विधान सभा के लिए निर्धारित किसी क्षेत्र में विभिन्न वर्गों के लाखों मतदाता होते हैं। अतः उनमें से कुछ मतदाताओं का चुनाव प्रतिदर्श (sample) के रूप में कर लेने के बाद उनसे सूचनाएँ प्राप्त करने के लिए एक उपयुक्त प्रश्नावली इस प्रकार तैयार की गयी है –

**प्रश्नावली का शीर्षक:** विधान सभा चुनाव 2022 क्षेत्र/संख्या (Varanasi/230) के मतदाताओं का किसी राजनीतिक दल के प्रति झुकाव के अध्ययन हेतु प्रश्नावली/अनुसूची।

**अध्ययन का उद्देश्य:** विभिन्न राजनीतिक पार्टियों के प्रति मतदाताओं के रूझान का पूर्वानुमान लगाना।

**नोट:** अध्ययन में शामिल सूचकों की पहचान किसी भी हालत में उजागर नहीं की जाएगी।

**सूचकों/मतदाताओं का सामान्य परिचय:**

मतदान स्थल का नाम एवं क्रम संख्या:

मतदाता का नाम/संख्या:

लिंग:

आयु:

वैवाहिक स्थिति:

शिक्षा का स्तर:

व्यवसाय:

**अध्ययन सम्बंधित प्रश्न**

1. क्या आप किसी राजनीतिक दल से जुड़े हैं?
2. अगला विधान सभा चुनाव कब होने वाला है? .....
3. वर्तमान में आप के क्षेत्र से किस पार्टी के विधायक हैं?
4. वर्तमान विधायक सरकार की पार्टी के हैं या विपक्ष के?
5. क्या आप वर्तमान विधायक के कार्यों से संतुष्ट हैं?
6. आप पिछले विधानसभा चुनाव में किस पार्टी को वोट दिए थे?

भारतीय जनता पार्टी

समाजवादी पार्टी

बहुजन समाज पार्टी

कांग्रेस पार्टी

निर्दलीय

अन्य

कृपया अन्य पार्टी का नाम लिखें .....

7. आप के परिवार में कितने मतदाता हैं?

8. आप के घर से मतदान स्थल की दूरी कितनी है?

9. पिछले विधानसभा चुनाव में आपने वोट डाला था?

10. पिछली चुनाव में आपने किसको वोट डाला था?

वर्तमान विधायक को   
हारे हुए प्रत्याशी को

कृपया हारे प्रत्याशी का नाम बतायें .....

11. क्या आप सरकार के कार्यों से संतुष्ट हैं?

पूर्णतः संतुष्ट

संतुष्ट

नहीं कह सकते

असंतुष्ट

पूर्णतः असंतुष्ट

12. कृपया सरकार के कार्यों का मूल्यांकन करें

तथ्य	पूर्णतः संतुष्ट (1)	संतुष्ट (2)	तटस्थ (3)	असंतुष्ट (4)	पूर्णतः असंतुष्ट (5)
अपराध नियंत्रण					
चिकित्सा सुविधाएँ					
शिक्षा व्यवस्था					
सड़कों की स्थिति					
बिजली की स्थिति					
रोजगार सृजन					
महंगाई पर नियंत्रण					
सरकारी कार्यालयों में भ्रष्टाचार नियंत्रण					
कुल					

13. वर्तमान विधायक के कार्यों का मूल्यांकन करें।

तथ्य	पूर्णतः सुतुष्ट (1)	संतुष्ट (2)	तटस्थ (3)	असंतुष्ट (4)	पूर्णतः असंतुष्ट (5)
सभी के लिए सुलभता					
मदद करने की प्रवृत्ति					
उनका व्यवहार					
जतिवाद					
सरकारी कार्यों में भ्रष्टाचार					

अपना पराया का भेद					
सौम्य छवि					
कुल					

**14.** अगले चुनाव में कैसा विधायक चुनना पसंद करेंगे?

- युवा
- ईमानदार
- अपने पार्टी का
- कर्मठ
- दबंग
- अपनी जाति का

**खण्ड-5: आँकड़ों का प्रसंस्करण एवं विश्लेषण (Data: Processing and Analysis)**

**इकाई- 1: प्रसंस्करण कार्यविधि (Processing Method)**

**इकाई- 2: आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण (Presentation of Data)**

**इकाई- 3: केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें (Measures of Central Tendency)**

**इकाई- 4: विचरण की मापें (Measures of Dispersion)**

**इकाई- 5: सहसम्बंध एवं प्रतीपगमन (Correlation and Regression)**

## खण्ड (Section)—5

### इकाई (unit)— 1

#### प्रसंस्करण कार्यविधि (Processing Method)

##### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 5.1.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 5.1.1 परिचय (Introduction):

##### 5.1.2 समकों के प्रसंस्करण की विधियाँ (Methods of Data Processing):

##### 5.1.3 समकों के प्रसंस्करण के विभिन्न चरण (Steps of Data Processing):

##### 5.1.4 संकेतन का उद्देश्य (Objectives of Coding):

##### 5.1.5 समकों का अनुकूलन (Manipulation of Data):

##### 5.1.6 सारांश (Summary):

##### 5.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 5.1.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप समझेंगे—

- संकलित प्रारम्भिक/कच्चे (Raw Data) समकों का प्रसंस्करण करना

##### 5.1.1. परिचय (Introduction): परिचय (Introduction):

समंक संकलन के विभिन्न चरणों में कुछ त्रुटियों की सम्भावना से इंकार नहीं किया जा सकता है। शोध के लिए एकत्रित किए गए प्रारम्भिक/कच्चे समकों (Raw Data) का शोधकार्य के अगले चरण विश्लेषण (Analysis) के लिए प्रयोग करने से पूर्व उनकी कुछ खामियों को दूर करना पड़ता है। जिस तरह से उद्योगों में कच्चे माल का प्रसंस्करण करके उनका मूल्यवर्द्धन किया जाता है उसी प्रकार से सांख्यिकी में कच्चे समकों का प्रसंस्करण करके उनको विश्लेषण के लिए तैयार किया जाता है। अर्थात् कच्चे/प्रारम्भिक समकों की सावधानीपूर्वक जाँच एवं उनमें पायी जाने वाली खामियों को दूर करके विश्लेषण के लिए तैयार करने की क्रिया को समकों का प्रसंस्करण कहते हैं। इस प्रक्रिया को समकों को शोध के लिए तैयार करना (Preparation of Data) भी कहा जाता है। हालांकि समकों के प्रसंस्करण का कार्य मानव श्रम द्वारा भी किया जाता है परन्तु वर्तमान में कम्प्यूटर एवं अन्य इलेक्ट्रानिक्स उपकरणों का भी प्रयोग किया जाता है।

लक तथा रूविन (2004)<sup>3</sup> के अनुसार, “समकों को कम्प्यूटर या अन्य समंक संग्रह उपकरणों में संग्रहित करने से पूर्व उनसे उपयोगी जानकारी प्राप्त करने के लिए उनका मान्यकरण, सम्पादन, संकेतीकरण,

<sup>3</sup> Luck David J. and Rubin Ronald S. (2004). Marketing Research. (Seventh Edition) Prentice Hall of india private Limited. Page-338.

तथा उपकरण में समाहित (Insert) करना अदि क्रियाएँ अपेक्षित हैं। (The transformation of raw data into useful information requires that the data be validated, edited, coded, and keypunched so that it may be transferred to a computer or any other data storage device.)

### 5.1.2. समकों के प्रसंस्करण की विधियाँ (Methods of Data Processing):

ऑकड़ों के प्रसंस्करण की तीन प्रमुख विधियाँ निम्नलिखित हैं—

**(i). मानवीय समंक प्रसंस्करण विधि (Manual Data Processing):** जब समकों के प्रसंस्करण का सारा काम (अशुद्धियों की जाँच, सम्पादन, कोडिंग, तथा डाटा शीट तैयार करना आदि) मानवीय श्रम के द्वारा किया जाता है तो इस विधि को मानवीय समंक प्रसंस्करण विधि कहा जाता है। इस विधि में किसी तरह की मशीनों का प्रयोग नहीं किया जाता है। यह विधि कम खर्चीली पर जयादा समय लेने वाली होती है। इस विधि में कुछ अशुद्धियों की सम्भावना बनी रहती है। इस विधि में प्रसंस्करणकर्ता का दक्ष होना अनिवार्य है।

**(ii). यांत्रिक समंक प्रसंस्करण विधि (Mechanical Data Processing):** इस विधि से समकों के प्रसंस्करण में मानवीय श्रम के साथ साथ कुछ साधारण उपकरणों जैसे, कैल्कुलेटर (Calculators), मुद्रण मशीन (Typewriters) तथा प्रिंटर (Printers) आदि का प्रयोग किया जाता है। जिससे समकों के प्रसंस्करण में थोड़ी आसानी होती है तथा अशुद्धियों की सम्भावना कम रहती है।

**(iii). इलेक्ट्रॉनिक प्रसंस्करण विधि (Electronic Data Processing):** इस विधि में समकों के प्रसंस्करण में आधुनिक तकनीकों का प्रयोग किया जाता है। इस विधि में कम्प्यूटर (computers) और साफ्टवेयर (Software) का प्रयोग किया जाता है। यह विधि खर्चीली परन्तु कम समय लेने वाली है। इसमें त्रुटि की सम्भावनाएँ भी नगण्य होती है।

### 5.1.3 समकों के प्रसंस्करण के विभिन्न चरण (Steps of Data Processing):

समकों के प्रसंस्करण के लिए सामान्यतः निम्नलिखित क्रियाएँ की जाती हैं—

**(a). समकों का मान्यकरण (Validation of Data):** इस शुरुआती चरण में सबसे पहले यह जाँचा जाता है कि एकत्रित समकों और अपेक्षित समकों में कोई विचलन तो नहीं है? अर्थात् एकत्रित समकों से प्राप्त सूचनाएँ शोध के उद्देश्यों को पूरा करते हैं अथवा नहीं? अगर एकत्रित और अपेक्षित समकों में विचलन होगा तो उनपर आधारित शोध का निष्कर्ष भ्रामक होगा। हालांकि प्रतिदर्श कार्य योजना के विभिन्न चरणों में सावधानी बरतने की अपेक्षा की जाती है फिर भी समकों का विश्लेषण के लिए प्रयोग करने से पहले उनका मान्यकरण कर लेना चाहिए। अन्यथा गलत समकों के प्रयोग के कारण सारा शोधकार्य व्यर्थ एवं अनुपयुक्त हो जाता है।

**(b). सम्पादन (Editing):** एक बार जब समंक संकलन उपकरणों का मान्यकरण हो जाता है तब अगले चरण में कच्चे समकों का सम्पादन किया जाता है। सम्पादन की प्रक्रिया में उनमें व्याप्त अशुद्धियों को दूर किया जाता है। हालांकि समंक संकलन कार्य के दौरान भी ज्ञात अशुद्धियों का सम्पादन किया जाता है फिर भी संकलन के उपरान्त एक गहन सम्पादन की आवश्यकता होती है। संकलित समकों में सामान्यतः निम्नलिखित अशुद्धियाँ शामिल होती हैं —

**(i). काल्पनिक साक्षात्कार (Fictitious Interviews):** इस तरह की समस्या तब आती है जब साक्षात्कारकर्ता वास्तविक सूचकों की बजाए स्वयं अथवा उनके प्रतिनिधियों/विकल्पों से सूचनाएँ प्राप्त कर लेते हैं। अनुभवी सम्पादक सूचनाओं के एक निश्चित पैटर्न के आधार पर इस तरह की अशुद्धियों को पकड़ लेते हैं। इस तरह की गलतियों को जाँचने के लिए कुछ संदिग्ध सूचकों से सम्पर्क भी किया जा सकता है।



**(ii). अपर्याप्त सूचनाएँ (Inadequate Informaton):** कुछ प्रश्न अनुत्तरित अथवा अपूर्ण एवं भ्रामक उत्तर वाले होते हैं। उनको छॉट देना चाहिए।

**(iii). असंगतता (Inconsistencies):** कुछ प्रश्नों के उत्तर आपस में असंगत होते हैं। उदाहरण के लिए उच्च आय वर्ग के सूचक गरीबी रेखा के नीचे वाली सूची में नहीं शामिल हो सकते हैं।

**(iv). अप्रासांगिक उत्तर (Irrelevant Answers):** कभी कभी सूचकों द्वारा दिए गए उत्तर पूछे गए प्रश्नों के संदर्भ से मेल नहीं खाते हैं तथा अप्रासांगिक होते हैं। ऐसा प्रश्नों को ठीक से नहीं समझ पाने के कारण भी होता है।

**(v). चरम मूल्यों की समस्या (Outliers/Extreme Cases):** कुछ समंकों का आकार स्वीकृत सीमा के बाहर अधिक बड़ा या अति छोटा पाया जाता है। ऐसा लेखन की गलतियों (जैसे, 85 की जगह 58) या चुनाव की गलतियों (जैसे, बच्चों से सम्बंधित अध्ययन के लिए वृद्धों का चुनाव हो जाना) आदि के कारण होता है।

**(vi). अस्पष्टता (Illegible Responses):** कभी कभी दस्तावेजों में दर्ज सूचनाएँ अस्पष्ट होती हैं।

**कच्चे समंकों की अशुद्धियों को दूर करना (Purification of the Raw Data):**

कच्चे समंकों में शामिल उरोक्त अशुद्धियों को दूर करने के लिए सम्पादक के पास निम्नलिखित विकल्प मौजूद होते हैं—

**(i). साक्षात्कारकर्ता अथवा सूचक से सम्पर्क करना (Contact to the Interviewer of Respondent):** जब सूचकों की पहचान सम्भव होती है जब सम्पादक स्वयं उनसे सम्पर्क कर उनसे सही जानकारीयाँ प्राप्त कर सकता है। यह एक कठिन एवं खर्चीला कार्य है।

**(ii). अन्य प्रतिक्रियाओं के आधार पर अनुमान लगाना (Infer from Other Responses):** इसके अन्तर्गत सूचकों द्वारा दी गयी अन्य सही प्रतिक्रियाओं (Responses)/ सूचनाओं के आधार पर कुछ संदिग्ध प्रतिक्रियाओं को सुधारा जाता है।

**(iii). प्रतिक्रिया को पूर्ण रूप से छॉटना (Discard the Response Altogather):** संदिग्ध प्रतिक्रियाओं को पूर्ण रूप से हटा देना भी एक विकल्प है। खासकर बड़े आकार के प्रतिदर्शों के संदर्भ में एक सीमा तक संदिग्ध सूचनाओं को पूरी तरह से हटा दिया जाता है तथा शेष सूचनाओं का उपयोग शोध के अगले चरण के लिए किया जाता है।

**(c). कोडिंग/संकेतीकरण (Coding):**

इस चरण में सूचकों द्वारा दी गयी प्रतिक्रियाओं को अंकों या चिन्हों में बदला जाता है। खासकर गुणात्मक सूचनाओं का विश्लेषण करने के लिए ऐसा करना आवश्यक होता है। उदाहरण के लिए, सूचकों के लिंग के बारे में दी गयी प्रतिक्रियाओं— पुरुष अथवा स्त्री को अंकों में व्यक्त करने के लिए उनको क्रमशः (1) तथा (2) कोड में बदला जा सकता है। मानवीय श्रम से समंकों का विश्लेषण करने के लिए कोडिंग की कोई खास आवश्यकता नहीं पड़ती है परन्तु कम्प्यूटर आधारित विश्लेषणों/गणनाओं के लिए कोडिंग एक अनिवार्य शर्त है।

कोडिंग की प्रक्रिया दो स्तरों पर सम्भव है। सर्वप्रथम समंक संकलन के लिए प्रयुक्त उपकरणों जैसे, प्रश्नावलियों अथवा अनुसूचियों में ही कोडिंग का प्रयोग किया जाता है। यदि प्रश्नावली में संरचित प्रश्न हैं, अर्थात् उत्तरों के सम्भावित विकल्प दिए होते हैं वैसी स्थिति में वैकल्पिक उत्तरों को अंक प्रदान कर दिए जाते हैं। दूसरे स्तर पर समंकों के संकलन के बाद उनके प्रसंस्करण के समय कोडिंग का प्रयोग किया जाता है। यदि प्रश्नावली में असंरचित प्रश्न होते हैं तब उनके उत्तर पूर्व निर्धारित नहीं किए जा सकते हैं। ऐसी स्थिति में प्रश्नावली द्वारा सूचनाओं को प्राप्त कर लेने के बाद उनका संकेतन किया जाता

है। प्रश्नावली में किए गए कोडिंग को **पूर्व संकेतन (Pre Coding)** तथा समक संकलन के बाद प्रसंस्करण के समय किए जाने वाले कोडिंग प्रक्रिया को **पश्चात संकेतन (Post Coding)** कहते हैं।

नोट: समकों के संकलन के दौरान और बाद में किए गए संकेतन को स्पष्ट रूप से संकेत पुस्तिका (**Code Book**) के रूप में लिपिवद्ध कर लेना चाहिए।

**5.1.4.संकेतन का उद्देश्य (Objectives of Coding):** सूचनाओं के संकेतन का मुख्य उद्देश्य उनका आधुनिक तकनीकों अथवा कम्प्यूटर/सॉफ्टवेयर द्वारा विश्लेषण करने योग्य बनाना होता है। इसके अतिरिक्त संकेतन के द्वारा प्रश्नावली/अनुसूची को भरने/पूर्ण करने का काम आसान हो जाता है। इससे सूचकों और साक्षात्कारकर्ता को काफी सहूलियत होती है। संकेतन के कारण वर्गीकरण और सारणीकरण को कम जगह में तैयार किया जा सकता है।

संकेतन की पद्धति को निम्नलिखित उदाहरणों द्वारा स्पष्ट किया गया है –

पूर्व संकेतन के उदाहरण,

प्रश्न संख्या	प्रत्युत्तर वर्ग	संकेत संख्या
1. आयु	15-25	1
	26-45	2
	46-60	3
	61-65	4
	65 से ऊपर	5
	अप्रत्युत्तर	9
2. मातृभाषा	भोजपुरी	1
	मगही	2
	मैथिली	3
	बंगाली	4
	अवधि	5
	अप्रत्युत्तर	9

पश्चात संकेतन के उदाहरण

असंरचित प्रश्न के उत्तरों के समूह को संकेतन के द्वारा निश्चित अंक प्रदान करना—

सांस्कृतिक अध्ययन के लिए मातृभाषा अथवा स्थायी निवास स्थान के आधार पर सूचकों का दो वर्ग बनाया जा सकता है; उत्तर भारतीय सूचक और दक्षिण भारतीय सूचक।

उत्तर भारतीय सूचकों को संकेत के रूप में अंक 1 तथा दक्षिण भारतीय सूचकों को संकेत के रूप में अंक 2 प्रदान किया जा सकता है।

**(d). सूचनाओं का रूपांतरण (Transformation of Information):** संकेतन के इस चरण में सूचनाओं को अंतिम गणना एवं विश्लेषण के लिए तैयार कर लिया जाता है। मानवीय गणनाएँ करने के लिए इनको कागज पर तथा कम्प्यूटर आदि का प्रयोग करने के लिए समकों को डिजिटल रूप में रूपांतरित कर लिया जाता है।

**(e). संग्रहण (Storage):** समकों के प्रसंस्करण की प्रक्रिया पूर्ण हो जाने के बाद अंत में प्रसंस्कृत समकों को कागज पर या इलेक्ट्रॉनिक्स उपकरणों में संग्रहित कर लिया जाता है। जिसका उपयोग बाद के शोधकार्यों में द्वितीयक समकों के रूप में किया जाता है

**5.1.5. समकों का अनुकूलन (Manipulation of Data):**

किसी भी स्रोत से प्राप्त आँकड़ों को अपने शोध कार्य के लिए इस्तेमाल करने से पहले उसकी शुद्धता (Accuracy) और वैधता (Validity) की जाँच कर लेनी चाहिए। कभी कभी आँकड़ों में प्रयुक्त मॉडल के अनुसार थोड़ा बहुत परिवर्तन भी किया जा सकता है। ऐसा करते समय ध्यान रखना चाहिए कि आँकड़ों के मूल स्वरूप न बिगड़े। इसके लिए निम्नलिखित उपाय किये जाते हैं—

**(i). सम्पादन (Editing):** इसके अन्तर्गत प्रायः टंकन/मुद्रण की गलतियों को सुधारा जाता है। अप्रत्याशित रूप से बड़े या छोटे (Outliers) समकों को भी हटा दिया जाता है।

**(ii). आंतरगणन एवं वाह्यगणन (Interpolation and Extrapolation):** यदि समंकमाला के कुछ महत्वपूर्ण आँकड़े किसी कारणवश लुप्त हो जाते हैं और उनको फिर से प्राप्त करना सम्भव नहीं है तो सांख्यिकी की आंतरगणन और वाह्यगणन विधि से अनुमानित किया जाता है।

**(iii). आँकड़ों का एकीकरण (Splicing of Data):** कभी कभी अलग अलग आधार वर्ष वाले सूचकांकों की काल श्रेणियों को तुलनात्मक बनाने के लिए आधार में परिवर्तन किया जाता है।

**(iv). समरेखण (Smoothing):** प्रायः काल श्रेणी के आँकड़ों में व्याप्त मौसमी उच्चावचनों को समाप्त करने के लिए उनके चल औसत (Moving Average) का इस्तेमाल किया जाता है।

**नोट:** आँकड़ों के अति अनुकूलन (Over Manipulation) से निष्कर्ष प्रभावित हो सकता है। अतः जरूरत के हिसाब से सावधानी पूर्वक ही अनुकूलन अनुशंसित है।

#### 5.1.6 सारांश (Summary):

प्रारंभिक/कच्चे समकों को संकलन के बाद विश्लेषण के लायक बनाने के लिए उनका प्रसंस्करण तथा अनुकूलन किया जाता है। प्रसंस्करण के लिए उनकी जाँच, अनुपयुक्त समकों की छँटाई एवं उनमें सुधार किया जाता है। समकों को शोध कार्य के अनुकूल बनाने के लिए उनके उच्चावचनों को समाप्त करना, सूचकांकों द्वारा अवस्फीतीकरण (Deflating) आदि क्रियाएँ की जाती हैं।

#### 5.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. समकों के प्रसंस्करण से आप क्या समझते हैं?
2. समकों के प्रसंस्करण के विभिन्न चरणों का वर्णन करें।
3. समकों के संकेतन की विधि को उदाहरण द्वारा स्पष्ट करें।
4. समकों के अनुकूलन की विभिन्न विधियों का वर्णन करें।

#### 5.1.8 उपयोग पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

## खण्ड (Section)–5

### इकाई (Unit)– 2

#### आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण (Presentation of Data)

##### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

##### 5.2.0. उद्देश्य (Objectives):

##### 5.2.1 परिचय (Introduction):

##### 5.2.2 सारणीकरण (Tabulation):

##### 5.2.2.क सारणीकरण के उद्देश्य (Objectives of Tabulation):

##### 5.2.2.ख. सारणीकरण का महत्व या लाभ (Importance or Advantage of Tabulation):

##### 5.2.2.ग. सारणी की विशेषताएँ (Characteristics of a good Table):

##### 5.2.2.घ. सारणीयन के सामान्य नियम (General Rules of Tabulation):

##### 5.2.2.ड. सारणी का निर्माण (Construction of Table):

##### 5.2.3 वर्गीकरण (Classification):

##### 5.2.3.क. वर्गीकरण की विशेषताएँ (Characteristics of Classification):

##### 5.2.3.ख. वर्गीकरण के उद्देश्य (Objectives of Classification)

##### 5.2.3.ग. वर्गीकरण के महत्वपूर्ण तत्व (Important Factors of Classification):

##### 5.2.3.घ. संचयी आवृत्ति वितरण (Cumulative Frequency Distribution):

##### 5.2.3.ड. वर्गांतर के प्रकार (Types of Class Intervals):

##### 5.2.3 च. समावेशी वर्गांतर को अपवर्जी वर्गांतर में बदलने की विधि (Conversion of Inclusive Classification into Exclusive Classification):

##### 5.2.3 छ. वर्गीकरण और सारणीकरण में अन्तर (Difference between Classification and Tabulation):

##### 5.2.3 ज. विद्यार्थियों की दृष्टि से (From the Students Points of Views):

##### 5.2.4 आँकड़ों का चित्रमय प्रदर्शन: चित्र एवं रेखाचित्र (Presentation of Data: Pictures and Graphs):

##### 5.2.4.क. चित्रमय प्रदर्शन एवं रेखाचित्र की विशेषताएँ/महत्व/लाभ (Characteristics or Importance of Pictures and Graphs):

##### 5.2.4.ख. चित्रमय प्रदर्शन एवं रेखाचित्र की सीमाएँ (Limitations of Pictures and Graphs):

**5.2.4.ग संख्यिकी में प्रयुक्त महत्वपूर्ण चित्रों का वर्णन (Pictures/Figures in Statistics) :**

**5.2.4.घ. दंड चित्र (Bar Diagrams):**

**5.2.4.घ.1. युगल दंड (Double Bar):**

**5.2.4.घ.2. अन्तर्विभक्त दंड (Sub-Divided Bar):**

**5.2.4.घ.3. अन्तर्विभक्त प्रतिशत दंड-चित्र (Sub-Divided Percentage Bar Diagram):**

**5.2.4.ङ. वृत चित्र (Pie Chart):**

**5.2.4.च. आवृत्ति वितरण चित्र (Pictures of Frequency Distribution):**

**5.2.4.च. (i). आयत चित्र (Histogram):**

**5.2.4.च.(ii). आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) एवं आवृत्ति वक्र (Frequency Curve):**

**5.2.4.च.(iii). प्रतिशत आवृत्ति वक्र (Percentage Frequency Curve):**

**5.2.4.च.(iv). संचयी आवृत्ति वक्र (Cumulative Frequency Curve/Ogive):**

**5.2.4.च.(vi). तना और पत्ती प्रदर्शन (Stem and Leaf Display):**

**5.2.5. रेखाचित्र (Graphs):**

**5.2.5.क रेखाचित्र की सामान्य बातें (General Features of Graphs):**

**5.2.5.ख. रैखिक समीकरण का रेखाचित्र (Graph of Linear Equation):**

**5.2.6 सारांश (Summary)**

**5.2.7 उदाहरण से सीखें (Learn by Examples):**

**5.2.8 अभ्यास के प्रश्न (Exercise)**

**5.2.9 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Useful Books/Bibliography)**

**5.2.0. उद्देश्य (Objectives):**

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- समकों के प्रस्तुतीकरण के बारे में
- सारणीकरण के बारे में
- वर्गीकरण के बारे में
- चित्रमय प्रदर्शन के बारे में

### 5.2.1 परिचय (Introduction):

प्रारम्भ में प्राप्त कच्चे आँकड़ों (Raw Data) से कोई महत्वपूर्ण सूचना नहीं मिलती है। कच्चे आँकड़ों से सामान्य सूचनाएँ प्राप्त करने के लिए उनको व्यवस्थित करना पड़ता है। जे. आर. हिक्स के शब्दों में "वर्गीकृत एवं क्रमवद्ध तथ्य स्वयं बोलते हैं जबकि अव्यवस्थित रूप से वे मांस की तरह मृत होते हैं"। (According to J. R. Hicks, "Classified and arranged facts speak themselves, unarranged they are as dead as mutton")

**प्रोफेसर ए. आर. इलर्जिक** के अनुसार, "किसी भी अनुसंधान में, चाहे उसका आकार कुछ भी क्यों न हो, संकलित समंक अथवा सामग्री इतनी कम नहीं होती कि उसे शीघ्रता व आसानी से भरी गयी सूचियों के अवलोकन मात्र से समझा जा सके। संख्याशास्त्री का प्रथम कार्य यह है कि उन विवरणों को कम व सरल करके ऐसे रूप में रखे जिससे उनकी प्रमुख विशेषताएँ स्पष्ट हो सकें और संग्रहित तथ्यों का निर्वचन करना सुविधाजनक हो सके। इस विधि को समंकों का वर्गीकरण व सारणीयन कहा जाता है। (According to **Professor A. R. Ilersic**, "In no investigation of any size is the volume of collected data or material so small that it may rapidly or easily assimilated by a perusal of the completed forms. The statistician's first task is to reduce and simplify the details into such a form that the salient features may be brought out, while steel facilitating the interpretation of the assembled data. The procedure is known as classifying and tabulating the data.")

वर्गीकरण और सारणीयन की प्रक्रियाएँ एक दूसरे से घनिष्ठ रूप से सम्बंधित होती हैं क्योंकि सारणी बनाने से पूर्व समंकों को वर्गीकृत किया जाता है तथा वर्गीकरण के बाद उनको सारणी में ही व्यवस्थित किया जाता है।

### 5.2.2 सारणीकरण (Tabulation):

सारणीकरण के अन्तर्गत उपलब्ध समंकों को पंक्तियों/कतारों (**Rows**) तथा खानों/स्तंभों (**Columns**) में व्यवस्थित किया जाता है। **प्रोफेसर नीसवेंजर** के अनुसार, "एक सांख्यिकीय सारणी खानों व पंक्तियों में समंकों का व्यवस्थित संगठन है"। (According to Professor Neiswanger, "A statistical table is a systematic organization of data in columns and rows".) साधारण अर्थों में सारणीकरण समंकों को सारणीबद्ध करने की प्रक्रिया है। **कॉनर** के अनुसार, "सारणीयन सांख्यिकीय सामग्री/आँकड़ों का किसी विचारगत समस्या को स्पष्ट करने के उद्देश्य से किया गया क्रमवद्ध एवं व्यवस्थित प्रस्तुतीकरण है। (According to L. R. Connor, "tabulation involves the orderly and systematic presentation of numerical data in a form designed to elucidate the problem under consideration.")

#### 5.2.2.क सारणीकरण के उद्देश्य (Objectives of Tabulation):

सारणीकरण का उद्देश्य जटिल एवं बेतरतीब/क्रमविहीन प्रारंभिक समंकों को आगे उपयोग में लाने हेतु संक्षेप में व्यवस्थित एवं क्रमवद्ध करना है। व्यवस्थित आँकड़ों के आधार पर ही अध्ययन के निष्कर्ष की ओर बढ़ा जा सकता है। इसके कुछ महत्वपूर्ण उद्देश्य निम्नलिखित हैं—

1. प्राप्त प्रारंभिक समंकों को संक्षेप में व्यक्त करना।
2. प्राप्त प्रारंभिक समंकों को व्यवस्थित रूप में व्यक्त करना।
3. समंकों को सांख्यिकीय गणनाओं के अनुकूल बनाना।
4. समंकों को वर्गों में विभाजित करना।
5. समंकों से प्रारंभिक अनुमान लगाना।

### **5.2.2.ख. सारणीकरण का महत्व या लाभ (Importance or Advantage of Tabulation):**

समकों के संकलन, वर्गीकरण और निर्वचन के क्रम में सारणीकरण एक महत्वपूर्ण प्रक्रिया है। सारणीकरण के निम्नलिखित लाभ हैं—

- 1- **संकलित समकों का संक्षेप में आकर्षक प्रस्तुति:** सारणीकरण का एक महत्वपूर्ण लाभ यह है कि उसमें प्रारम्भिक संकलित समकों को संक्षेप में आकर्षक तरीके से प्रस्तुत किया जाता है।
- 2- **संकलित समकों को सरल रूप में प्रस्तुति:** सारणीकरण का एक महत्वपूर्ण लाभ यह है कि उसमें प्रारम्भिक संकलित समकों को सरल रूप में प्रस्तुत किया जाता है।
- 3- **मितव्ययिता:** सारणीकरण के कारण कम कागज, समय और पैसे का खर्च होता है।
- 4- **तुलनात्मकता:** सारणीकरण के बाद समकों में तुलना करना आसान हो जाता है।
- 5- **चित्रमय प्रदर्शन के लिए उपयोगी:** सारणीकृत समकों को चित्रों के द्वारा प्रदर्शित करना आसान होता है।
- 6- **गणना में उपयोगी:** सारणीकृत समकों से गणना करना आसान होता है।
- 7- **निर्वचन एवं निष्कर्ष में उपयोगी:** सारणीकृत समकों का निर्वचन और निष्कर्ष निकालना आसान होता है।

### **5.2.2.ग. सारणी की विशेषताएँ (Characteristics of a good Table):**

अगर यह कहा जाए कि सारणीकरण सांख्यिकीय अध्ययनों का आधार है तो अतिशयोक्ति न होगी। निर्माण कार्यों में जैसे गिट्टी, बालू, सरिया, सीमेंट, पानी को एक साथ मिलाकर किसी निर्माण का आधार तैयार होता है उसी तरह से इधर उधर बिखरे समकों को सारणीबद्ध करने से सांख्यिकीय अध्ययनों का आधार तैयार होता है। एक अच्छी सारणी की निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं—

1. **आकर्षण:** अच्छी सारणी आकर्षक होती है। जिसको अनायास देखने पर उसपर गौर करने की जिज्ञासा पैदा हो सके।
2. **प्रबंधनीय:** सारणी को सरल व आसान होना चाहिए। समकों को वर्गों और उपवर्गों में इस तरह से विभाजित करना चाहिए कि जरूरत के अनुसार उनको आपस में मिलाया या अलगाया जा सके।
3. **सीमित जानकारियों का समावेश:** एक सारणी में बहुत ज्यादा विवरणों को एक साथ देने की बजाए अलग अलग कई सारणियों का निर्माण किया जाना चाहिए।
4. **मध्यम आकार:** अच्छी सारणी का आकार न ज्यादा बड़ा और न ज्यादा छोटा होना चाहिए।
5. **स्पष्टता:** अच्छी सारणी में समकों की विशेषताएँ स्पष्ट होनी चाहिए। इससे किसी तरह का भ्रम नहीं उत्पन्न होना चाहिए।
6. **अध्ययन के उद्देश्यों को प्रकट करना:** एक अच्छी सारणी को देखने से अध्ययन के उद्देश्य प्रकट होने चाहिए।
7. **चित्रमय प्रदर्शन के लायक:** अच्छी सारणी के समकों को उपयुक्त चित्रों के माध्यम से प्रस्तुत किया जा सकता है।
8. **गणना के अनुकूल:** अच्छी सारणी के समकों से उपयुक्त मापकों एवं गुणकों की गणना की जा सकती है।

### **5.2.2.घ. सारणीयन के सामान्य नियम (General Rules of Tabulation):**

सांख्यिकी अध्ययनों में सारणी का प्रयोग धड़ल्ले से होता है। इसको बनाने के लिए सांख्यिकी का भारी विद्वान होना जरूरी नहीं है फिर भी एक प्रभावी सारणी बनाने के लिए निम्नलिखित बातों या नियमों का ध्यान दिया जाना चाहिए—

- 1- **सारणी की पहचान:** प्रत्येक सारणी की स्पष्ट पहचान के लिए उनका एक उनको विशिष्ट सारणी संख्या से सूचित करना चाहिए।



- 2- **सारणी का शीर्षक:** प्रत्येक सारणी का एक स्पष्ट शीर्षक होना चाहिए। शीर्षक संक्षेप में, सटीक एवं संकलित तथ्यों से सम्बंधित होना चाहिए।
- 3- **खानों एवं पंक्तियों के शीर्षक:** उदग्र खानों के शीर्षक को उपशीर्ष (Captions) तथा क्षैतिज पंक्तियों के शीर्षकों को अनुशीर्ष (Stubs) कहते हैं। प्रत्येक खाने का क्रमसंख्या भी निर्धारित किया जाना चाहिए।
- 4- **रेखाएँ खींचना:** सारणी में खानों को बाँटने के लिए जरूरत के अनुसार खड़ी रेखाएँ खींची जाती है। पंक्तियों को अलग अलग बाँटना अनिवार्य नहीं है।
- 5- **माप की इकाई:** प्रत्येक खाने में प्रदर्शित समकों की माप की इकाइयों को लिख देना चाहिए।
- 6- **योग को प्रदर्शित करना:** प्रत्येक खाने तथा पंक्ति के अंत में समकों के योग को प्रदर्शित किया जाना चाहिए।
- 7- **स्रोत का उल्लेख:** तालिका के तुरंत नीचे प्रदर्शित समकों के स्रोत लिखना चाहिए।
- 8- **टिप्पणी लिखना:** यदि सारणी बनाने के दौरान कोई असमान्य समस्याएँ आती है तो उसका उल्लेख अलग से टिप्पणी के रूप में किया जाना चाहिए।

नोट: अध्ययनकर्ता अपनी रुचि और योग्यता के अनुसार कई तरह से सारणी को तैयार कर सकता है।

### 5.2.2.ड. सारणी का निर्माण (Construction of Table):

व्यवहार में सारणी के अनेक प्रकार देखने को मिलते हैं अतः किसी विशेष प्रारूप को प्राथमिकता देने की बजाए समकों को सरल, संक्षेप और स्पष्ट रूप में व्यक्त करना महत्वपूर्ण है। सारणी में पंक्तियों की अपेक्षा खानों का महत्व अधिक होता है। खानों के निर्धारण के लिए सामान्यतः समकों द्वारा प्रदर्शित गुणों की संख्या को आधार माना जाता है। उदाहरण के लिए अगर समकों द्वारा मुख्य गुण लिंग जिसका उपविभाजन स्त्री, पुरुष या किन्नर के रूप में करना हो तो यहाँ लिंग वाले खाने में तीन विभाजन करना होगा। इसे निम्नलिखित उदाहरण तालिका (3.1) द्वारा स्पष्ट किया गया है—

#### तालिका संख्या (5.2.1)

तालिका का शीर्षक: भारत के महानगरों की जनसंख्या का लिंगानुसार विवरण।

महानगर	जनसंख्या (लाख में)		
	स्त्री	पुरुष	किन्नर
	1	2	3
दिल्ली			
मुम्बई			
चेन्नई			
कोलकाता			

स्रोत: जनगणना 2011, भरत सरकार।

नोट:— यहाँ मुख्य गुण केवल लिंग जिसका उपविभाजन तीन है। इस हिसाब से खानों की संख्या तीन से काम चल जाता है। यदि तीनों का योग भी प्राप्त करना हो तो एक और खाना बनाना होगा।

तालिका में स्तम्भ (**Columns**) ऊपर से नीचे की ओर तथा कतार (**Rows**) बायें से दायीं ओर बढ़ता है। तालिका में स्तम्भों की संख्या का निर्धारण गुणों के वर्गीकरण पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए, यदि आँकड़ों का वर्गीकरण लिंग (**स्त्री, पुरुष**) के साथ साथ क्षेत्रानुसार (**शहरी, ग्रामीण**) भी करना हो तो तालिका का निर्माण निम्न प्रकार का होगा—

### तालिका संख्या (5.2.2)

तालिका का शीर्षक: भारत के महानगरों की जनसंख्या का लिंग एवं क्षेत्रानुसार विवरण।

राज्य	जनसंख्या (लाख में)								
	स्त्री		पुरुष		कुल				
	शहरी	ग्रामीण	शहरी	ग्रामीण	शहरी	ग्रामीण	स्त्री	पुरुष	समग्र
1	2	3	4	5 = 1+3	6 = 2+4	7 = 1+2	8 = 3+4	9 = (5+6) = (7+8)	
दिल्ली									
बिहार									
उत्तर प्रदेश									
महाराष्ट्र									
कुल									

स्रोत: जनगणना 2011, भारत सरकार।

नोट:— यहाँ दो मुख्य गुण हैं; लिंग तथा क्षेत्र इसके हिसाब से खानों की संख्या चार से काम चल सकता है परन्तु सभी खानों के अलग अलग योग प्राप्त करने के लिए अन्य खानों का निर्माण किया गया है।

काफी जटिल तालिकाओं का निर्माण की कला भी परिश्रम और अभ्यास के द्वारा सीखा जा सकता है। कम्प्यूटर के प्रयोग से भी तालिकाओं का निर्माण किया जा सकता है।

### 5.2.3 वर्गीकरण (Classification):

**परिचय:** संकलित प्रारम्भिक समकों को विश्लेषण के अनुकूल बनाने के लिए उनको कुछ विशेष वर्गों में बाँटा जाता है। इस प्रक्रिया को वर्गीकरण के नाम से जाना जाता है। प्रत्येक वर्ग में कुछ एकरूप समकों को रखा जाता है। इसके चलते आगे की सांख्यिकीय गणनाओं में आसानी होती है। दूसरे शब्दों में, उपलब्ध सांख्यिकीय समकों को उनकी समानता के आधार पर वर्गों या समूहों में विभाजित करने की विधि को वर्गीकरण कहते हैं। प्रोफेसर कॉनर के अनुसार, “वर्गीकरण तथ्यों को उनकी समानता और सादृश्यता के अनुसार, समूहों अथवा वर्गों में क्रमबद्ध करने की क्रिया है और इससे व्यक्तिगत इकाइयों की विविधता में पाये जाने वाले गुणों की एकता व्यक्त हो जाती है।” (According to L.R. Connor, “Classification is the process of arranging things in groups or classes according to their resemblances and affinities and gives expression to the unit of attributes that may subsist amongst a diversity of individuals.”). वर्गीकरण के अन्तर्गत प्रायः अंकात्मक

आँकड़ों को विभिन्न वर्गों में उनकी आवृत्तियों के साथ व्यवस्थित किया जाता है लेकिन गुणात्मक समंकों को भी वर्गों में व्यवस्थित किया जा सकता है।

नोट: वर्तमान कम्प्यूटर युग में कई सॉफ्टवेयर मौजूद हैं जो बिना वर्गीकरण के ही सांख्यिकीय गणनाएँ कर लेती हैं।

### तालिका संख्या (5.2.3)

शीर्षक: कक्षा में विद्यार्थियों के प्राप्तांक का आरोही क्रम में वर्गीकरण।

प्राप्तांक/वर्ग	विद्यार्थियों की संख्या/ आवृत्ति
0 से 10	05
10 से 20	06
20 से 30	14
30 से 40	10
40 से 50	12
50 से 60	08
60 से 70	22
70 से 80	08
80 से 90	06
90 से 100	04

स्रोत: प्रकाशित परीक्षा परिणाम।

नोट: वर्गीकरण आरोही या अवरोही दोनों क्रम में किया जा सकता है। जिसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

### तालिका संख्या (5.2.4)

शीर्षक: कक्षा में विद्यार्थियों के प्राप्तांक का अवरोही क्रम में वर्गीकरण।

प्राप्तांक/वर्ग	विद्यार्थियों की संख्या/ आवृत्ति
100-90	04
90-80	06
80-70	08
70-60	22
60-50	08
50-40	12
40-30	10
30-20	14
20-10	06
10-00	05

स्रोत: प्रकाशित परीक्षा परिणाम।

नोट: उपरोक्त वर्गीकरण में दस वर्ग हैं। सभी वर्गों का विस्तार एक समान (10 अंक) है। आरोही क्रम में प्रथम वर्ग की निम्न सीमा शून्य अंक तथा उच्च सीमा 10 अंक है, द्वितीय वर्ग की निम्न सीमा 10 अंक तथा उच्च सीमा 20 अंक है, ... इसी तरह से अन्य सभी वर्गों की निम्न सीमा और उच्च सीमा स्पष्ट है। अवरोही क्रम में प्रथम वर्ग 100 से 90; द्वितीय वर्ग 90 से 80; तीसरा वर्ग 80 से 70 ... इत्यादि है।

इसी तरह से गुणात्मक समंकों को भी व्यवस्थित किया जा सकता है।

तालिका संख्या (5.2.5)

शीर्षक: नवरात्र के दौरान वाहनों की विक्री का विवरण।

वाहनों के प्रकार	विक्री की संख्या
दो पहिया	3000
चार पहिया	1000

स्रोत: वाहन पंजीयन कार्यालय से प्राप्त आँकड़े।

### 5.2.3.क. वर्गीकरण की विशेषताएँ (Characteristics of Classification):

वर्गीकरण की प्रमुख विशेषताएँ निम्नलिखित हैं—

वर्गीकरण द्वारा प्रारम्भिक समंकों को अनेक वर्गों में विभाजित किया जाता है। वर्गीकरण का प्रभाव समंकों के विश्लेषण और अध्ययन के निष्कर्षों पर पड़ता है अतः वर्गीकरण को स्थापित मानदंडों पर खरा होना चाहिए। सामान्यतः वर्गीकरण की निम्नलिखित विशेषताएँ हैं—

(1). **पर्याप्त विस्तार (Exhaustive)** : वर्गीकरण का विस्तार कम से कम इतना होना चाहिए कि उसके अन्तर्गत सभी संकलित समंक समाहित हो जाएँ।

(2). **पारस्परिक पृथकता (Mutually Exclusive)** : प्रत्येक वर्ग का दायरा तय होना चाहिए। अर्थात् कोई एक पद केवल एक ही वर्ग में रखा जाना चाहिए।

(3). **स्थायित्व (Stability)** : अनुसंधान के क्रम में वर्गीकरण के आधार हमेशा स्थिर होने चाहिए। अलग अलग आधार पर वर्गीकृत किए गए समंकों की आपस में तुलना नहीं की जा सकती है।

(4). **लोच (Elasticity)** : वर्गीकरण को लोचदार होना चाहिए यानि उसमें नयी परिस्थितियों के अनुसार बदलाव किया जा सके।

(5). **अनुकूलता (Suitability)**: वर्गीकरण अध्ययन के उद्देश्यों के अनुकूल होने चाहिए।

(6). **शुद्धता (Accuracy)** : वर्गीकरण के अन्त में यह जाँच लेनी चाहिए कि सभी वर्गों के पदों का योग कुल पदों के बराबर हो जाए। यानि वर्गीकरण के दौरान कोई पद छोड़ा या दोहराया नहीं गया है।

### 5.2.3.ख. वर्गीकरण के उद्देश्य (Objectives of Classification)

वर्गीकरण का मुख्य उद्देश्य संकलित प्रारंभिक समंकों को उनमें कुछ समानताओं के आधार पर विभिन्न वर्गों में विभाजित करके संक्षेप में व्यवस्थित करना है जिससे आगे के सांख्यिकीय विश्लेषण में आसानी हो सके। वर्गीकरण के अन्य उद्देश्य निम्नलिखित हैं—

(1). **तथ्यों को सरल रूप में प्रस्तुत करना**: वर्गीकरण द्वारा जटिल व बिखरे हुए तथ्यों को सरल, संक्षिप्त, तर्कसंगत तथा बुद्धिगम्य रूप में प्रस्तुत किया जाता है। वर्गीकरण की प्रक्रिया में अनावश्यक विवरणों को हटा दिया जाता है।

(2). **समानता और असमानता को स्पष्ट करना**: वर्गीकरण से तथ्यों के बीच की समानता और असमानता स्पष्ट हो जाती है। समान विशेषता वाले तथ्य एक साथ रखे जाते हैं।

(3). **तुलना में सहायक**: वर्गीकरण से समंकों का तुलनात्मक अध्ययन सम्भव हो जाता है। उदाहरण के लिए, दो कक्षाओं के विद्यार्थियों के प्राप्तांकों को वर्गीकृत करने के बाद उनमें तुलना किया जा सकता है।

(4). कार्य-कारण सम्बंधों को स्थापित करना: वर्गीकरण से विभिन्न चरों के मध्य सम्बंधों का अनुमान लगाया जा सकता है।

(5). याद रखने में आसानी: वर्गीकृत समंक व्यक्ति के दिमाग में आसानी से फिट हो जाते हैं।

(6). सारणीकरण का आधार प्रस्तुत करना: वर्गीकृत समंकों को ही सारणी में व्यवस्थित किया जाता है।

### 5.2.3.ग. वर्गीकरण के महत्वपूर्ण तत्व (Important Factors of Classification):

#### (i). वर्ग की सीमाएँ (Class Limits):

वे न्यूनतम और अधिकतम मूल्य जिन्हें किसी वर्ग में रखा जा सकता है उस वर्ग की सीमाएँ कहलाती है। इस प्रकार एक वर्ग की दो सीमाएँ होती हैं; न्यूनतम सीमा और अधिकतम सीमा।

नोट: प्रारम्भिक वर्ग की निम्न सीमा और अंतिम वर्ग की उच्च सीमा प्रायः नियत होती है पर कभी कभी खुली भी हो सकती है। इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

तालिका संख्या (5.2.6)

शीर्षक: कक्षा में विद्यार्थियों के प्राप्तांक का विवरण।

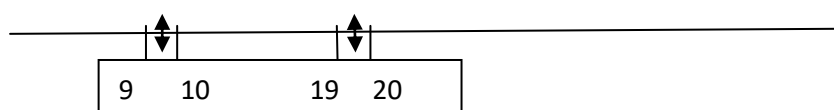
वर्गान्तर (class Interval)	आवृत्ति (Frequency)
10 से कम	2
10 – 20	3
20 – 30	5
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	10
60 – 70	5
70 – 80	3
80 – 90	2
90 से अधिक	5

उपरोक्त उदाहरण में प्रथम और अंतिम वर्ग की सीमाएँ खुली हुयी है।

नोट: कभी कभी सामान्य आवृत्ति वितरण की बजाए संचयी आवृत्ति वितरण दिया हो सकता है जिसे सामान्य आवृत्ति वितरण में बदला जा सकता है। संचयी आवृत्ति वितरण दो तरह के होते हैं; आरोही और अवरोही क्रम में व्यवस्थित संचयी आवृत्ति वितरण।

#### (ii). वर्ग की सीमा रेखा (Class Boundary):

वर्ग की सीमा और वर्ग की सीमा रेखा में बहुत सुक्ष्म लेकिन तकनीकी अन्तर है। सीमा रेखा दो क्रमशः वर्गों की सीमाओं के मध्य में स्थित होती है। अपवर्जी वर्गान्तर की स्थिति में वर्गों की सीमाएँ ही सीमा रेखा का काम करती हैं।



उपरोक्त चित्र में पहले वर्ग की उच्च सीमा 9 तथा दूसरे वर्ग की निम्न सीमा 10 है। अतः 9 और 10 के मध्य का अंक 9.5 पहले और दूसरे वर्गों की सीमा रेखा है। इसी तरह दूसरे वर्ग की उच्च सीमा 19 तथा

तीसरे वर्ग की निम्न सीमा 20 है। अतः 19 और 20 के मध्य का अंक 19.5 दूसरे और तीसरे वर्गों की सीमा रेखा है।

**(iii). वर्ग चिन्ह/मध्य बिन्दु (Class Marks/Midpoint):**

प्रत्येक वर्ग की दोनों सीमाओं अथवा दोनों सीमा रेखाओं का औसत उस वर्ग का मध्य बिन्दु या वर्ग चिन्ह कहलाता है।

**(iv). वर्ग विस्तार (Class Interval):**

एक वर्ग में जितने मूल्य तक के समकों को व्यवस्थित किया जाता है उस विस्तार को उस वर्ग का वर्ग विस्तार कहते हैं। उदाहरण के लिए यदि किसी वर्ग में 0 से 9 तक के मूल्यों को रखा जाता है तब उसका विस्तार 10 है।

यदि किसी समावेशी वर्ग को अपवर्जी में बदला जाता है तब वर्ग का विस्तार अप्रभावित रहता है।

नोट: समावेशी वर्गान्तर में निम्न और उच्च दोनों सीमाओं को उस वर्ग में रखा जाता है जबकि अपवर्जी वर्गान्तर में वर्ग की उच्च सीमा को उस वर्ग में नहीं रखा जाता है।

नोट: प्रत्येक वर्ग का विस्तार समान भी हो सकता है और असमान भी।

इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

तालिका संख्या (5.2.7)

शीर्षक: कक्षा में विद्यार्थियों के प्राप्तांक का विवरण।

वर्गान्तर (class Interval)	आवृत्ति (Frequency)
00 – 05	2
05 – 10	3
10 – 20	5
20 – 30	5
30 – 50	10
50 – 70	10
70 – 90	5
90 – 100	3

उपरोक्त तालिका में प्रारम्भ के दो वर्गों का विस्तार 5 अंक है। उसके बाद के दो वर्गों का विस्तार 10 अंक है। पांचवें, छठे और सातवें वर्गों का विस्तार 20 अंक है जबकि अंतिम वर्ग का विस्तार 10 अंक है।

यदि सभी वर्ग समान विस्तार के हों तो वर्ग विस्तार का मान क्रमशः दो वर्गों के मध्य बिन्दुओं के बीच के अन्तर के बराबर होता है।

नोट: समावेशी वर्गान्तर को अपवर्जी में बदलने पर भी वर्ग का विस्तार प्रभावित नहीं होता है।

**5.2.3.घ. संचयी आवृत्ति वितरण (Cumulative Frequency Distribution):**

**(i). आरोही क्रम की संचयी आवृत्ति वितरण (Cumulative Frequency Distribution in Ascending Order):**

तालिका संख्या (5.2.8): आरोही क्रम की संचयी आवृत्ति वितरण

प्राप्तांक/वर्ग (संचयी वर्गान्तर)	विद्यार्थियों की संख्या/ संचयी आवृत्ति	सामान्य वर्गान्तर	विद्यार्थियों की संख्या/ आवृत्ति
0 से 10	05	0 से 10	05
0 से 20	11	10 से 20	06
0 से 30	25	20 से 30	14
0 से 40	35	30 से 40	10
0 से 50	47	40 से 50	12
0 से 60	55	50 से 60	08
0 से 70	77	60 से 70	22
00 से 80	85	70 से 80	08
00 से 90	91	80 से 90	06
0 से 100	95	90 से 100	04

**(i). अवरोही क्रम की संचयी आवृत्ति वितरण (Cumulative Frequency Distribution in descending Order):**

तालिका संख्या (5.2.9): अवरोही क्रम की संचयी आवृत्ति वितरण

प्राप्तांक/वर्ग (संचयी वर्गान्तर)	विद्यार्थियों की संख्या/ संचयी आवृत्ति	सामान्य वर्गान्तर	विद्यार्थियों की संख्या/ आवृत्ति
0 से अधिक	95	0 से 10	05
10 से अधिक	90	10 से 20	06
20 से अधिक	76	20 से 30	14
30 से अधिक	66	30 से 40	10
40 से अधिक	54	40 से 50	12
50 से अधिक	46	50 से 60	08
60 से अधिक	24	60 से 70	22
70 से अधिक	16	70 से 80	08
80 से अधिक	10	80 से 90	06
90 से अधिक	04	90 से 100	04

**5.2.3.ड. वर्गान्तर के प्रकार (Types of Class Intervals):**

सामान्य आवृत्ति वितरण में दो तरह के वर्गान्तर होते हैं; अपवर्जी वर्गान्तर (**Exclusive Class Interval**) तथा समावेशी वर्गान्तर (**Inclusive Class Interval**)

**(i). अपवर्जी वर्गान्तर (Exclusive Class Interval):** अपवर्जी वर्गान्तर में प्रारम्भिक वर्ग को छोड़कर प्रत्येक वर्ग की निम्न सीमा तथा पूर्व वर्ग की उच्च सीमा समान होता है। दूसरे शब्दों में, अंतिम वर्ग को छोड़कर प्रत्येक वर्ग की उच्च सीमा तथा अगले वर्ग की निम्न सीमा समान होती है।

इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

तालिका संख्या (5.2.10): विद्यार्थियों द्वारा गणित की परीक्षा में प्राप्त किए गए अंकों का अपवर्जी वर्गीकरण।

वर्गान्तर (class Interval)	आवृत्ति (Frequency)
00 – 10	2
10 – 20	3
20 – 30	5
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	10
60 – 70	5
70 – 80	3
80 – 90	2
90 – 100	5

नोट: इस तरह के वर्गान्तर बनाते समय इस बात का ध्यान रखा जाता है कि प्रत्येक वर्ग की उच्च सीमा को प्रदर्शित करने वाले अंकों को उस वर्ग में रखने की बजाए अगले वर्ग में रखा जाता है जिसकी निम्न सीमा भी उसी अंक को प्रदर्शित करती है। अर्थात् अंक 10 को प्रथम वर्ग में न रखकर द्वितीय वर्ग में, 20 को द्वितीय वर्ग में न रखकर तृतीय वर्ग में तथा इसी तरह अन्य संयुक्त अंकों को आगे भी रखते हैं।

**(ii). समावेशी वर्गान्तर (Inclusive Class Interval):** समावेशी वर्गान्तर में प्रत्येक वर्ग की निम्न और उच्च सीमाएँ अन्य वर्गों की सीमाओं से भिन्न होती हैं। अर्थात् किसी भी दो वर्गों की सीमाएँ संयुक्त नहीं होती है। इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

तालिका संख्या (5.2.11)

विद्यार्थियों द्वारा गणित की परीक्षा में प्राप्त किए गए अंकों का समावेशी वर्गीकरण।

वर्गान्तर (class Interval)	आवृत्ति (Frequency)
00 – 09	2
10 – 19	3
20 – 29	5
30 – 39	5
40 – 49	10
50 – 59	10
60 – 69	5
70 – 79	3
80 – 89	2
90 – 99	5

### 5.2.3.च. समावेशी वर्गांतर को अपवर्जी वर्गांतर में बदलने की विधि (Conversion of Inclusive Classification into Exclusive Classification):

वर्गीकरण के बाद की सांख्यिकीय गणनाओं के लिए प्रायः समावेशी वर्गान्तर को अपवर्जी वर्गान्तर में बदलना पड़ता है। समावेशी वर्गान्तर को निम्नलिखित तरीके से अपवर्जी में बदलते हैं—

**प्रथम चरण:** सर्व प्रथम क्रमशः दो वर्गों (प्रथम एवं द्वितीय या द्वितीय एवं तृतीय या तृतीय एवं चतुर्थ ... इत्यादि) की उच्च सीमा और निम्न सीमाओं के बीच के अन्तर को ज्ञात किया जाता है। उदाहरण के लिए, उपरोक्त तालिका (3.10) में द्वितीय वर्ग की निम्न और प्रथम वर्ग की उच्च सीमा सीमा का अन्तर



(10 - 9 = 1) एक है। इसी तरह तृतीय वर्ग की निम्न और द्वितीय वर्ग की उच्च सीमा का अन्तर (20 - 19 = 1) एक है।

**नोट:** क्रमशः सटे दो वर्गों की निम्न और उच्च सीमाओं का अन्तर प्रायः समान होता है परन्तु कभी कभी अलग अलग भी हो सकता है।

**द्वितीय चरण:** उपरोक्त विधि से ज्ञात सीमाओं के अन्तर का आधा किया जाता है। यहाँ एक का आधा अर्थात्  $1 \div 2 = 0.5$  है।

**तृतीय चरण:** इस अन्तर के आधे को निम्न सीमा में घटा दिया जाता है तथा उच्च सीमा में जोड़ दिया जाता है।

इस प्रक्रिया को नीचे के उदाहरण में स्पष्ट किया गया है—

**तालिका संख्या (5.2.12): समावेशी और अपवर्जी वर्गान्तर**

समावेशी वर्गान्तर (Inclusive Interval)	class	वर्ग चिन्ह/मध्य बिन्दु (Class Marks)	अपवर्जी वर्गान्तर (Exclusive Interval)	class	आवृत्ति (Frequency)
00 - 09		4.5	-0.5 से 9.5		2
10 - 19		14.5	9.5 से 19.5		3
20 - 29		24.5	19.5 से 29.5		5
30 - 39		34.5	29.5 से 39.5		5
40 - 49		44.5	39.5 से 49.5		10
50 - 59		54.5	49.5 से 59.5		10
60 - 69		64.5	59.5 से 69.5		5
70 - 79		74.5	69.5 से 79.5		3
80 - 89		84.5	79.5 से 89.5		2
90 - 99		94.5	89.5 से 99.5		5

**नोट:**

(1) समावेशी वर्गान्तर को अपवर्जी वर्गान्तर में बदलने से वर्ग की आवृत्तियाँ और वर्गों का विस्तार और वर्ग चिन्ह नहीं बदलते हैं। उपरोक्त उदाहरण में समावेशी वर्गान्तर तथा अपवर्जी वर्गान्तरों में वर्गों का विस्तार 10 अंकों का ही है।

(2) सारणीकरण या वर्गीकरण के उपरान्त आँकड़ों से सामान्य जानकारियाँ मिलनी शुरू हो जाती है तथा अगले चरण के सांख्यिकीय विश्लेषणों (चित्र एवं ग्राफ, केन्द्रीय प्रवृत्ति एवं अन्य मापों की गणना) के लिए यह जरूरी भी है।

(3) वर्गीकरण के कारण सांख्यिकीय गणनाओं में कुछ अन्तर आ सकता है। उदाहरण के लिए, किसी कक्षा के 100 विद्यार्थियों के प्राप्तांकों को जोड़कर उसमें 100 से भाग देने से जो औसत प्राप्तांक ज्ञात किया जाता है तथा इन्हीं 100 विद्यार्थियों को पहले वर्गीकृत करने के बाद सूत्र का प्रयोग करते हुए औसत ज्ञात किया जाता है तब दोनों में कुछ अन्तर आ सकता है। इसके लिए बाद में कुछ (शेफर्ड का सूत्र) सुधार किया जाता है।

### 5.2.3.छ वर्गीकरण और सारणीकरण में अन्तर (Difference between Classification and Tabulation):

सामान्यतः देखने पर सारणीकरण और वर्गीकरण लगभग एक तरह के दिखते हैं परन्तु सांख्यिकी की दृष्टि से इनमें कुछ भेद पाया जाता है। सारणीकरण का मुख्य उद्देश्य एकत्रित प्रारंभिक समकों को संक्षेप में और व्यवस्थित रूप में प्रस्तुत करना होता है जबकि वर्गीकरण का मुख्य उद्देश्य एकत्रित प्रारंभिक समकों का विश्लेषण करना होता है। सामान्यतः सारणीकरण से पहले समकों का वर्गीकरण किया जाता है। इनके बीच के अन्तरों को निम्नलिखित बिन्दुओं से स्पष्ट किया जा सकता है—

विभेद का आधार	वर्गीकरण	सारणीकरण
संरचना	वर्गीकरण में वर्गों की संख्या (आयु वर्ग, आयु वर्ग इत्यादि) के अनुसार कतारों की संख्या निर्धारित होती है।	सारणीकरण में गुणों (स्त्री/पुरुष, ग्रामीण/शहरी इत्यादि) के आधार पर खानों की संख्या तय की जाती है।
उपयोग	वर्गीकरण का उपयोग समकों के विश्लेषण और निष्कर्ष प्राप्त करने के लिए किया जाता है।	सारणीकरण का उपयोग समकों को संक्षेप में तथा चित्रों द्वारा प्रदर्शित करने के लिए किया जाता है।
क्रम	प्राप्त प्रारंभिक समकों को पहले वर्गीकृत किया जाता है।	प्राप्त प्रारंभिक समकों को पहले वर्गीकृत करने के बाद सारणी बनायी जाती है।

### 5.2.3.ज. विद्यार्थियों की दृष्टि से (From the Students Points of Views):

\* प्रायः श्रेणीगत या गुणात्मक आँकड़ों से सारणी तथा अंकात्मक आँकड़ों से आवृत्ति वितरण या वर्ग तालिका का निर्माण किया जाता है। (From the categorical/qualitative data table is preferred and from quantitative data frequency distribution/classification is preferred).

\* वर्गीकरण करते समय यह ध्यान देना चाहिए कि श्रेणी में एक ही बहुलक हो यानि किसी एक वर्ग की आवृत्ति अन्य सभी से अधिक हो। कभी कभी श्रेणी में एक से अधिक बहुलक भी हो सकते हैं।

\* वर्गों की संख्या का निर्धारण: वर्गों की संख्या के निर्धारण के लिए कोई सपष्ट नियम नहीं है। समकों की उपलब्ध संख्या के अनुसार अपने अनुभव एवं सुविधानुसार वर्गों की संख्या तय की जाती है। वर्गों की संख्या कम होने से उनमें समकों का जमाव अधिक हो जाता है। इसके विपरीत वर्गों की संख्या अधिक होने से गणना में जटिलता आती है।

प्रोफेसर स्टर्जस (H. A . Sturges) ने वर्गों की संख्या ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया है –

$$n = 1 + 3.222 \text{ Log } N$$

जहाँ n = वर्गों की संख्या (Number of Classes)

तथा N = उपलब्ध समकों की संख्या (Number of Observations) है।

### उदाहरण द्वारा सीखें (Learn By Example):

**Example (5.2.1):**

The class marks of a distribution are 4,11,18 and 25. Find

(a). the class Limits and (b). the class boundaries

**Solution:** A class interval distribution table based on the above class marks will be:

Inclusive Class (a).Class Limits:	Exclusive Class (B)C. Class Boundaries:	Class Marks/ Midpoint
0 – 7	0.5 – 7.5	4
8 – 14	7.5 – 14.5	11
15 – 21	14.5 – 21.5	18
22 – 28	21.5 – 28.5	25

Here, class interval =  $11 - 4 = 18 - 11 = 25 - 18 = 7$ .

**Example (5.2.2):**

The class Marks of a distribution are 12, 17, 22, 27, 32

Find: (a). the class boundaries (b). the class limits

**Solution:**

Class Interval Exclusive	Class Mark	Class Interval Inclusive	Class Mark
10 – 14	12	9.5 – 14.5	12
15 – 19	17	14.5 – 19.5	17
20 – 24	22	19.5 – 24.5	22
25 – 29	27	24.5 – 29.5	27
30 – 34	32	29.5 – 34.5	32

दोनों तरह के वर्गान्तरों में प्रत्येक वर्ग का विस्तार एक समान 5 है।

$$17 - 12 = 22 - 17 = 27 - 22 = 32 - 27 = 5.$$

**Ex. (5.2.3).**

निम्नलिखित 40 बच्चों की लम्बाई (सेंटीमीटर) के प्राप्त प्रारम्भिक समकों का वर्गीकरण करें।

(Construct a frequency distribution from the following data of the height of 40 students in centimeter.)

138	164	150	132	144	125	149	157
146	158	140	147	136	148	152	144
168	126	138	176	163	119	154	165
146	173	142	147	135	153	140	135
161	145	135	142	150	156	145	128

हल (Solution):

### **Step First:**

Some basic Informations are following:-

The largest height (अधिकतम उँचाई) is 176 cm.

The smallest height (न्यूनतम उँचाई) is 119 cm.

The Range ( श्रेणी का विस्तार) is  $179 - 119 = 57$  cm.

### **Second Step:**

वर्गों की संख्या निर्धारित करना:

वर्गों की संख्या = श्रेणी का विस्तार  $\div$  वर्ग का विस्तार

नोट: वर्ग का विस्तार अपने अनुभव से तय करते हैं।

(क). अगर वर्ग का विस्तार 5 तय करते हैं तब वर्गों की संख्या =  $57 \div 5 = 11.4$  यानि 12 होंगे तथा वर्गीकरण निम्नलिखित है –

तालिका संख्या (5.2.13): समकों का वर्गीकरण

उँचाई (Height) (Inclusive)	उँचाई (Height) (Exclusive)	मिलान चिन्ह (Tally Marks)	आवृत्ति (Frequency)
118 – 122	117.5 – 122.5	L	1
123 – 127	122.5 – 127.5	ll	2
128 – 132	127.5 – 132.5	ll	2
133 – 137	132.5 – 137.5	lll	4
138 – 142	137.5 – 142.5	lll/	6
143 – 147	142.5 – 147.5	lll/lll	8
148 – 152	147.5 – 152.5	lll	5
153 – 157	152.5 – 157.5	llll	4
158 – 162	157.5 – 162.5	ll	2
163 – 167	162.5 – 167.5	lll	3
168 – 172	167.5 – 172.5	l	1
173 – 177	172.5 – 177.5	ll	2
			ToTal = 40

नोट: मिलान चिन्हों का प्रयोग रफ कार्य के रूप में किया जाता है जिससे किसी समक के छूटने की सम्भावना समाप्त हो जाती है।

### **Example (5.2.4):**

The age of 160 members of a club are grouped as shown in the table:

Age	30 – 40	40 – 50	50 - 60	60 – 70	70 – 90
No. of Members	5	42	61	37	15

Estimate

(a). Form the cumulative frequency distribution.

(b). The number of members aged 67 or above.

**Solution:**

(a) The cumulative frequency distribution –

Age	< 40	< 50	< 60	< 70	< 90
Cumulative Frequency	5	47	108	145	160

(b). No. of members up to age 60 is 108.

37 seven members are aged between 60 to 70 years.

Assuming that the ages are evenly distributed in the class,

we find the number of members between age 60 to  $67 = 7$  years.

As, in the range of 10 years (between 60 to 70) there are 37 persons

So, in the range of 7 years no. of persons =  $(37/10) \times 7 = 25.9 \approx 26$ .

So number of people up to age 67 =  $108 + 26 = 134$

Thus number of people age 67 or above =  $160 - 134 = 26$ .

**Example (5.2.5):**

The table given below shows a frequency distribution of the life times of 400 radio tubes tested at the L & M Tube Company.

**Table (5.2.14): Distribution of tube life.**

Lifetimes (Hours)	Number of Tubes
300 – 399	14
400 – 499	46
500 – 599	58
600 – 699	76
700 – 799	68
800 – 899	62
900 – 999	48
1000 – 1099	22
1100 – 1199	6
	Total = 400

With reference to this table determine the

- (a) Upper limit of the fifth class,
- (b) Lower limit of the eighth class

- (c) Class mark of the seventh class,
- (d) Class boundaries of the last class,
- (e) Class interval size,
- (f) Frequency of the fourth class,
- (g) Relative frequency of the sixth class,
- (h) Percentage of tubes whose lifetimes do not exceed 600 hours,
- (i) Percentage of tubes with lifetimes greater than or equal to 900 hours,
- (j) Percentage of tubes whose lifetimes are at least 500 but less than 1000 hours.

**Solution:**

Note: Some of the above questions may be answered simply by observation of the given table but others by simple calculation.

A new table may be constructed as given below:

**Table (5.5.15):**

Original Class	Class Boundaries (Hours)	Class Marks/ Middle Point	Number of Tubes/ Frequency	Relative Frequency	Less than Upper Limits	Cumulative Frequency	More Than Lower Limit	Cumulative Frequency
300 – 399	299.5 – 399.5	349.5	14	0.035	399.5	14	299.5	400
400 – 499	399.5 – 499.5	449.5	46	0.115	499.5	60	399.5	386
500 – 599	499.5 – 599.5	549.5	58	0.145	599.5	118	499.5	340
600 – 699	599.5 – 699.5	649.5	76	0.190	699.5	194	599.5	282
700 – 799	699.5 – 799.5	749.5	68	0.170	799.5	262	699.5	206
800 – 899	799.5 – 899.5	849.5	62	0.155	899.5	324	799.5	138
900 – 999	899.5 – 999.5	949.5	48	0.120	999.5	372	899.5	76
1000 – 1099	999.5 – 1099.5	1049.5	22	0.055	1099.5	394	999.5	28
1100 – 1199	1099.5 – 1199.5	1149.5	6	0.015	1199.5	400	1099.5	6

Answers:

(a). 799; (b). 1000; (c). 949.5; (d). 1099.5 – 1199.5; (e). 100 hours; (f). 76; (g).  $\frac{62}{400} = 0.155 = 15.5\%$ ;

(h). percentage of bulbs which lifetimes is between 300 to 599 hours

$$= \left(\frac{118}{400}\right) \times 100 = 29.5\%.$$

(i). percentage of bulbs which lifetime is 900 and above hours

$$= \left(\frac{76}{400}\right) \times 100 = 19\%.$$

(j). Percentage of bulbs which lifetime is between 500 to 1000

$$= \left(\frac{312}{400}\right) \times 100 = 78\%.$$

**Example (5.2.6):**

**Table (5.2.16): Income distribution among employee.**

Income (Dollar)	Percent of Employee
Under 1000	17.2
1000 – 1999	11.7
2000 – 2999	12.1
3000 – 3999	14.8
4000 – 4999	15.9
5000 – 5999	11.9
6000 – 9999	12.7
10000 and above	3.6

उपरोक्त तालिका में कर्मचारियों के आय का प्रतिशत आवृत्ति वितरण दिया गया है। उपरोक्त तालिका के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें: (Above table (1), shows the percentage distribution of total income of employees. Using this table, answer the following questions:)

(a). द्वितीय तथा सातवें वर्ग का विस्तार कितना है? (what is the width of the second and seventh class?)

Ans: 1000 & 4000

(b). अलग अलग विस्तार वाले कितने वर्ग हैं? (How many different class interval sizes are there?)

Ans: Four.

(c). खुले विस्तार वाले वर्गों की संख्या कितनी है? (How many open class intervals are there?)

Ans: Two. (First and last)

(d). प्रथम वर्ग का इस तरह से लिखें कि उसका विस्तार द्वितीय वर्ग के बराबर हो जाए। (Rearrange the first class as the width of second class)

Ans: 0 – 999.

(e). द्वितीय तथा तृतीय वर्गों के वर्ग चिन्ह बतायें। (What is the class marks of the second and seventh class?)

Ans: 1499.5 & 7999.5

(f). चौथे वर्ग का दोनों घेरा बतायें। (What are the class boundaries of the fourth class?)

Ans: 2999.5 & 3999.5

(g). कितने प्रतिशत कर्मचारी 4000 डॉलर या अधिक पाते हैं? (What percentage of employees earned \$ 4000 and above?)

Ans: 44.1%

(h). कितने प्रतिशत कर्मचारी 3000 डॉलर से कम पाते हैं? (What percentage of employees earned under \$ 3000 ?)

Ans: 41%

(i). कितने प्रतिशत कर्मचारी 3000 डॉलर से 5000 डॉलर के बीच पाते हैं? (What percentage of employees earned atleast \$ 3000 but not more than \$ 5000?)

Ans: 30.7%

(j). कितने प्रतिशत कर्मचारी 3000 डॉलर और 6300 डॉलर के बीच पाते हैं? (What percentage of employees earned between \$ 3000 and \$6300?)

Ans: 43.55% = {14.8 + 15.9 + 11.9 + 12.7 × (6300 – 6000)/4000}.

(k). प्रतिशत आवृत्तियों का कुल योग 100 क्यों नहीं है? (Why don't the percentage total 100?)

Ans. Due to rounding errors in computing percentage.

#### **5.2.4 आँकड़ों का चित्रमय प्रदर्शन: चित्र एवं रेखाचित्र (Presentation of Data: Pictures and Graphs):**

**परिचय:** आँकड़ों के प्रदर्शन के अन्तर्गत एकत्रित कच्चे समकों को व्यवस्थित तरीके से प्रदर्शित किया जाता है। इसके अन्तर्गत वर्गीकरण, सारणीकरण और चित्रमय प्रदर्शन को शामिल किया जाता है। आँकड़ों को प्रदर्शित करने से तात्पर्य उनको संक्षेप में व्यवस्थित, आकर्षक एवं बोधगम्य तरीके से प्रस्तुत करने से है। वर्गीकरण और सारणीकरण की विधियों को वर्णन पूर्व अध्याय में किया जा चुका है। यहाँ चित्रमय प्रदर्शन की विभिन्न विधियों का वर्णन किया जा रहा है।

#### **5.2.4.क. चित्रमय प्रदर्शन एवं रेखाचित्र की विशेषताएँ/महत्व/लाभ (Characteristics or Importance of Pictures and Graphs):**

समकों को चित्रों एवं रेखाचित्रों के माध्यम से प्रदर्शित करने के निम्नलिखित लाभ हैं –

- (a). समकों के चित्रों एवं रेखाचित्रों द्वारा प्रदर्शित करने से अंकों की नीरसता समाप्त हो जाती है। चित्र अंकों की तुलना में आकर्षक होते हैं।
- (b). चित्रों के माध्यम से भारी भरकम समकों के समूह एक साथ आँखों के सामने आ जाते हैं।
- (c). चित्रों के माध्यम से समकों के बीच तुलना करना आसान हो जाता है।
- (d). चित्रों को देखकर बीते समय में समकों की प्रवृत्तियों का अनुमान लगाया जा सकता है।
- (e). चित्रों को देखकर समकों में भविष्य की प्रवृत्तियों का अनुमान लगाया जा सकता है।
- (f). चित्रों को देखकर माध्यिका एवं बहुलक जैसे औसत का ज्ञान किया जा सकता है।
- (g). चित्रों का प्रभाव मस्तिष्क में अधिक दिनों तक बना रहता है।
- (h). चित्रों को समझना आसान होता है।

#### **5.2.4.ख. चित्रमय प्रदर्शन एवं रेखाचित्रों की सीमाएँ (Limitations of Pictures and Graphs):**

समकों को चित्रों एवं रेखाचित्रों के माध्यम से प्रदर्शित करने की निम्नलिखित सीमाएँ हैं –



- (a). चित्रों के माध्यम से केवल सामान्य जानकारियाँ ही मिलती है। अधिक जानकारियों के लिए अन्य सांख्यिकीय गणनाएँ ज्यादा प्रभावी होते हैं।
- (b). चित्रों के अध्ययन से प्राप्त निष्कर्ष गणितीय गणनाओं की अपेक्षा कम विश्वसनीय होते हैं।
- (c). चित्रों के माध्यम से सूक्ष्म अंतरों को स्पष्ट करना सम्भव नहीं होता है।
- (d). चित्रों के माध्यम से समकों द्वारा व्यक्त सारे तथ्यों को एक साथ प्रदर्शित करना सम्भव नहीं होता है।
- (e). दो से अधिक विमीय/त्रिविमीय चित्रों को समझना कठिन होता है।
- (f). समकों को प्रदर्शित करने के लिए उपयुक्त चित्रों का चुनाव करना कठिन होता है।

#### 5.2.4.ग संख्यिकी में प्रयुक्त महत्वपूर्ण चित्रों का वर्णन (Pictures/Figures in Statistics) :

प्राप्त आँकड़ों को चित्रों के माध्यम से आकर्षक तरीके से प्रस्तुत किया जाता है। प्रायः सारणी से दंडचित्र और वृत्तचित्र तथा वर्गों से आयत चित्र, आवृत्ति बहुभुज या आवृत्ति वक्र इत्यादि बनाया जाता है।

#### 5.2.4.घ. दंड चित्र (Bar Diagrams):

दंडचित्र कई प्रकार के होते हैं। दंड एक विमीय होते हैं। अर्थात् दंड की केवल उँचाई ही आँकड़ों को प्रदर्शित करते हैं। दंड की मोटाई/चौड़ाई केवल दंड को आकर्षक बनाते हैं।

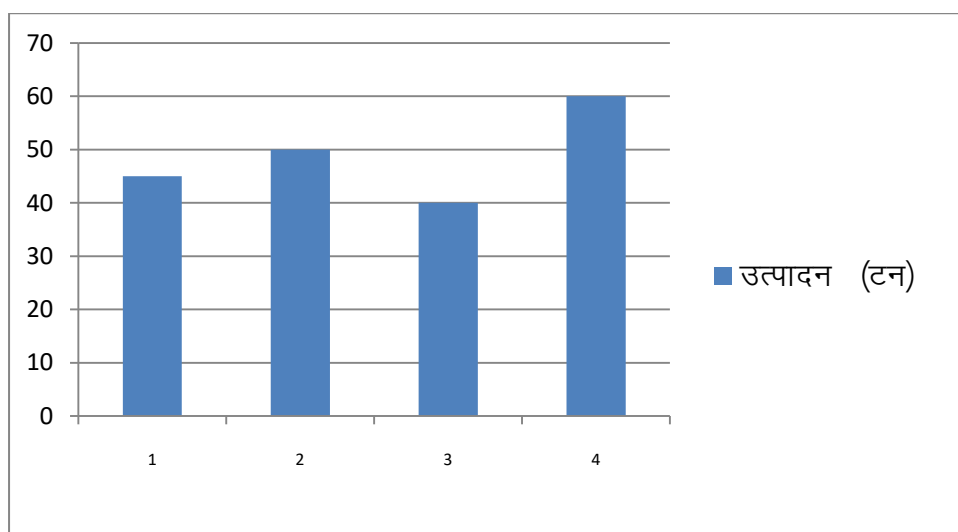
#### 5.2.4.घ.1 एकल दंड (Single Bar):

एक बार में केवल एक ही आँकड़ों को प्रदर्शित करने के लिए एकल दंड चित्र बनाया जाता है। उदाहरण के लिए, निम्नलिखित सारणी से एकल दंड चित्र बनाया गया है—

तलिका संख्या (5.2.17): विभिन्न वर्षों में उत्पादन की मात्रा।

वर्ष	उत्पादन (टन)
1	45
2	50
3	40
4	60

चित्र संख्या (5.2.1): विभिन्न वर्षों में उत्पादन की मात्रा।



**5.2.4.घ.2. युगल दंड (Double Bar):** एक बार में दो चरों के आँकड़ों को एक साथ प्रदर्शित करने के लिए युगल दंड चित्र बनाया जाता है। उदाहरण के लिए, निम्नलिखित सारणी से युगल दंड चित्र बनाया गया है—

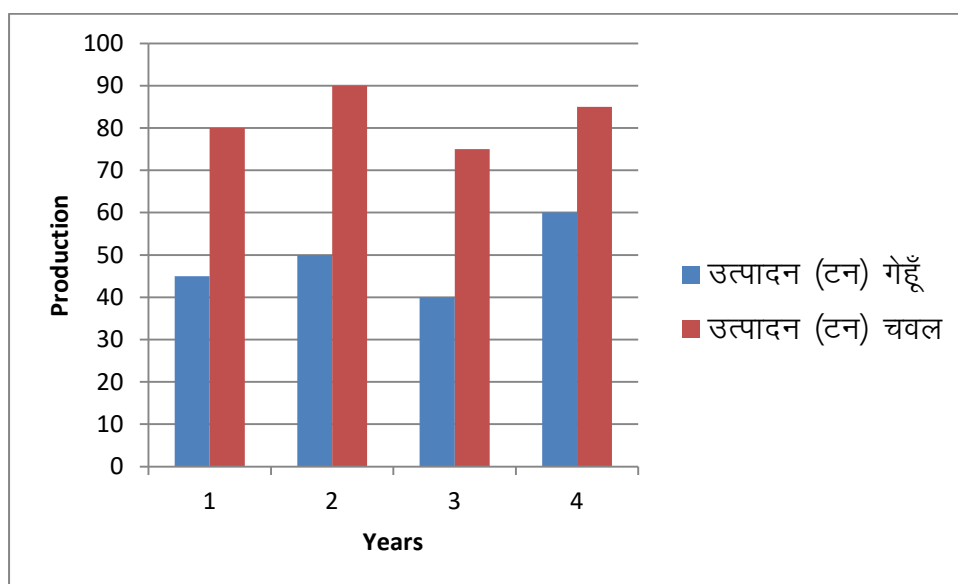
तलिका संख्या (5.2.18)

शीर्षक: विभिन्न वर्षों में गेहूँ और चावल की उत्पादन मात्रा।

वर्ष	उत्पादन (टन)	
	गेहूँ	चावल
1	45	80
2	50	90
3	40	75
4	60	85

चित्र संख्या (5.2.2)

शीर्षक: विभिन्न वर्षों में गेहूँ और चावल की उत्पादन मात्रा।



**बहु-दंड (Multiple Bar):** एक बार में दो से अधिक चरों के आँकड़ों को प्रदर्शित करने के लिए बहु-दंड चित्र बनाया जाता है।

**5.2.4.घ.3. अन्तर्विभक्त दंड (Sub-Divided Bar):**

एक ही दंड में कई आँकड़ों को प्रदर्शित करने के लिए अन्तर्विभक्त दंड चित्र बनाया जाता है। उदाहरण के लिए, निम्नलिखित सारणी से अन्तर्विभक्त दंड चित्र बनाया गया है—

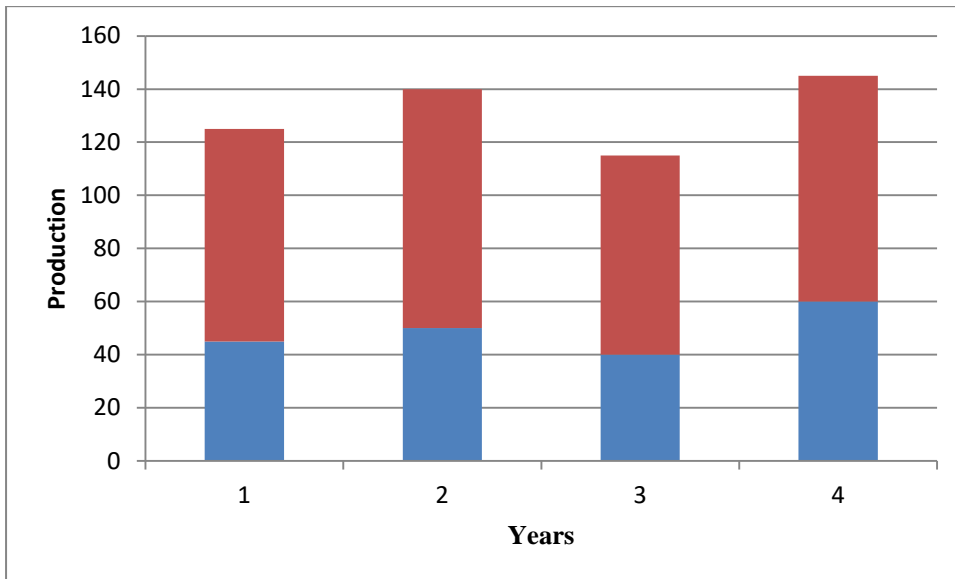
तलिका संख्या (5.2.19)

शीर्षक: विभिन्न वर्षों में गेहूँ और चावल की उत्पादन मात्रा।

वर्ष	उत्पादन (टन)		कुल मात्रा (टन)
	गेहूँ	चावल	
1	45	80	125
2	50	90	140
3	40	75	115
4	60	85	145

### चित्र संख्या (5.2.3)

शीर्षक: विभिन्न वर्षों में गेहूँ और चावल की उत्पादन मात्रा।



### 5.2.4.घ.4. अन्तर्विभक्त प्रतिशत दंड-चित्र (Sub-Divided Percentage Bar Diagram):

इसमें अन्तर्विभक्त दंडों को प्रतिशत में व्यक्त किया जाता है। उदाहरण के लिए, नीचे दिए गए तालिका से अन्तर्विभक्त प्रतिशत दंड चित्र बनाया गया है—

तालिका संख्या (5.2.20)

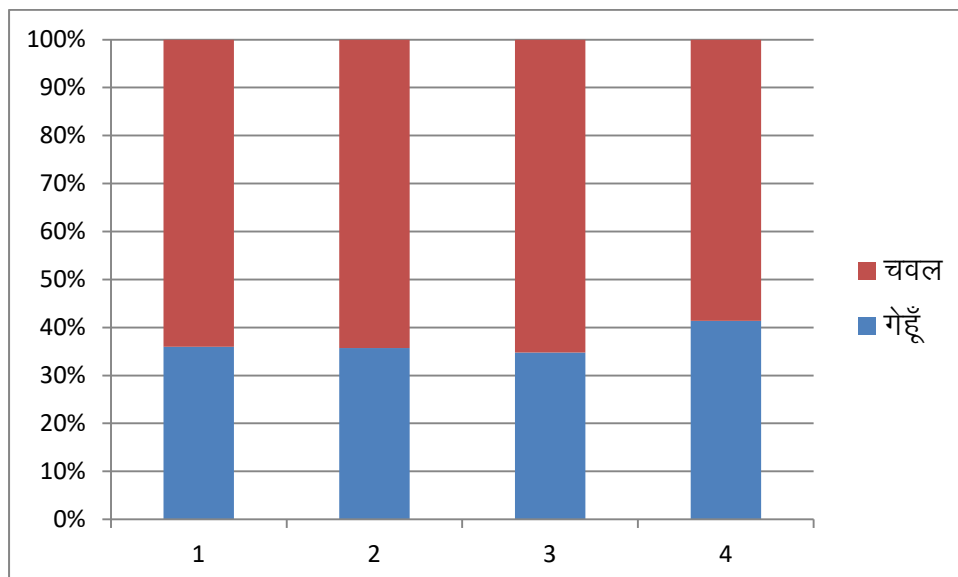
शीर्षक: विभिन्न वर्षों में गेहूँ और चावल की उत्पादन मात्रा।

वर्ष	उत्पादन (टन)		कुल मात्रा (टन)
	गेहूँ	चावल	
1	45 (36%)	80 (64%)	125 (100%)
2	50 (35.7%)	90 (64.3%)	140 (100%)
3	40 (34.7%)	75 (65.3%)	115 (100%)
4	60 (41.4%)	85 (58.6%)	145 (100%)

नोट: कोष्टक के अंक प्रतिशत भागीदारी व्यक्त करते हैं।

### चित्र संख्या (5.2.4)

शीर्षक: विभिन्न वर्षों में गेहूँ और चावल की उत्पादन मात्रा प्रतिशत में।



नोट: विभिन्न आर्थिक प्रोग्रामिंगों में दंड-चित्र के स्वरूप में थोड़ा बहुत अन्तर हो सकता है।

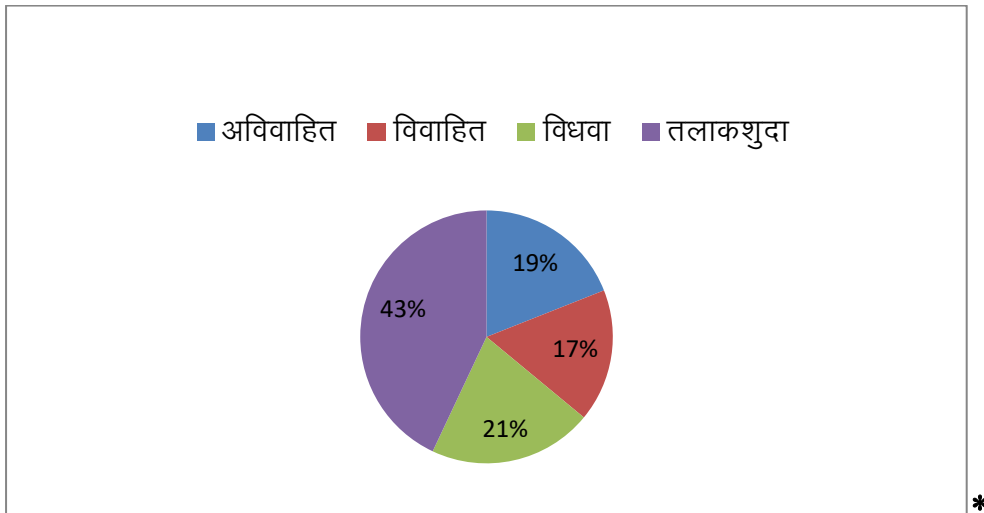
### 5.2.4.ड. वृत्त चित्र (Pie Chart):

इसमें आँकड़ों को कोण में परिवर्तित करके एक वृत्त के अन्तर्गत सजाया जाता है। चूँकि एक वृत्त के अन्दर  $360^\circ$  का कोण बनता है इसलिए समस्त आँकड़ों के योग को  $360^\circ$  मानते हुए प्रत्येक आँकड़े को कोण में बदला जाता है जिसे चाँद/प्रकाल (**Compass**) की सहायता से एक वृत्त के अन्दर व्यवस्थित कर लिया जाता है। इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

तालिका संख्या (5.2.21): सदस्यों के वैवाहिक स्थिति का विवरण।

समूह का विवरण	सदस्यों की संख्या	कोण में रूपान्तरण
अविवाहित	19	$\frac{19}{100} \times 360 = 68^\circ$
विवाहित	17	$\frac{17}{100} \times 360 = 61^\circ$
विधवा	21	$\frac{21}{100} \times 360 = 76^\circ$
तलाकशुदा	43	$\frac{43}{100} \times 360 = 155^\circ$
कुल	100	$\frac{100}{100} \times 360 = 360^\circ$

चित्र संख्या (5.2.5)



#### 5.2.4.च. आवृत्ति वितरण चित्र (Pictures of Frequency Distribution):

प्रायः आवृत्ति वितरण या वर्गीकृत सारणियों से आयत चित्र (Histogram), आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon), आवृत्ति वक्र (Frequency Curve), प्रतिशत या सापेक्षिक आवृत्ति वक्र (Percentage or Relative Frequency Curves) और संचयी आवृत्ति वक्र (Ogive) आदि का निर्माण किया जाता है।

#### 5.2.4.च. (i). आयत चित्र (Histogram):

इस चित्र में क्षैतिज अक्ष पर वर्ग विस्तार को तथा उदग्र अक्ष पर आवृत्ति को दर्शाया जाता है। जाहिर है आयत में लम्बाई/ऊँचाई और चौड़ाई दोनों का महत्व होता है। जब सभी वर्ग एक समान विस्तार के होते हैं तब सभी आयत की चौड़ाई भी समान होती है। कभी कभी जब वर्ग का विस्तार असमान होता है तब असमान विस्तार वाले वर्ग की ऊँचाई को भारित आवृत्ति के अनुसार रखते हैं। उदाहरण के लिए, समान विस्तार वाले वर्गों का आयत चित्र इस प्रकार बनाते हैं—

तालिका संख्या (5.2.22)

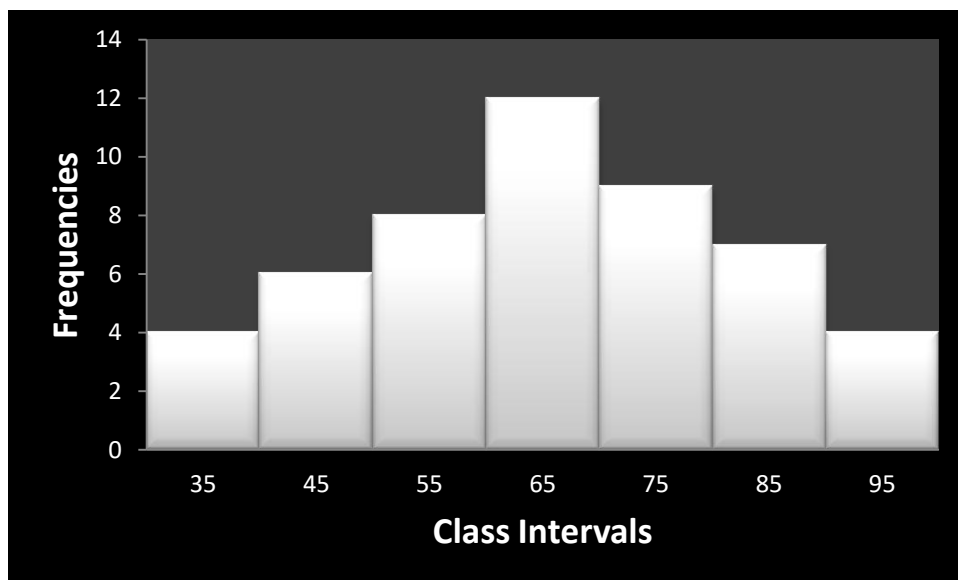
शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांक का विवरण

Class Interval (Marks)	Frequency (Students)
30-40	4
40-50	6
50-60	8

60-70	12
70-80	9
80-90	7
90-100	4

चित्र संख्या (5.2.6)

शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांक का आवृत्ति वितरण चित्र



असमान विस्तार वाले वर्गान्तरों से आयत चित्र बनाने से पहले उनकी आवृत्तियों को पुनः निर्धारित (Adjust) करते हैं। उसके बाद क्षैतिज अक्ष पर वर्गान्तर को तथा उदग्र अक्ष पर आवृत्ति को दर्शाते हैं। इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

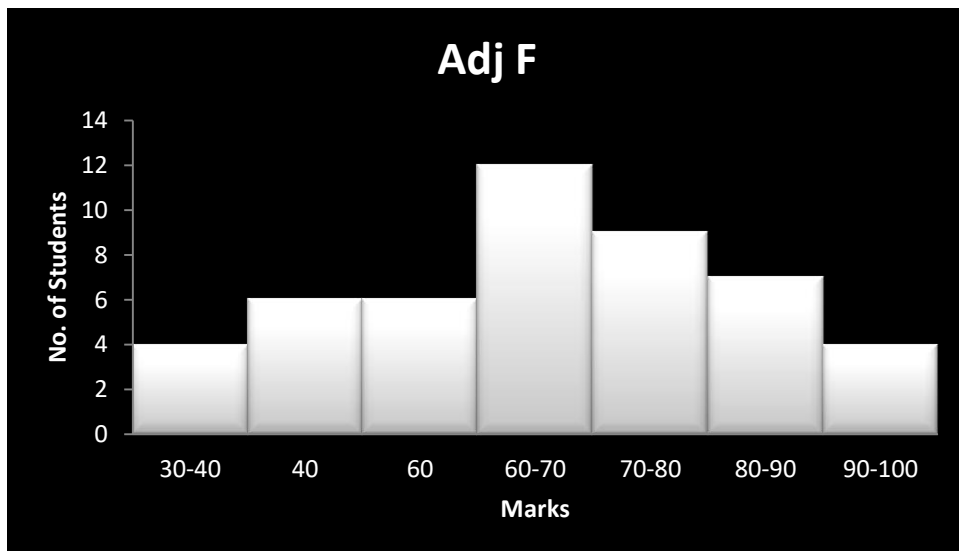
तालिका संख्या (5.2.23)

शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांक का विवरण

C I	Ferq	Adj. Freq
30-40	4	4
40-60	12	6
60-70	12	12
70-80	9	9
80-90	7	7
90-100	4	4

चित्र संख्या: (5.2.7)

चित्र का शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांक का आवृत्ति वितरण चित्र



नोट: 10 विस्तार वाले वर्गान्तर को सामान्य वर्ग मानते हुए उसे भार 1 दिया गया है। जिसके चलते 20 विस्तार वाले वर्गांतर का भार आधा ( $1/2$ ) है।

पुनः निर्धारित आवृत्ति = प्रारम्भिक आवृत्ति  $\times$  भार

भार = सामान्य वर्ग विस्तार  $\div$  विशिष्ट वर्ग विस्तार

नोट: यदि वर्गान्तर समावेशी हो तो उसे अपवर्जी बनाकर तब आयत चित्र बनाया जाता है।

#### 5.2.4.च.(ii). आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) एवं आवृत्ति वक्र (Frequency Curve):

आवृत्ति बहुभुज या आवृत्ति वक्र को बनाने के लिए क्षैतिज अक्ष पर वर्ग के मध्य बिन्दु (वर्ग की दोनों सीमाओं के जोड़ का आधा) के सापेक्ष उदग्र अक्ष पर उसकी आवृत्ति को रखते हैं। इस तरह से प्रत्येक वर्ग के लिए एक बिन्दु तय होता है। इसके बाद इन बिन्दुओं को आपस में मिला देते हैं। जब बिन्दुओं को स्केल से मिलाते हैं तब प्रत्येक बिन्दु पर कोण बनता है। इस तरह से बनी आकृति को आवृत्ति बहुभुज कहते हैं। जब बिन्दुओं को आपस में मुक्त हस्त यानि खुले हाथ से मिलाते हैं तब आवृत्ति वक्र बनता है।

नोट: आँकड़ों के एक ही समूह से बने समस्त आयत चित्र का क्षेत्रफल तथा आवृत्ति बहुभुज का क्षेत्रफल बराबर होता है।

जिसके चलते आवृत्ति बहुभुज को क्षैतिज अक्ष पर प्रथम वर्ग की निम्न सीमा से आधा वर्गांतर वार्यी ओर तथा अंतिम वर्ग की उच्च सीमा से आधा वर्गान्तर दायी ओर बढ़ाकर मिलाते हैं।

तालिका संख्या (5.2.24)

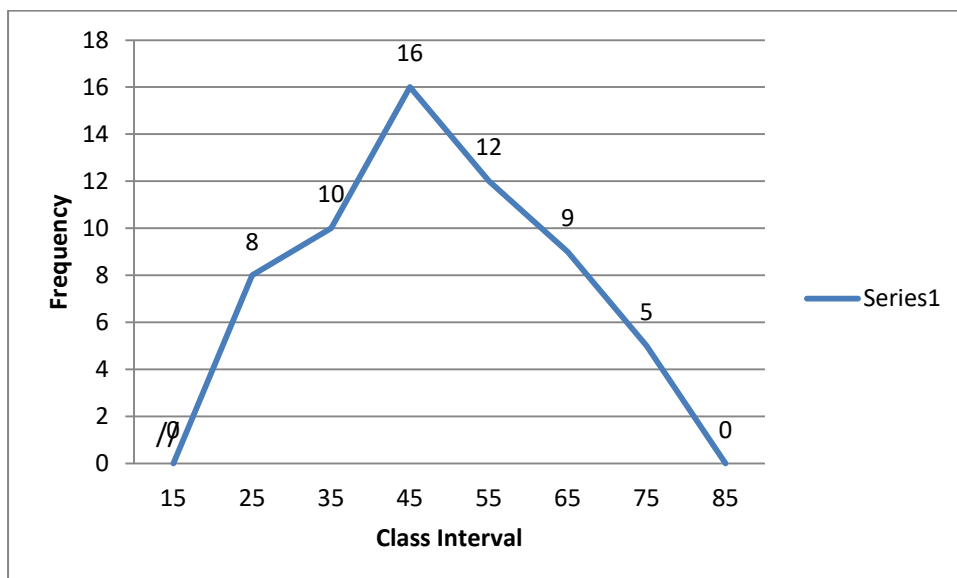
शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का विवरण

Class Interval	Mid-Point	Frequency
20-30	25	8
30-40	35	10
40-50	45	16
50-60	55	12
60-70	65	9

70-80	75	5
-------	----	---

### चित्र संख्या (5.2.8)

शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का आवृत्ति चित्र



नोट: प्रश्न में छह वर्ग हैं जिनके मध्य बिन्दुओं के ऊपर उस वर्ग की आवृत्ति के बराबर उँचाई पर बिन्दु चिह्नित किया गया है। चिह्नित सभी बिन्दुओं को स्केल द्वारा सीधी रेखा से आपस में मिलाया गया है। इस प्रकार बनें बहुभुज के दोनों छोरों (बायीं तरफ 15 तथा दायीं तरफ 85 पर) को मध्य बिन्दु से वर्ग विस्तार के बराबर दूरी पर क्षैतिज अक्ष से मिलाया गया है।

नोट: (1)– कुछ लेखक अज्ञानतावश रेखा के दोनों छोरों को क्षैतिज अक्ष तक नहीं मिलाकर प्रारम्भ और अंतिम वर्ग की मध्य बिन्दुओं के ऊपर तक ही छोड़ देते हैं या कभी कभी क्षैतिज अक्ष पर प्रारम्भिक वर्ग की निम्न सीमा तक तथा अंतिम वर्ग की उच्च सीमा तक ही मिला देते हैं।

(2)– आयत चित्र के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर भी आवृत्ति बहुभुज बनाया जा सकता है। जब इन बिन्दुओं को खुले हाथ से मिलाते हैं तब आवृत्ति वक्र बनता है।

### 5.2.4.च.(iii). प्रतिशत आवृत्ति वक्र (Percentage Frequency Curve):

तालिका संख्या (5.2.25)

शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का विवरण

सामान्य वर्गान्तर	विद्यार्थियों की संख्या / आवृत्ति	प्रतिशत आवृत्ति
00 – 10	05	5.2
10 – 20	06	6.3
20 – 30	14	14.7
30 – 40	10	10.5

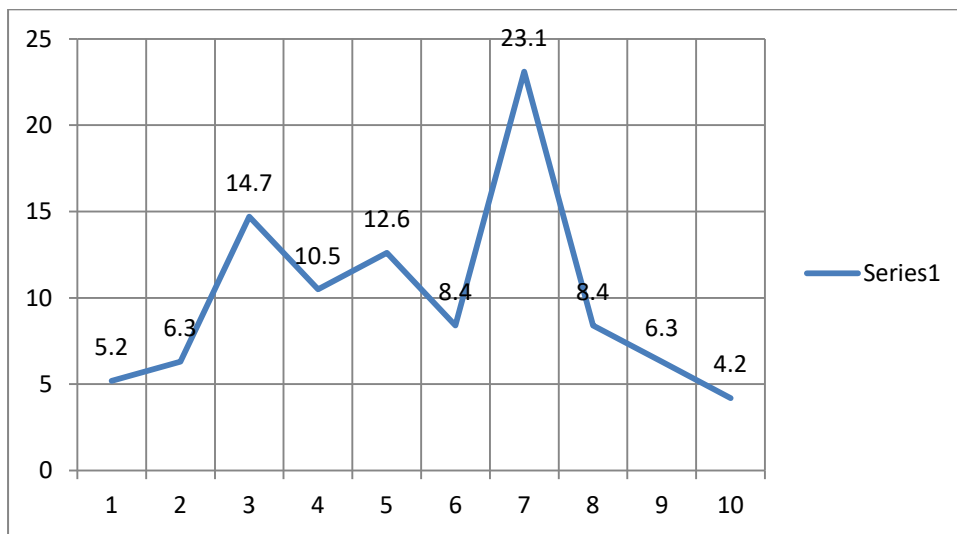


40 – 50	12	12.6
50 – 60	08	8.4
60 – 70	22	23.1
70 – 80	08	8.4
80 – 90	06	6.3
90 – 100	04	4.2
कुल	95	100

नोट: समस्त प्रतिशत आवृतियों का योग्य 100 आना चाहिए। कभी कभी गणना के दौरान दशमलव में कुछ त्रुटियाँ आ जाती हैं।

चित्र संख्या (5.2.9)

शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का प्रतिशत आवृत्ति बहुभुज का चित्र



#### 5.2.4.च.(iv). संचयी आवृत्ति वक्र (Cumulative Frequency Curve/Ogive):

संचयी आवृत्ति वक्र बनाने के लिए, सर्वप्रथम सामान्य आवृत्ति स्तम्भ से संचयी आवृत्ति स्तम्भ बनाते हैं। उसके बाद क्षैतिज (X) अक्ष पर वर्गांतर को तथा उदग्र (Y) अक्ष पर संचयी आवृतियों को रखते हैं। संचयी आवृत्ति वक्र दो तरह से बनाया जा सकता है: आरोही क्रम का संचयी आवृत्ति वक्र तथा अवरोही क्रम का संचयी आवृत्ति वक्र।

नोट: यदि प्राप्त बिन्दुओं को स्केल से सीधी रेखा द्वारा मिलाया जाता है तो संचयी आवृत्ति बहुभुज का निर्माण होता है।

- खंडित श्रेणी (Discrete Series) का संचयी आवृत्ति वक्र या बहुभुज

जब खंडित श्रेणी के संचयी आवृतियों का ग्राफ बनाया जाता है तब उसका आकार सीढ़ीनुमा (Step Diagram) होता है क्योंकि किसी दो मूल्यों के मध्य अन्य कोई भी मूल्य नहीं आता है। सीधे एक के बाद दूसरा, दूसरे के बाद तीसरा, ...इत्यादि। इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

100 परिवारों में बच्चों की संख्या का विवरण निम्न तालिका में दिया गया है। इससे संचयी आवृत्ति बहुभुज बनायें।

तालिका संख्या (5.2.26)

शीर्षक: परिवार में बच्चों का विवरण

बच्चों की संख्या	1	2	3	4	5	6
परिवारों की संख्या	33	42	13	6	4	2

(Solution):

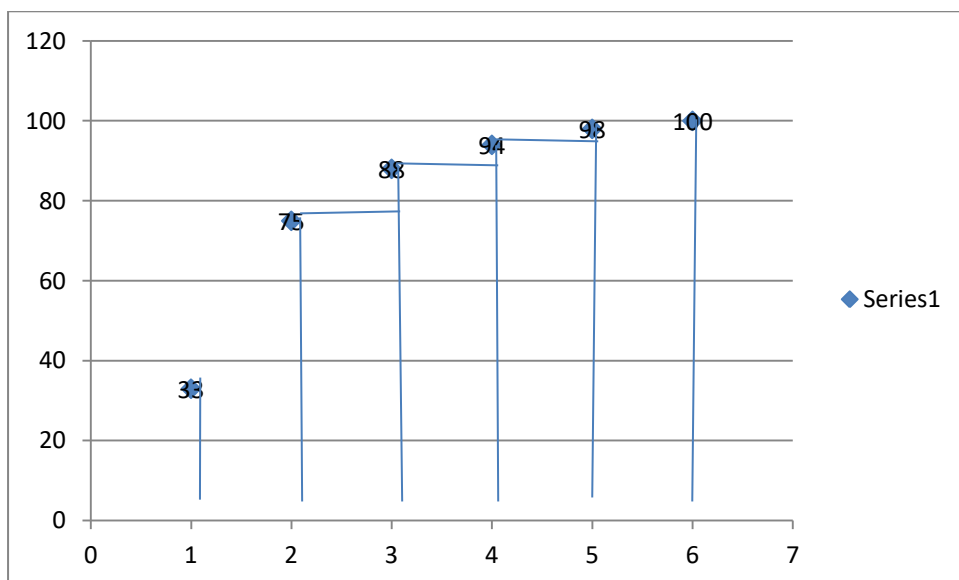
तालिका संख्या (5.2.27)

शीर्षक: संचयी आवृत्ति वितरण

बच्चों की संख्या	1	2	3	4	5	6
परिवारों की संख्या	33	42	13	6	4	2
संचयी आवृत्ति	33	75	88	94	98	100

चित्र संख्या (5.2.10)

शीर्षक: संचयी आवृत्ति वक्र



सतत् श्रेणी (Continuos Series) की संचयी आवृत्ति वक्र एवं बहुभुज:

दोनों तरह की संचयी आवृत्ति वक्रों को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है –

तालिका संख्या (5.2.28)

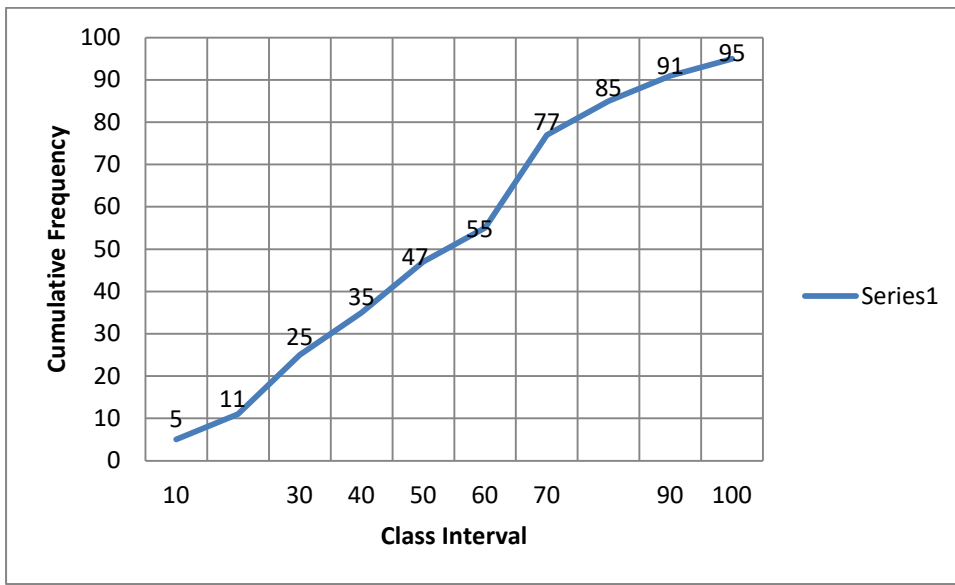
शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का संचयी आवृत्ति वितरण

सामान्य वर्गान्तर	विद्यार्थियों की संख्या / आवृत्ति	प्राप्तांक / वर्ग (उच्च सीमा से कम)	आरोही क्रम की संचयी आवृत्ति (1)	प्राप्तांक / वर्ग (निम्न सीमा से अधिक)	अवरोही क्रम की संचयी आवृत्ति (2)
0 से 10	05	0 से 10	05	0 से 100	95

10 से 20	06	0 से 20	11	10 से 100	90
20 से 30	14	0 से 30	25	20 से 100	84
30 से 40	10	0 से 40	35	30 से 100	70
40 से 50	12	0 से 50	47	40 से 100	60
50 से 60	08	0 से 60	55	50 से 100	48
60 से 70	22	0 से 70	77	60 से 100	40
70 से 80	08	0 से 80	85	70 से 100	18
80 से 90	06	0 से 90	91	80 से 100	10
90 से 100	04	0 से 100	95	90से 100	04

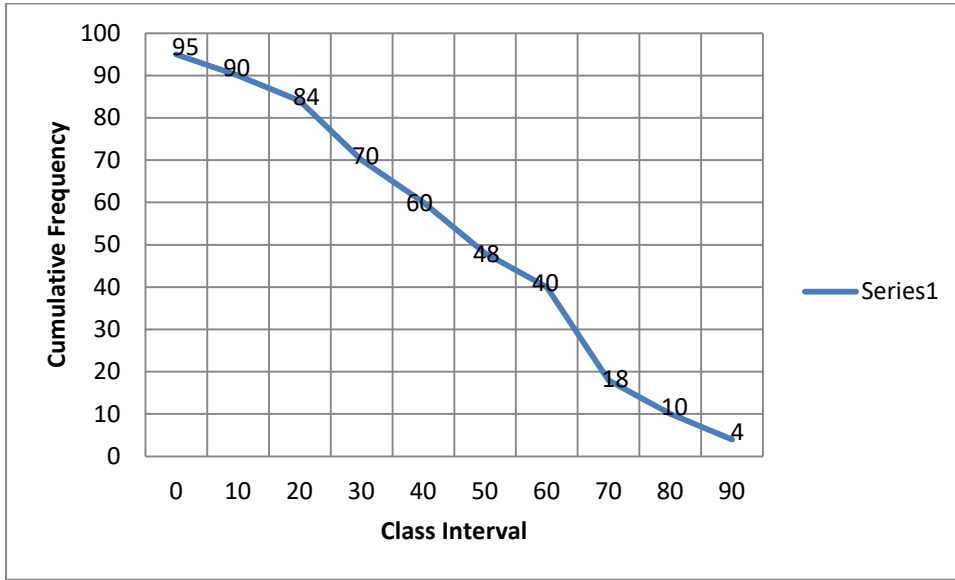
चित्र संख्या (5.2.11)

शीर्षक: संचयी आवृत्ति वक्र आरोही क्रम में



चित्र संख्या (5.2.12)

शीर्षक: संचयी आवृत्ति वक्र अवरोही क्रम में



#### 5.2.4.च.(v). प्रतिशत संचयी आवृत्ति वक्र (Percentage Cumulative frequency Curve):

इस तरह के वक्र बनाने के लिए कुल आवृत्ति/अंतिम वर्ग की संचयी आवृत्ति को 100 मानते हुए अन्य वर्गों की संचयी आवृत्ति को प्रतिशत में बदला जाता है। वर्गों/वर्गान्तरों को क्षैतिज अक्ष पर रखते हैं। प्रत्येक वर्गान्तर के सापेक्ष उदग्र अक्ष पर प्रतिशत संचयी आवृत्ति को चिन्हित करते हैं। इस प्रकार प्राप्त बिन्दुओं को आपस में मुक्त हस्त से मिलाने पर प्रतिशत संचयी आवृत्ति वक्र तथा स्केल से मिलाने पर प्रतिशत संचयी आवृत्ति बहुभुज का निर्माण होता है। इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

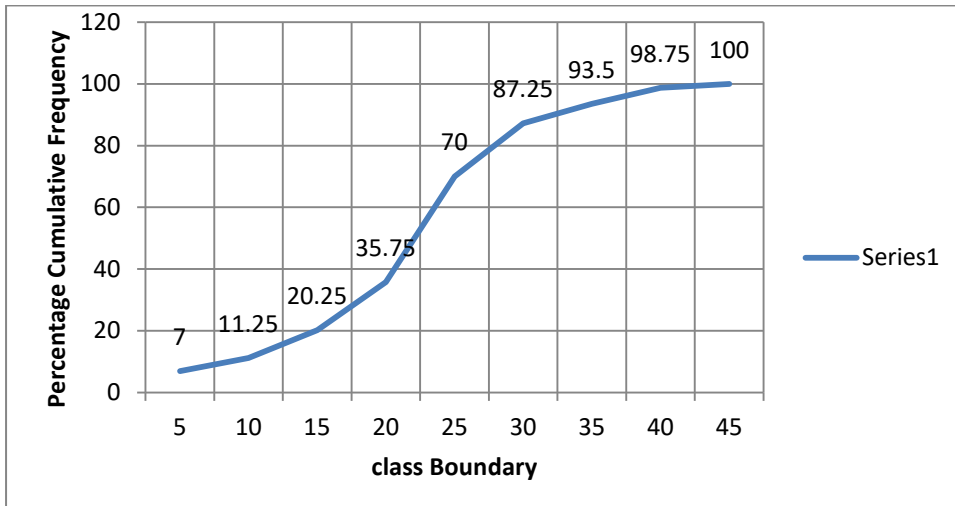
तालिका संख्या (5.2.29)

शीर्षक: कक्षा के विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का प्रतिशत संचयी आवृत्ति वितरण

Class Interval	Frequency	Cumulative Frequency Less than Upper limit	Percentage Cumulative Frequency
0 – 5	28	28	7.00
5 – 10	17	45	11.25
10 – 15	36	81	20.25
15 – 20	62	143	35.75
20 – 25	137	280	70.00
25 – 30	69	349	87.25
30 – 35	25	374	93.50
35 – 40	21	395	98.75
40 – 45	5	400	100

चित्र संख्या (5.2.13)

शीर्षक: प्रतिशत संचयी आवृत्ति वक्र आरोही क्रम में



#### 5.2.4.च.(vi). तना और पत्ती प्रदर्शन (Stem and Leaf Display):

आयत चित्र (Histogram) की एक बड़ी कमी यह होती है कि इसमें किसी वर्ग के अन्तर्गत समकों की कुल संख्या का पता तो चलता है परन्तु उनके व्यक्तिगत मुल्य ज्ञात नहीं हो पाते हैं। इस कमी को दूर करने के लिए संख्याशास्त्री जॉन टुके (John Tukey) ने एक विधि विकसित की है जिसे तना और पत्ती प्रदर्शन (Stem and Leaf Display) के नाम से जाना जाता है।

इस विधि के प्रमुख चरण निम्नलिखित हैं—

**सर्वप्रथम** प्रत्येक समंक/अंक को दो भागों (तना और पत्ती) में बाँट लेते हैं। उदाहरण के लिए समंक के मान 12 को दहाई के अंक 1 (तना) और 2 (पत्ती) में बाँट लेते हैं। 102 को 10 और 2 में बाँट लेते हैं।

मूल समकों को दो भागों में बाँटने के लिए अन्य तरीके भी अपनाये जा सकते हैं। उदाहरण के लिए, 12.5 को पूर्णांक के अंक 12 (तना) और दशमलव के अंक 5 (पत्ती) में बाँट सकते हैं।

कभी कभी केवल समकों के पूर्णांक को ही दो भागों में बाँटते हैं उनके दशमलव वाले भाग को छोड़ देते हैं। उदाहरण के लिए, 39.7 की जगह केवल 39 को ही दो भागों 3 और 9 में बाँटते हैं।

अंततः (Finally) दो खानों (Columns) में तना (Stem) और पत्ती (Leaf) को सजा लेते हैं। कतारों (Rows) की संख्या तनों (Stems) की संख्या के बराबर होते हैं। इस विधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है —

**Example:** गणित के 50 विद्यार्थियों के प्राप्तांको को तना और पत्ती विधि (Stem and Leaf Display) द्वारा प्रदर्शित करें।

112	72	69	97	107
73	92	76	86	73
126	128	118	127	124
82	104	132	134	83
92	108	96	100	92
115	76	91	102	81
95	141	81	80	106
84	119	113	98	75
68	98	115	106	95
100	85	94	106	119

**Solution:** उपरोक्त समंक समूह में सबसे छोटी संख्या 69 तथा सबसे बड़ी संख्या 141 है। अतः प्रत्येक समंक को इस प्रकार से दो भागों में बाँटते हैं कि दहाई के अंक को तना (Stem) तथा इकाई के अंक को पत्ती (Leaf) के रूप में रखते हैं। कुल 50 समंक हैं।

फिर इनको निम्नलिखित रूप से एक क्रम में व्यवस्थित करते हैं—

Stem	Leaf
6	8 9
7	2 3 3 5 6 6
8	0 1 1 2 3 4 5 6
9	1 2 2 2 4 5 5 6 7 8 8
10	0 0 2 4 6 6 6 7 8
11	2 3 5 5 8 9 9
12	4 6 7 8
13	2 4
14	1

### 5.2.5. रेखाचित्र (Graphs):

सामान्यतः रेखाचित्र बनाने की विधि गणित का अंग है। गणित के विभिन्न समीकरणों के लिए भिन्न भिन्न प्रकार के रेखाचित्र बनते हैं। उदाहरण के लिए, रैखिक समीकरणों से सरल रेखा बनती है। द्विघातीय समीकरणों से अंग्रेजी अक्षर के यू (U) अकार का वक्र बनता है। इसी तरह से Logarithmic and Exponential समीकरणों से विशिष्ट प्रकार के रेखाचित्र बनते हैं।

नोट: रेखाचित्रों के आयाम (Dimension) समीकरण में सम्मिलित चरों की संख्या पर निर्भर करता है। यदि समीकरण में दो चर हैं तो रेखाचित्र दो विमीय (Two Dimensional) बनता है। यदि समीकरण में तीन चर हैं तो त्रिविमीय रेखाचित्र बनता है। इसी तरह सिद्धान्ततः ओर अधिक विमीय रेखाचित्र भी सम्भव है परन्तु व्यवहार में दो से अधिक विमीय रेखाचित्रों को कागज पर बनाना और समझना कठिन होता है।

नोट: रेखाचित्रों के अध्ययन के लिए गणित में Co ordinate Geometry एक अलग भाग है।

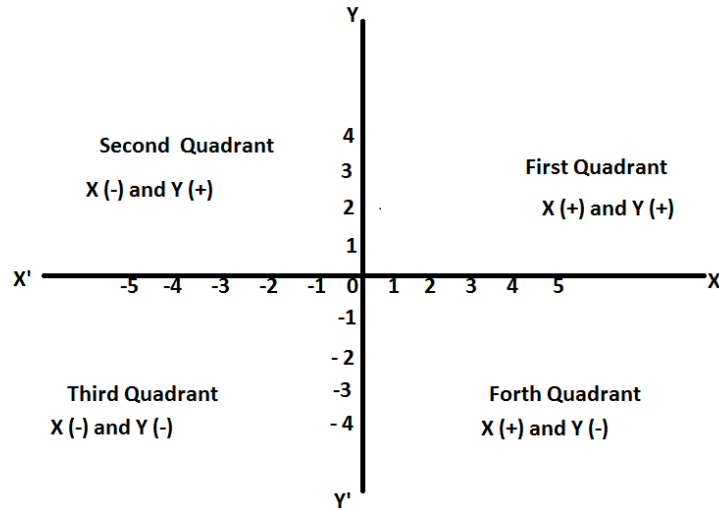
### 5.2.5.क रेखाचित्र की सामान्य बातें (General Features of Graphs):

रेखाचित्र किसी समतल (Plane) पर बनाये जाते हैं।

समीकरण में जितने चर होते हैं उतने अक्ष होते हैं।

सारे अक्ष एक दूसरों को मूल बिन्दु (Origin) पर काटते हैं।

समतल को निम्नलिखित चार भागों (Quadrant) में बाँटा जाता है —



उपरोक्त चित्र में एक समतल को चार भागों में बाँटा गया है।

प्रथम भाग में दोनों चरों (X and Y) का मान धनात्मक है।

द्वितीय भाग में X का मान ऋणात्मक तथा Y का मान धनात्मक है।

तृतीय भाग में दोनों चरों (X and Y) का मान ऋणात्मक है।

चतुर्थ भाग में X का मान धनात्मक तथा Y का मान ऋणात्मक है।

### 5.2.5.ख. रैखिक समीकरण का रेखाचित्र (Graph of Linear Equation):

रैखिक समीकरण का रेखाचित्र हमेशा सरल रेखा बनाती है जिसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है –

**Example:** दिए गए समीकरण से रेखाचित्र बनायें।

$$Y = 3 + 2X$$

**Solution:** समतल पर दो बिन्दुओं को मिलाने से सरल रेखा बनती है। इन दो बिन्दुओं को निम्नलिखित तरीके से प्राप्त किया जाता है –

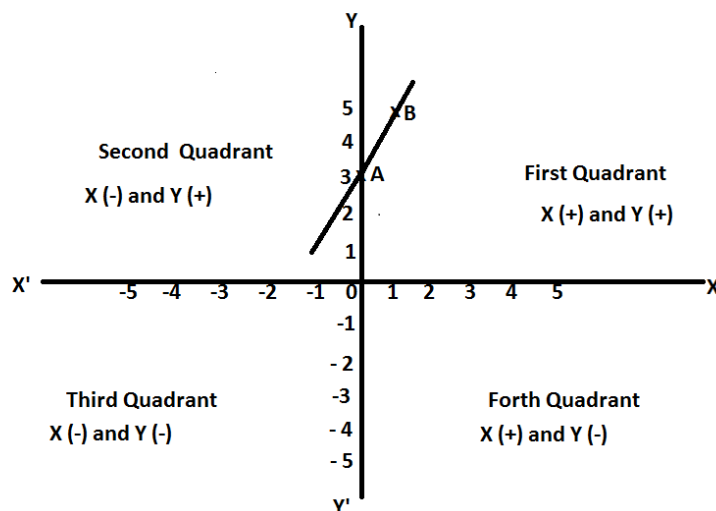
Y	3	5
X	0	1
	A	B

उपरोक्त तालिका में दो बिन्दु A और B प्राप्त हुए हैं।

बिन्दु A पर  $X = 0$  तथा  $Y = 3$  है।

बिन्दु B पर  $X = 1$  तथा  $Y = 5$  है।

दोनों बिन्दुओं को किसी समतल पर स्थापित करके उनको आपस में मिला देने से सरल रेखा प्राप्त होती है।



### उदाहरण से सीखें (Learn by Examples):

Example (1): किसी सुबह 400 विद्यार्थियों से कॉलेज तक की यात्रा करने में लगे समय पूछकर संचयी आवृत्ति वितरण के रूप में व्यवस्थित किया गया है। (Students were asked how long it took them to travel to college on a particular morning. A cumulative frequency distribution was formed:)

Time Taken (Minutes) Less Than	Cumulative Frequency
5	28
10	45
15	81
20	13
25	280
30	349
35	374
40	395
45	400

(a). Construct a frequency distribution and frequency density. सामान्य बारम्बारता और बारम्बारता घनत्व वितरण ज्ञात करें।

(b). Estimates how many students took less than 18 minutes. कितने विद्यार्थी 18 मीनट से कम समय लेते हैं?

(c). Draw a histogram. आयत चित्र बनायें।

(d). Draw a cumulative frequency polygon. बारम्बारता बहुभुज बनायें।



**हल: (Solution)**

(a).

Upper Boundary	Cumulative Frequency	Class	Frequency	Frequency Density
5	28	0 – 5	28	$28/5 = 5.6$
10	45	5 – 10	$45 - 28 = 17$	$17/5 = 3.4$
15	81	10 – 15	$81 - 45 = 36$	$36/5 = 7.2$
20	143	15 – 20	$143 - 81 = 62$	$62/5 = 12.4$
25	280	20 – 25	$280 - 143 = 137$	$137/5 = 27.4$
30	349	25 – 30	$349 - 280 = 69$	$69/5 = 13.8$
35	374	30 – 35	$374 - 349 = 25$	$25/5 = 5$
40	395	35 – 40	$395 - 374 = 21$	$21/5 = 4.2$
45	400	40 – 45	$400 - 395 = 5$	$5/5 = 1$

(b).

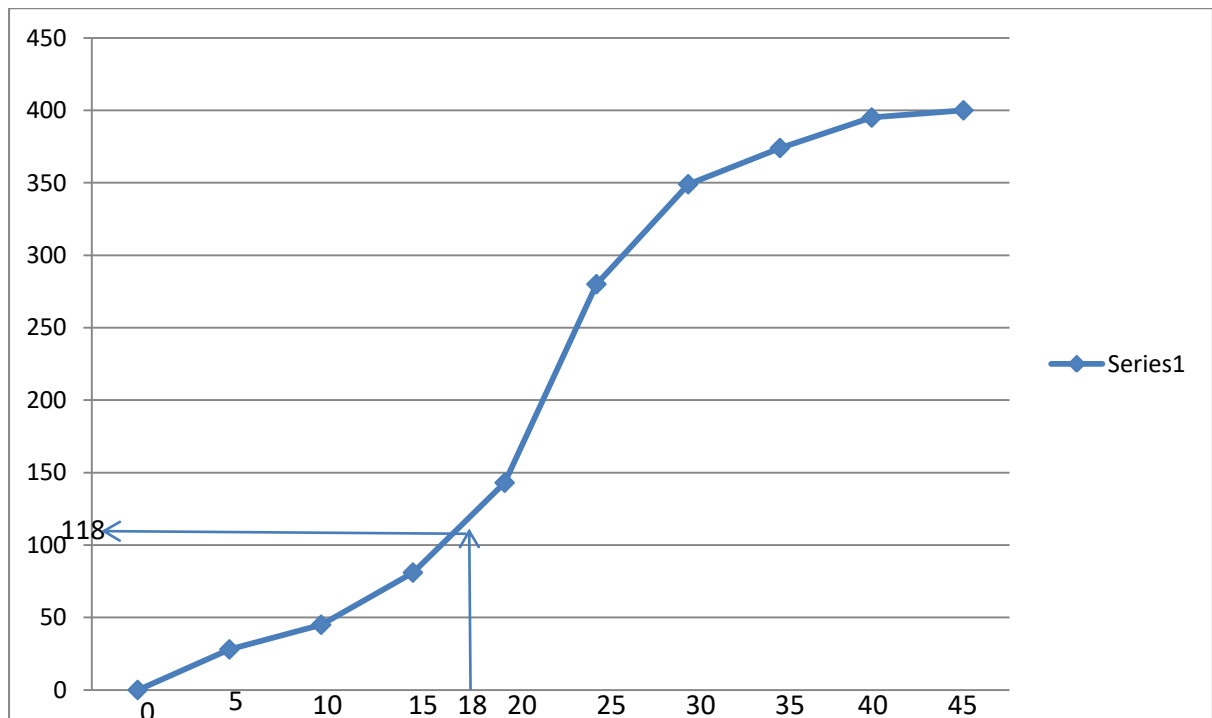
No of students taken less than 15 minutes = 81

No of students taken less than 20 minutes = 143

No of students taken less than 18 minutes =  $81 + (18 - 15) (143 - 81)/5$

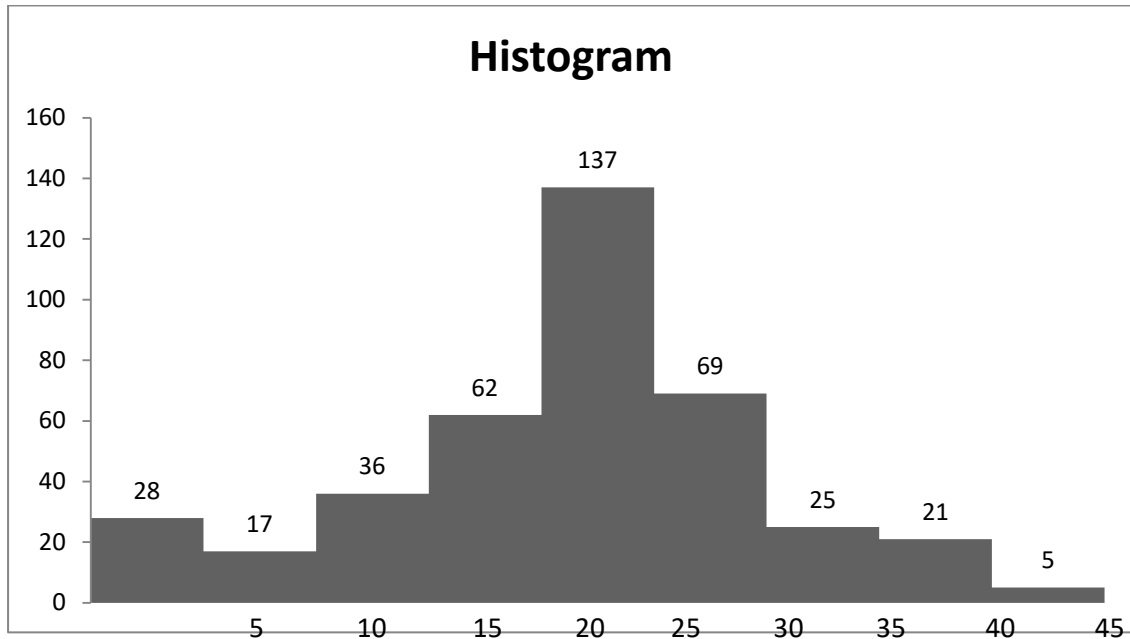
=  $81 + 3 (62)/5 = 81 + 186/5 = 81 + 37.2 = 118.2 \approx 118$

(c).



नोट: प्रश्न (b) का हल संचयी आवृत्ति वक्र के माध्यम से भी दिखाया गया है।

(d).



### 5.2.6. सारांश (Summary):

आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण अथवा प्रदर्शन का अभिप्राय उनका सारणीकरण, वर्गीकरण तथा चित्रमय प्रदर्शन से है। सामान्यतः गुणात्मक समंकों को सारणी में तथा अंकात्मक समंकों को वर्गों में व्यवस्थित किया जाता है। उसी तरह से गुणात्मक समंकों से दंडचित्र, तथा वृत्त चित्र आदि का निर्माण किया जाता है जबकि अंकात्मक समंकों यानि वर्गीकृत समंकों से आयत चित्र तथा आवृत्ति बहुभुज एवं वक्र बनाये जाते हैं।

कच्चे एवं अव्यवस्थित समंकों की तुलना में सारणीकृत, वर्गीकृत एवं चित्रों द्वारा प्रदर्शित समंकों से बहुत सी जानकारियाँ प्राप्त होने लगती है। ये विधियाँ समंकों के विश्लेषण के प्रारम्भिक चरण हैं।

### 5.2.7. अभ्यास के प्रश्न (Exercise)

1. सारणीकरण से आप क्या समझते हैं? (What do you mean by tabulation?)
2. सारणीकरण का महत्व बतायें। (Describe the importance of tabulation.)
3. सारणीकरण की सामान्य विशेषताओं का उल्लेख करें। (Describe the main features of tabulation.)
4. वर्गीकरण से आप क्या समझते हैं? (What do you mean by classification?)
5. वर्गीकरण के विभिन्न प्रकारों का वर्णन करें। (Explain the types of classification.)
6. सारणीकरण और वर्गीकरण में भेद करें। (Differentiate between tabulation and classification.)
7. दिए गए 80 विद्यार्थियों के प्राप्तांकों से समावेशी और अपवर्जी वर्गान्तर वाले वर्गीकरण करें। (Make classification of inclusive and exclusive classes from the marks of 80 students.)

68	84	75	82	68	90	62	88	76	93
73	79	88	73	60	93	71	59	85	75
61	65	75	87	74	62	95	78	63	72
66	78	82	75	94	77	69	74	68	60
96	78	89	61	75	95	60	79	83	71
79	62	67	97	78	85	76	65	71	75

65 80 73 57 88 78 62 76 53 74
86 67 73 81 72 63 76 75 85 77

8. आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण से आप क्या समझते हैं? (What do you mean by presentation of data?)
9. आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण का महत्व बतायें। (What are the importance of the presentation of data?)
10. आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण की विभिन्न विधियों का वर्णन करें। (Describe the different methods of presenting the data?)
11. आँकड़ों के चित्रमय प्रदर्शन से आप क्या समझते हैं? (What do you mean by pictorial presentation of data?)
12. आँकड़ों के चित्रमय प्रदर्शन की विशेषताओं को बतायें। (Point out the characteristics of the pictorial presentation of data?)
13. आँकड़ों के चित्रमय प्रदर्शन की विभिन्न विधियों को बतायें। (Describe the different types of pictorial or graphic presentation of data?)

#### 5.2.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

- देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.
- डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7
- पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.
- सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.
- हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।
- Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). "Statistics for Business and Economics", Eleventh Edition, Cengage Learning.
- C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.
- David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.
- Derek Rowntree (1981). "Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians", Charles Scribner's Sons, New York.

Francis A. (1998). "Business Mathematics and Statistics", Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). "Business Statistics and Business Mathematics", Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

Murray A Sppiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), "Statistics", Schaum's Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) "Statistics", Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (20099). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (19700). "Statistics An Introductory Analysis", Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

## खण्ड (Section)–5

### इकाई (Unit)– 3: केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें (Measures of Central Tendency)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

#### 5.3.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 5.3.1 परिचय (Introduction):

#### 5.3.2 अच्छे केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों की विशेषताएँ (Characteristics of a Good Central Tendency Measures):

#### 5.3.3 माध्य (Mean):

#### 5.3.2.क. व्यक्तिगत श्रेणी के लिए समान्तर माध्य की गणना (Arithmetic Mean of Individual Series):

#### 5.3.2.ख. खंडित श्रेणी के समान्तर माध्य की गणना (Mean of Descrete Series):

#### 5.3.2.ग. सतत श्रेणी से समान्तर माध्य की गणना (Mean of Continuous Series):

#### 5.3.2.घ. विशिष्ट समस्याएँ (Miscellaneous Problems):

#### 5.3.2.ङ. चल माध्य (Mooving Average):

#### 5.3.2.च. द्विघातीय माध्य या वर्ग माध्य मूल (Quardratic Mean or Root Mean Square):

#### 5.3.3 ज्यामितीय माध्य (Geometric Mean):

#### 5.3.4. हरात्मक माध्य (Harmonic Mean):

#### 5.3.5. समान्तर माध्य, ज्यामितीय माध्य और हरात्मक माध्य में सम्बंध (Relationship between Arithmetic Mean, Geometric Mean and Harmonic mean):

#### 5.3.6 माध्यिका (Median):

#### 5.3.6.क. व्यक्तिगत श्रेणी से माध्यिका की गणना (Median of Individual Series):

#### 5.3.6.ख. खंडित श्रेणी में माध्यिका की गणना: (Median of Descrete Series):

#### 5.3.6.ग. सतत श्रेणी में माध्यिका की गणना: (Median of Continuous Series):

#### 5.3.6.घ. रेखाचित्र/संचयी आवृत्ति वक्र द्वारा माध्यिका की गणना (Median by Graph):

#### 5.3.6.ङ. विशिष्ट समस्याएँ (Miscellaneous Problems):

#### 5.3.7 चतुर्थक (Quartiles):

**5.3.7.क** व्यक्तिगत या खंडित श्रेणी में चतुर्थक की गणना (**Quartiles in the Individual and Discrete Series**):

**5.3.7.ख** सतत श्रेणी में चतुर्थक की गणना (**Quartiles in the Continuous Series**):

**5.3.8** दशमक (**Deciles**):

**5.3.9** शतमक (**Percentiles**):

**5.3.10** बहुलक/भूयिष्ठक (**Mode**):

**5.3.10.क** व्यक्तिगत श्रेणी में बहुलक की गणना (**Calculation of Mode in the Individual Series**):

**5.3.10.ख** समूहीकरण द्वारा बहुलक की गणना (**Calculation of Mode by Grouping**):

**5.3.10.ग** सतत श्रेणी में बहुलक की गणना: (**Calculation of Mode in the Continuous Series**):

**5.3.10.घ** रेखाचित्र द्वारा बहुलक का निर्धारण: (**Determination of Mode by Graph**):

**5.3.10.ङ** विशिष्ट समस्याएँ (**Miscellaneous Problems**):

**5.3.11** माध्य माधिका और बहुलक के तुलनात्मक गुण दोष (**Comparative Merits and Demerits of Mean, Median and Mode**)

**5.3.12** उदाहरण द्वारा सीखें (**Learn by Examples**)

**5.3.13** सारांश (**Summary**):

**5.3.14** अभ्यास के प्रश्न (**Questions for Exercise**)

**5.3.15** उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (**Usefull Books**)

**5.3.0 उद्देश्य (Objectives):**

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- केन्द्रिय प्रवृत्ति की विभिन्न मापें,
- माध्य,
- माधिका,
- बहुलक, आदि।

**5.3.1. परिचय (Introduction):**

आँकड़ों का संकलन और उन्हें क्रमशः व्यवस्थित कर लेने के बाद उनकी कुछ विशेषताओं के बारे में जानकारी प्राप्त करना सम्भव हो पाता है। जिसमें से आँकड़ों का केन्द्र, केन्द्र से विचलन, एवं आवृत्ति वितरण के प्रकार इत्यादि महत्वपूर्ण हैं।

आँकड़ों की दी हुई श्रेणी की केन्द्रीय प्रवृत्ति को माध्य (**Mean**), माध्यिका (**Median**) और बहुलक (**Mode**) के द्वारा मापा जाता है। इन मापों को समंक माला का प्रतिनिधि मूल्य भी कहते हैं। सामान्य अर्थ में केन्द्रीय प्रवृत्ति श्रेणी के मध्य में उस बिन्दु को प्रदर्शित करता है जिसके आधार पर श्रेणी को दो भागों में बाँटा जा सकता है जिसमें एक श्रेणी केन्द्रीय मूल्य से अधिक मूल्य वाले समंकों की तथा दूसरी श्रेणी केन्द्रीय मूल्य से कम वाले समंकों की बनेगी। सामान्य अर्थों में भी केन्द्र हमेशा मध्य में ही होता है। समंकमाला की प्रकृति और बनावट के अनुसार माध्य, माध्यिका और बहुलक का मान समान या असमान हो सकते हैं।

माध्य को गणितीय औसत (**Mathematical Average**) तथा माध्यिका और बहुलक को स्थानीक औसत (**Positional Average**) कहा जाता है।

उपयोग की दृष्टि से माध्य, माध्यिका और बहुलक के अपने महत्व हैं। उदाहरण के लिए, औसत आय ज्ञात करने के लिए माध्य उपयोगी है। कक्षा में अंकों के आधार पर विद्यार्थियों का वर्ग बनाने के लिए माध्यिका (**Median**), चतुर्थक (**Quartiles**), दशमक (**Deciles**), शतमक (**Percentiles**) इत्यादि उपयोगी हैं। अधिकतम आवृत्तियों वाले वर्ग का निर्धारण करने के लिए बहुलक उपयोगी है।

गणितीय उपयोग के लिए माध्य को सबसे उपयुक्त माना जाता है क्योंकि माध्य की गणना में समंकमाला के सभी आँकड़ों का प्रयोग होता है। हालांकि माध्यिका और बहुलक की गणना करना अपेक्षाकृत सरल है तथा इन दोनों की गणना रेखाचित्र द्वारा भी किया जा सकता है।

### 5.3.2 अच्छे केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों की विशेषताएँ (**Characteristics of a Good Central Tendency**):

केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें पूरे श्रेणी का प्रतिनिधित्व करती हैं। अतः इनमें निम्नलिखित विशेषताएँ होनी चाहिए—

1. माध्य स्पष्ट रूप से परिभाषित होना चाहिए।
2. गणना करने में सरल हो।
3. उसका निर्वचन करना स्पष्ट हो।
4. उसकी गणना में श्रेणी के सभी मूल्यों का उपयोग हो।
5. श्रेणी के कुछ अति बड़े या अति छोटे मूल्यों से अप्रभावित हो।
6. प्रतिदर्श के माध्य और समग्र के माध्य में बहुत ज्यादा अंतर न हो।
7. इसे गणितीय उपयोग के योग्य होना चाहिए।

### 5.3.3 माध्य (**Mean**):

यह समंक माला के समस्त समंकों का प्रतिनिधित्व करता है। सांख्यिकी में तीन प्रकार के माध्यों की गणना की जाती है; समान्तर माध्य (**Arithmetic Mean**), गुणोत्तर माध्य (**Geometric Mean**) और हरात्मक माध्य (**Harmonic Mean**).

समान्तर माध्य (**Arithmetic Mean**) को सामान्यतः औसत (**Average**) भी कहते हैं। क्लार्क के अनुसार, "औसत वह संख्या है जो समस्त वर्ग का प्रतिनिधित्व करता है (**An average is a figure that represents the whole group - Clark**)। उदाहरण के लिए, भारत के 130 करोड़ नागरिकों की औसत आय लगभग 135000 रूपया या लगभग 2000 डॉलर प्रति वर्ष है जबकि चीन के नागरिकों की प्रति व्यक्ति आय लगभग 10000 डॉलर है।

**समान्तर माध्य (Arithmetic Mean):** समान्तर माध्य को औसत भी कहते हैं।

### 5.3.2.क. व्यक्तिगत श्रेणी के लिए समान्तर माध्य की गणना (**Arithmetic Mean of Individual Series**):

व्यक्तिगत श्रेणी में आँकड़ों को महज एक क्रम में व्यवस्थित किया जाता है। इस तरह की श्रेणी से माध्य की गणना करने के लिए समस्त आँकड़ों को जोड़कर उसमें आँकड़ों की संख्या से भाग दिया जाता है।

यदि, आँकड़ों को सामान्य प्रतिकों  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  के रूप में व्यक्त किया जाए जहाँ आँकड़ों की संख्या  $n$  है तब,

$$\text{समान्तर माध्य } (\bar{X}) = \sum X / n$$

$$\text{जहाँ, } \sum X = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n.$$

तथा  $(\bar{X})$  समान्तर माध्य का द्योतक है।

इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Example:** दिए गए श्रेणी का माध्य ज्ञात करें।

नम	वजन (K. G.)
राधा	45
मोहन	50
राम	40
सीता	55
गीता	60
पंकज	65
विद्यार्थियों की संख्या (06)	कुल वजन (315)

उपरोक्त उदाहरण में छः विद्यार्थियों का वजन ज्ञात है। छः विद्यार्थियों का औसत वजन ज्ञात करने के लिए सभी विद्यार्थियों का कुल वजन 315 किलोग्राम में विद्यार्थियों की संख्या, 06 से भाग देते हैं। इस प्रकार औसत वजन =  $315/06 = 52.5$  किलोग्राम है।

दूसरे शब्दों में, यदि विद्यार्थियों के वजन को  $X$  द्वारा सूचित किया जाए तो उपरोक्त उदाहरण में  $X$  के छः मूल्य ज्ञात हैं।

$$X_1=45, X_2=50, X_3=40, X_4=55, X_5=60, X_6=65$$

$$\sum X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

$$= 45 + 50 + 40 + 55 + 60 + 65 = 315$$

$$\text{Number of Observation (आँकड़ों की संख्या)} = 06$$

$$\text{मध्य/औसत } (\bar{X}) = \sum X / n = 315/06 = 52.5 \text{ है।}$$

### 5.3.2.ख. खंडित श्रेणी के समान्तर माध्य की गणना (Mean of Discrete Series):

**प्रत्यक्ष रीति (Direct Method):** प्रश्न में दिए गए समकों के प्रयोग से समान्तर माध्य की गणना की जाती है तब इसे प्रत्यक्ष विधि कहते हैं।



खंडित या अविभाज्य चरों से बनी श्रेणी में खंडित चरों के मूल्यों के सापेक्ष में उनकी आवृत्तियाँ भी ज्ञात होती हैं। यदि खंडित चरों को  $X$  से तथा आवृत्तियों को  $F$  से प्रदर्शित किया जाए तो उनके

$$\text{मध्य/औसत } (\bar{X}) = \frac{\sum FX}{\sum F}$$

$$\text{जहाँ, } \sum FX = F_1 X_1 + F_2 X_2 + F_3 X_3 + \dots + F_n X_n$$

$$\sum F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = n \text{ (आवृत्तियों की कुल संख्या) है।}$$

**Example: calculate mean from given series of data.**

बच्चों की संख्या (X)	परिवारों की संख्या (F)	FX
0	2	0
1	4	4
2	10	20
3	12	36
4	8	32
5	6	30
6	2	12
	$\sum F = 44$	$\sum FX = 170$

$$\text{मध्य/औसत } (\bar{X}) = \frac{\sum FX}{\sum F} = \frac{170}{44} = 3.86$$

नोट: चूंकि बच्चों की संख्या दशमलव में नहीं हो सकता अतः 3.86 को उसके निकट पूर्ण संख्या 4 मान लेते हैं।

### 5.3.2.ग. सतत श्रेणी से समान्तर माध्य की गणना (Mean of Continuous Series):

**(i). प्रत्यक्ष रीति (Direct Method):** प्रश्न में दिए गए समकों के प्रयोग से समान्तर माध्य की गणना की जाती है तब इसे प्रत्यक्ष विधि कहते हैं।

सतत श्रेणी में विभाज्य चर होते हैं जिनको दशमलव में लिखा जा सकता है। इस तरह की श्रेणियों में वर्ग और उनकी आवृत्तियाँ दी होती हैं। माध्य ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ग का मध्य बिन्दु ज्ञात किया जाता है जिसे  $X$  के रूप में व्यक्त किया जाता है। इसके बाद,

माध्य/औसत  $(\bar{X}) = \frac{\sum FX}{\sum F}$  सूत्र से माध्य की गणना कर ली जाती है। इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate mean from the data given below-**

Mass (kg)	Midd Point (X)	Frequency (F)	F X
60-62	61	5	305
63-65	64	18	1152
66-68	67	42	2814
69-71	70	27	1890
72-74	73	8	584
		$N = \sum F = 100$	$\sum FX = 6745$

$$\text{मध्य/औसत } (\bar{X}) = \frac{\sum FX}{\sum F} = \frac{6745}{100} = 67.45$$

नोट: (i). माध्य ज्ञात करने की उपरोक्त विधि;  $(\bar{X}) = \sum FX / \sum F$  को प्रत्यक्ष विधि (Direct Method) कहा जाता है।

(ii). जब आवृत्ति या बारंबारता को भार (Weight) के रूप में लिया जाता है तब इसे भारांकित माध्य भी कहते हैं।

माध्य ज्ञात करने की दो अन्य लघु रीतियाँ; विचलन रीति (Deviation Method) और पद विचलन रीति (Step Deviation Method) है। इन्हें अप्रत्यक्ष रीति भी कहते हैं।

(ii). विचलन रीति (Deviation Method) से माध्य की गणना:

$$\text{सूत्र; } (\bar{X}) = A + \frac{\sum f d_x}{\sum f}$$

यहाँ,  $(\bar{X}) =$  समान्तर माध्य,

A = कल्पित माध्य,

$d_x = (X - A)$ , कल्पित माध्य से विचलन, तथा

$\sum f =$  कुल आवृत्ति है।

इस विधि से खंडित और सतत दोनों तरह की श्रेणियों से समान्तर माध्य की गणना की जा सकती है।

इस विधि से समान्तर माध्य ज्ञात करने की विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

Mass (kg)	Midd Point (X)	Frequency (f)	$d_x = (X - A)$ A = 67	f $d_x$
60-62	61	5	61-67 = - 6	- 30
63-65	64	18	64-67 = -3	- 54
66-68	67	42	67-67 = 0	00
69-71	70	27	70-67 = 3	81
72-74	73	8	73-67 = 6	48
		N = $\sum F$ = 100		$\sum Fd_x = 45$

सूत्र से,

$$(\bar{X}) = A + \frac{\sum f d_x}{\sum f}$$

$$= 67 + 45/100$$

$$= 67 + 0.45 = 67.45$$

(iii). पद विचलन रीति (Step Deviation Method) से समांतर माध्य ज्ञात करने की विधि:

$$\text{सूत्र, } (\bar{X}) = A + \frac{\sum f d'_x}{\sum f} \times c$$

$$\text{जहाँ, } d'_x = d_x / c = (X - A) / c$$

जहाँ,  $c$  एक अचर संख्या है जिसका चुनाव इस तरह से किया जाता है कि इससे प्रत्येक वर्ग के विचलन में पूर्ण रूप से भाग लग जाए। इस उदाहरण में  $c$  का मान 3 है।

विचलन रीति में एक पद (Step) और जोड़कर पद विचलन रीति बनता है। इस रीति से समान्तर माध्य ज्ञात करने की विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

Mass (kg)	Midd Point (X)	Frequ ency (f)	$d_x = (X - A)$ $A = 67$	$d'_x = d_x / c$ $= (X - A)/c$ $(c = 3)$	$f d'_x$
60-62	61	5	$61-67 = -6$	$-6/3 = -2$	$5(-2) = -10$
63-65	64	18	$64-67 = -3$	$-3/3 = -1$	$18(-1) = -18$
66-68	67	42	$67-67 = 0$	$0/3 = 0$	$42(0) = 00$
69-71	70	27	$70-67 = 3$	$3/3 = 1$	$27(1) = 27$
72-74	73	8	$73-67 = 6$	$6/3 = 2$	$8(2) = 16$
		$N = \sum F$ $= 100$			$\sum F d'_x = 15$

सूत्र से,

$$(\bar{X}) = A + \frac{\sum f d'_x}{\sum f} \times c$$

$$67 + (15/100) 3 = 67 + (45/100) = 67 + 0.45 = 67.45$$

नोट: एक ही प्रश्न का हल अलग अलग विधियों से करने पर भी माध्य का मान एक समान आता है।

### 5.3.2.घ. विशिष्ट समस्याएँ (Miscellaneous Problems):

- जब प्रारम्भिक और अंतिम वर्ग की सीमाएँ खुली हो और शेष वर्ग समान विस्तार के हों तो खुले सीमा वाले वर्ग की सीमाएँ तय कर ली जाती है। यदि शेष वर्ग का विस्तार असमान हो तो माध्य की गणना विश्वसनीय नहीं होता है।
- माध्य की गणना के लिए श्रेणी के वर्गों का अपवर्जी या समावेशी होना कोई मायने नहीं रखता है।
- माध्य की गणना के लिए वर्गों का समान विस्तार होना कोई जरूरी नहीं है।
- सामूहिक माध्य ज्ञात करना: यदि कई छोटी छोटी श्रेणियों को एक में मिलाकर बड़ी श्रेणी बनाया जाता है तब बड़ी श्रेणी का या सामूहिक माध्य श्रात करने के लिए सूत्र,

$$\bar{X} = (\bar{X}_1 F_1 + \bar{X}_2 F_2 + \bar{X}_3 F_3 + \dots + \bar{X}_k F_k) / (F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_k)$$

जहाँ,

$\bar{X}$  = सम्मिलित या बड़ी श्रेणी का माध्य है।

$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_k$  क्रमशः छोटी श्रेणियों के माध्य, तथा

$F_1, F_2, F_3, \dots, F_k$  क्रमशः छोटी श्रेणियों की आवृत्तियाँ हैं।

- समंकमाला के प्रारम्भ (Origin) और पैमाने (Scale) में परिवर्तन का समांतर माध्य पर प्रभाव:

नोट: जब समंक माला के सभी समंकों में एक निश्चित संख्या जोड़ी या घटायी जाती है तब समंक माला के प्रारम्भ (Origin) में बदलाव आता है जबकि समंकमाला के सभी समंकों में एक निश्चित संख्या से गुणा या भाग देने से समंकमाला के पैमाने (Scale) में परिवर्तन होता है।

(क). समंकमाला के सभी समंकों में एक निश्चित संख्या A का योग करने पर

$$\text{सूत्र से, समांतर माध्य} = \sum (X+A) / N = \sum X/N + \sum A/N = \bar{X} + NA/N = \bar{X} + A$$

(ख). समंकमाला के सभी समंकों में एक निश्चित संख्या A को घटाने पर

$$\text{सूत्र से, समांतर माध्य} = \sum (X - A) / N = \sum X/N - \sum A/N = \bar{X} - NA/N = \bar{X} - A$$

(ग). समंकमाला के सभी समंकों में एक निश्चित संख्या A का गुणा करने पर

$$\text{सूत्र से, समांतर माध्य} = \sum (XA) / N = A \sum X/N = A\bar{X}$$

(घ). समंकमाला के सभी समंकों में एक निश्चित संख्या A का भाग करने पर

$$\text{सूत्र से, समांतर माध्य} = \sum (X/A) / N = 1/A \cdot \sum X/N = 1/A\bar{X} = \bar{X}/A$$

समंकमाला के सभी समंकों में उपरोक्त परिवर्तनों को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है –

X	X+5	X - 5	X × 5	X ÷ 5
5	10	0	25	1
10	15	5	50	2
15	20	10	75	3
20	25	15	100	4
25	30	20	125	5
Total = 75 N = 5 Mean = 15	Total = 100 N = 5 Mean = 20	Total = 50 N = 5 Mean = 10	Total = 375 N = 5 Mean = 75	Total = 15 N = 5 Mean = 3

• माध्य से विचलनों का योग शून्य होता है। (total of deviations from mean is equal to zero)

$$(a). \sum x = \sum (X - \bar{X}) = 0$$

Or, (b).  $\sum Fx = \sum F(X - \bar{X}) = 0$

इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

$$(a). \sum x = \sum (X - \bar{X}) = 0$$

X	X - $\bar{X}$
5	5 - 15 = - 10
10	10 - 15 = - 5
15	15 - 15 = 0
20	20 - 15 = 5
25	25 - 15 = 10
$\bar{X} = 15$	Total = 0

$$(b). \sum Fx = \sum F(X - \bar{X}) = 0$$

X	F	XF	$X - \bar{X}$	$F(X - \bar{X})$
5	3	15	$5 - 14 = -9$	- 27
10	2	20	$10 - 14 = -4$	- 8
15	1	15	$15 - 14 = 1$	1
20	2	40	$20 - 14 = 6$	12
25	2	50	$25 - 14 = 11$	22
	Total =10	Total = 140 $\bar{X} = 14$		Total = 0

### 5.3.2.ड. चल माध्य (Moving Average):

इस तरह की गणनाएँ काल श्रेणी (Time Series) के समकों में व्याप्त उच्चावचनों (Fluctuations) को समाप्त करने के लिए किया जाता है। इसमें सबसे पहले चल माध्य की अवधि को तय किया जाता है। जैसे, 3 साल का चल माध्य, 4 साल का चल माध्य या 5 साल का चल माध्य इत्यादि।

इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

Example: दिए गए आंकड़ों (1985 - 2000) से 5 साल का चल माध्य ज्ञात करें।

Years	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	00
NO.	23	26	28	32	20	12	12	10	9	13	11	14	12	9	3	1

हल:

Years	No.	5 years Moving Totals	5 years Moving Average
1985	23	-	
1986	26	-	
1987	28	$(23+26+28+32+20)=129$	$25.8 \approx 26$
1988	32	$(26+28+32+20+12)=118$	$23.6 \approx 24$
1989	20	$(28+32+20+12+12)=104$	$20.8 \approx 21$
1990	12	$(32+20+12+12+10)=86$	$17.2 \approx 17$
1991	12	$(20+12+12+10+9)=63$	$12.6 \approx 13$
1992	10	$(12+12+10+9+13)=56$	$11.2 \approx 11$
1993	9	$(12+10+9+13+11)=55$	$11 \approx 11$
1994	13	$(10+9+13+11+14)=57$	$11.4 \approx 11$
1995	11	$(9+13+11+14+12)=59$	$11.8 \approx 12$
1996	14	$(13+11+14+12+9)=59$	$11.8 \approx 12$
1997	12	$(11+14+12+9+3)=49$	$9.8 \approx 10$
1998	9	$(14+12+9+3+1)=39$	$7.8 \approx 8$
1999	3		-
2000	1		-

नोट: इस तरह की गणना करने के दौरान शुरू तथा अन्त के कुछ वर्षों के समकों का ह्रास हो जाता है।

### 5.3.2.च. द्विघातीय माध्य या वर्ग माध्य का वर्गमूल (Quadratic Mean or Root Mean Square):

द्विघातीय माध्य या वर्ग माध्य का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित प्रक्रियाएँ अपनायी जाती है –

सर्वप्रथम दिए गए समकों का वर्ग किया जाता है

इसके बाद इन वर्ग किए गए समकों का औसत/माध्य ज्ञात किया जाता है

अंत में समकों के वर्गों के औसत का वर्गमूल ज्ञात किया जाता है

द्विघातीय माध्य या वर्ग माध्य मूल ज्ञात करने की विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है –

**Example:** दिए गए समकों का द्विघातीय माध्य ज्ञात करें। (Find the quadratic mean of the numbers): 3, 5, 6, 6, 7, 10, 12.

**Solution:**

$$\text{Quadratic Mean or RMS} = \sqrt{\frac{3^2 + 5^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 + 10^2 + 12^2}{7}} = \sqrt{57} = 7.55$$

### 5.3.3 ज्यामितीय माध्य (Geometric Mean):

जिस तरह से समांतर माध्य की गणना समस्त पदों के योगफल में समस्त पदों की संख्या से भाग देकर प्राप्त करते हैं उससे अलग ज्यामितीय माध्य की गणना समस्त पदों के गुणनफल का N वाँ वर्गमूल करने से प्राप्त होता है। (Geometric Mean is the N<sup>th</sup> root of the product of N items in a series.) इसे G द्वारा सूचित किया जाता है।

व्यक्तिगत श्रेणी में ज्यामितीय माध्य की गणना:

$$\text{सूत्र, } G = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \dots X_N}$$

जहाँ,  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$  क्रमशः पदों का मान है तथा N पदों की संख्या है।

ज्यामितीय माध्य गणना को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate the geometric mean of items 2, 4 and 8.**

**Solution:**

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = (64)^{1/3} = (4.4.4)^{1/3} = 4.$$

**Example: Calculate the geometric mean of items 4, 5, 20 and 25.**

**Solution:**

$$GM = \sqrt[4]{4 \times 5 \times 20 \times 25} = (10000)^{1/4} = (10. 10. 10. 10)^{1/4} = 10.$$

नोट: जब पदों की संख्या अधिक हाती है तब Log Table का प्रयोग किया जाता है।

● खंडित और सतत श्रेणी में ज्यामितीय माध्य की गणना:

खंडित और सतत श्रेणी में पदों के साथ इनकी आवृत्तियाँ भी होती है। इसे में ज्यामितीय माध्य की गणना करने के लिए सूत्र में थोड़ा से परिवर्तन किया जाता है—

सूत्र—

$$G = \sqrt[N]{(X_1^{f_1}) \cdot (X_2^{f_2}) \cdot (X_3^{f_3}) \dots (X_k^{f_k})}$$

जहाँ,  $N = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k$  है।

Taking log on Both sides, we get,

$$\log G = \log \{(X_1^{f_1}) \cdot (X_2^{f_2}) \cdot (X_3^{f_3}) \dots (X_k^{f_k})\}^{1/N}$$

$$\text{Or, } \log G = \text{Log} \frac{\{(X_1^{f_1}) \cdot (X_2^{f_2}) \cdot (X_3^{f_3}) \dots (X_k^{f_k})\}}{N}$$

$$\text{Or, } \log G = \frac{1}{N} \log \{(X_1^{f_1}) \cdot (X_2^{f_2}) \cdot (X_3^{f_3}) \dots (X_k^{f_k})\}$$

$$= \frac{1}{N} \{\log X_1^{f_1} + \log X_2^{f_2} + \log X_3^{f_3} + \dots + \log X_k^{f_k}\}$$

$$= \frac{1}{N} \{f_1 \log X_1 + f_2 \log X_2 + f_3 \log X_3 \dots + f_k \log X_k\}$$

$$\log G = \frac{1}{N} \sum f_i \log X_i = \{A\}$$

where,  $i = 1, 2, 3 \dots K$

$$\text{Where, } A = \frac{1}{N} \{f_1 \log X_1 + f_2 \log X_2 + f_3 \log X_3 \dots + f_k \log X_k\}$$

$$G = \text{Anti log} \frac{1}{N} \sum f_i \log X_i = \text{Antilog } A$$

खंडित या सतत श्रेणी में ज्यामितीय माध्य की गणना को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate Geometric Mean from given data.**

<b>X</b>	<b>800</b>	<b>1500</b>	<b>2000</b>	<b>2500</b>	<b>3000</b>
<b>F</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>25</b>	<b>12</b>	<b>38</b>

**Solution:**

X	F	logX	FlogX
800	10	2.9031	29.0310
1500	15	3.1761	47.6415
2000	25	3.010	82.5250
2500	12	3.3979	40.7748
3000	38	3.4771	132.1298
	N=100		$\sum F \log X =$ 332.1021

$$GM = \text{Anti log } \frac{1}{N} \sum F \log X = \text{Anti log } (332.1021/100)$$

$$= \text{Antilog } (3.3210) \approx 2094.$$

सतत श्रेणी में ज्यामितीय माध्य की गणना को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Find geometric mean from data given below:**

<b>C. I</b>	<b>00-20</b>	<b>20-40</b>	<b>40-60</b>	<b>60-80</b>	<b>80-100</b>
<b>F</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	<b>7</b>	<b>3</b>

**Solution:**

<b>C. I</b>	<b>Mid Point (X)</b>	<b>F</b>	<b>log X</b>	<b>FlogX</b>
00-20	10	10	2.9031	29.0310
20-40	30	12	3.1761	47.6415
40-60	50	18	3.3010	82.5250
60-80	70	7	3.3979	40.7748
80-100	90	3	3.4771	132.1298
		N= 50		$\sum F \log X = 77.0855$

$$GM = \text{Anti log } \frac{1}{N} \sum F \log X = \text{Anti log } (77.0855/50)$$

$$= \text{Antilog } (1.5417) = 34.81.$$

**Example:** किसी कम्पनी में कर्मचारियों के खिलाफ पिछले चार महीनों में शिकायतों की संख्या क्रमशः 23, 41, 37 तथा 49 रिकार्ड की गयी है। इन समकों के आधार पर शिकायतों की औसत मासिक वृद्धि दर ज्ञात करें।

**Solution:**

<b>Month</b>	<b>complaints</b>	<b>Percentage of previous month</b>
1	23	-
2	41	1.78
3	37	0.90
4	49	1.32

(a). सामान्य औसत मासिक वृद्धि दर की गणना

$$\text{तीसरे स्तम्भ (column) में ज्ञात प्रतिशतों का समांतर माध्य (AM)} = \frac{1.78+0.90+1.32}{3} = \frac{4}{3} = 1.33$$

$$\text{औसत मासिक सामान्य वृद्धि दर} = 133 - 100 = 33\%$$

(b). औसत मासिक चक्रवृद्धि दर की गणना:



तीसरे स्तम्भ (column) में ज्ञात प्रतिशतों का ज्यामितीय माध्य (GM) =  $\sqrt[3]{1.78 \times 0.90 \times 1.32} = 1.28$

औसत मासिक चक्रवृद्धि दर =  $128 - 100 = 28\%$

### 5.3.4. हरात्मक माध्य (Harmonic Mean):

हरात्मक माध्य को श्रेणी के व्युत्क्रम के समांतर माध्य के व्युत्क्रम के रूप में परिभाषित किया जाता है। (Harmonic Mean is defined as 'the reciprocal of the arithmetic average of the reciprocals of the individual values of the items of a series'). हरात्मक माध्य को H. M. से सूचित करते हैं।

यदि श्रेणी के पद,  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  हैं तो हरात्मक माध्य ज्ञात करने के लिए

- पहले श्रेणी के पदों का व्युत्क्रम  $1/X_1, 1/X_2, 1/X_3, \dots, 1/X_n$  ज्ञात करते हैं।
- फिर पदों के व्युत्क्रम का योग  $\sum 1/X = (1/X_1 + 1/X_2 + 1/X_3 + \dots + 1/X_n)$  ज्ञात करते हैं।
- फिर,  $\frac{\sum 1/X}{N} = A$  ज्ञात करते हैं।
- अंत में  $H.M. = 1/A$  है।

हरात्मक माध्य की गणना विधि निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate harmonic mean from given data-**

**X = 250, 275, 325, 400, 450, 600**

**Solution:**

X	1/X
250	0.0040
275	0.0037
325	0.0031
400	0.0025
450	0.0022
600	0.0017
N= 6	$\sum \frac{1}{X} = 0.0172$

H. M. =  $N / (\sum 1/X) = 6/0.0172 = 348.84$

**खंडित या सतत श्रेणी में हरात्मक माध्य की गणना:**

खंडित या सतत श्रेणी में पदों की आवृत्तियाँ भी दी रहती है। जिसके चलते सूत्र में संशोधन किया जाता है। खंडित या सतत श्रेणी में हरात्मक माध्य की गणना के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है—  $H.M. = N / (\sum F_i/X_i)$ .

खंडित या सतत श्रेणी में हरात्मक माध्य की गणना विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate Harmonic Mean from data given below:**

<b>X</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	<b>60</b>
<b>F</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>30</b>	<b>25</b>	<b>15</b>

**Solution:**

X	F	1/X	F/X
20	10	0.050	0.500
30	15	0.033	0.495
40	30	0.025	0.750
50	25	0.020	0.500
60	15	0.170	0.255
	N=95		$\sum \frac{F}{X} = 2.500$

$$\text{H. M.} = N / (\sum F/X) = 95/2.5 = 38.$$

नोट: सतत श्रेणी में जब वर्गान्तर दिया हो तो उसके मध्य बिन्दुओं को है X के रूप में इस्तेमाल करते हैं।

इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate Harmonic Mean from data given below:**

<b>C. I.</b>	<b>00-20</b>	<b>20-40</b>	<b>40-60</b>	<b>60-80</b>	<b>80-100</b>
<b>F</b>	<b>5</b>	<b>12</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>8</b>

**Solution:**

C. I	Mid Point (X)	F	1/X	F/X
00-20	10	5	0.1000	0.5000
20-40	30	12	0.0333	0.3996
40-60	50	15	0.0200	0.3000
60-80	70	20	0.0143	0.2860
80-100	90	8	0.0111	0.0888
		N= 60		$\sum F/X = 1.5744$

$$\text{H. M.} = N / (\sum F/X) = 60/1.5744 = 38.1098$$

**5.3.5. समांतर माध्य, ज्यामितीय माध्य और हरात्मक माध्य में सम्बंध (Relationship between Arithmetic Mean, Geometric Mean and Harmonic Mean)**

यदि श्रेणी के सभी पद एक ही अंक न हों यानि अलग अलग हों तो,

$$A. M. > G. M. > H. M.$$

उदाहरण के लिए, श्रेणी 2, 4, और 8 का

$$\text{समांतर माध्य (A. M.)} = (2 + 4 + 8) / 3 = 14 / 3 = 4.67$$

$$\text{ज्यामितीय माध्य (G. M.)} = (2 \times 4 \times 8)^{1/3} = (64)^{1/3} = 4$$

$$\text{हरात्मक माध्य (H. M.)} = 3 / (1/2 + 1/4 + 1/8) = 3 / (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = 3 / (\frac{4+2+1}{8}) = 3 / (\frac{7}{8}) = \frac{3}{1} \times \frac{8}{7} = \frac{24}{7} = 3.43$$

नोट: यदि श्रेणी के सभी पद एक ही अंक हों जैसे, 4, 4, 4, 4....

इस स्थिति में, A. M. = G. M. = H. M. = 4 है।

### Learn by Example:

**Example ():** कोई व्यक्ति प्रति वर्ष 10 लीटर, 20 लीटर, 20 लीटर, तथा 5 लीटर तेल क्रमशः 16 रु., 18 रु., 21 रु. तथा 25 रु. की दर से खरीदता है। उसके लिए तेल का औसत कीमत ज्ञात करें।

हल: (क). समांतर माध्य की विधि

कीमत (X)	मात्रा (F)	व्यय (F.X)
16	10	160
18	20	360
21	20	420
25	5	125
	55	1065

$$\text{औसत कीमत } (\bar{X}) = \frac{\sum FX}{\sum F} = \frac{1065}{55} = 19.363 \text{ रु.}$$

हल: (ख). हरात्मक माध्य की विधि

(X) कीमत	(1/X)	(F) व्यय	F/X मात्रा
16	1/16	160	160/16 = 10
18	1/18	360	360/18 = 20
21	1/21	420	420/21 = 20
25	1/25	125	125/25 = 5
		1065	55

$$\text{औसत कीमत } = (H M) = \frac{\sum F}{\sum F/X} = \frac{1065}{55} = 19.363 \text{ रु.}$$

**Example ():** कोई व्यक्ति एक निश्चित दूरी तक 30 किलोमीटर प्रति घंटे की औसत चाल से जाता है और फिर 60 किलोमीटर की औसत चाल से वापस लौटता है। उसकी औसत चाल (speed) ज्ञात करें।

हल: मान लिया कि एक तरफ की दूरी X किलोमीटर है।

$$\text{जाने में लगा समय} = (X/30) \text{ घंटा तथा लौटने में लगा समय} = (X/60) \text{ घंटा}$$

$$\text{औसत चाल} = \text{कुल दूरी} \div \text{कुल समय} = \frac{2X}{\frac{X}{30} + \frac{X}{60}} = \frac{2X}{\frac{2X+X}{60}} = \frac{2X}{\frac{3X}{60}} = \frac{2X}{3X} \times 60 = 40 \text{ किलोमीटर प्रति घंटा}$$

हल: (ख). हरात्मक माध्य की विधि

Speed (S)	(1/S)	Distance (F)	F/S मात्रा
30	1/30	X	X/30
60	1/60	X	X/60
		2X	$\frac{X}{30} + \frac{X}{60}$

$$\text{औसत कीमत} = (HM) = \frac{\sum F}{\sum F/X} = \frac{2X}{\frac{X}{30} + \frac{X}{60}} = \frac{2X}{\frac{2X+X}{60}} = \frac{2X}{\frac{3X}{60}} = \frac{2X}{3X} \times 60 = 40 \text{ किलोमीटर प्रति घंटा}$$

### 5.3.6 माध्यिका (Median):

माध्यिका समंकमाला के बीच का वह मूल्य है जो समंकमाला को दो भागों में बाँटता है। व्यक्तिगत, खंडित तथा सतत श्रेणियों में माध्यिका की गणना करने की विधियों को नीचे दिया गया है।

#### 5.3.6.क. व्यक्तिगत श्रेणी से माध्यिका की गणना (Median of Individual Series):

- सर्वप्रथम, श्रेणी को आरोही या अवरोही क्रम में सजा लेते हैं।
- $(N + 1)/2$  वाँ पद का मूल्य श्रेणी का माध्यिका होता है।

इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example:** श्रेणी, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37 का माध्यिका ज्ञात करें।

हल: प्रथम चरण, श्रेणी अवरोही क्रम में व्यवस्थित है तथा इसमें पदों की संख्या;  $N = 9$  है।

दूसरा चरण,  $(N + 1)/2$  वाँ पद =  $(9 + 1)/2$  वाँ पद =  $10/2$  वाँ पद = 5 वाँ पद = 29.

नोट: जब श्रेणी के पदों की संख्या सम होता है तब  $(N + 1)/2$  पूर्ण अंक नहीं होता है उस स्थिति में माध्यिका का मान दो पदों के बीच में होता है जिसकी गणना विधि को नीचे के उदाहरण में स्पष्ट किया गया है—

**Example:** श्रेणी, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39 का माध्यिका ज्ञात करें।

हल: प्रथम चरण, श्रेणी अवरोही क्रम में व्यवस्थित है तथा इसमें पदों की संख्या;  $N = 10$  है।

दूसरा चरण,  $(N + 1)/2$  वाँ पद =  $(10 + 1)/2$  वाँ पद =  $11/2$  वाँ पद = 5.5 वाँ पद = (पाँचवाँ पद + छठा पद) / 2 =  $(29 + 31)/2 = 30$

नोट: 5.5 वाँ पद को इस तरह से भी ज्ञात किया जा सकता है—

**5.5 वाँ पद** = पाँचवाँ पद + (छठा पद - पाँचवाँ पद) / 2

$$= 29 + (31 - 29)/2 = 29 + 2/2 = 29 + 1 = 30.$$

### 5.3.6.ख. खंडित श्रेणी में माध्यिका की गणना: (Median of Descrete Series):

खंडित श्रेणी में भी  $(N + 1)/2$  वाँ पद ही माध्यिका होती है। इसकी गणना करने के लिए, सर्वप्रथम संचयी आवृत्ति का स्तम्भ बनाया जाता है। जिस पद की संचयी आवृत्ति में  $(N + 1)/2$  का मान आता है वही पद का मूल्य माध्यिका होती है। इसे नीचे के उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example:** दिए गये श्रेणी से माध्यिका का मूल्य ज्ञात करें।

बच्चों की संख्या (X)	परिवारों की संख्या (F)
0	2
1	4
2	10
3	12
4	8
5	6
6	2

हल: प्रथम चरण, संचयी आवृत्ति का स्तम्भ निर्मित करना।

बच्चों की संख्या (X)	परिवारों की संख्या (F)	संचयी आवृत्ति (CF)
0	2	2
1	4	6
2	10	16
3 (माध्यिका)	12	28 (22.5 वाँ पद)
4	8	36
5	6	42
6	2	44
	$\sum F = N = 44$	

दूसरा चरण,  $(N + 1)/2$  वाँ पद ज्ञात करना

$$\text{यहाँ } N = 44$$

$$(N + 1)/2 \text{ वाँ पद} = (44 + 1)/2 \text{ वाँ पद} = 45/2 \text{ वाँ पद} = 22.5 \text{ वाँ पद}$$

संचयी आवृत्ति स्तम्भ को जाँचने से स्पष्ट है कि 22.5 वाँ पद चतुर्थ वर्ग की संचयी आवृत्ति में सम्मिलित है। अतः चतुर्थ वर्ग में स्थित पद का मान ही माध्यिका का मान है। यानि माध्यिका = 3 है।

### 5.3.6.ग. सतत श्रेणी में माध्यिका की गणना: (Median of Continuous Series):

- सर्वप्रथम यह जाँच लेते हैं कि श्रेणी अपवर्जी है या नहीं? यदि श्रेणी समावेशी है तो उसे अपवर्जी में बदल लेते हैं।

- सतत श्रेणी से माधिका ज्ञात करने के लिए प्रथम चरण में संचयी आवृत्ति का स्तंभ (Column) निर्मित करते हैं। संचयी आवृत्ति की गणना आरोही क्रम और/अथवा अवरोही क्रम में किया जा सकता है।
- संचयी आवृत्ति के आरोही या अवरोही क्रम में होने के आधार पर माधिका गणना करने का सूत्र थोड़ा भिन्न होता है।

**(a). आरोही क्रम में व्यवस्थित संचयी आवृत्ति से माधिका की गणना**

माधिका वर्ग का निर्धारण करना

जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में  $N/2$  का मान सम्मिलित होता है वह वर्ग माधिका वर्ग कहलाती है। अगले चरण में, सूत्र का प्रयोग करके माधिका का मान ज्ञात करते हैं।

$$\text{सूत्र (1). } M = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{F} \times k$$

जहाँ,  $M$  = माधिका

$L_1$  = माधिका वर्ग की निम्न सीमा है,

$N$  = अवलोकनों की कूल संख्या,

$C$  = माधिका वर्ग से पहले वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति

**नोट: आँकड़ों के आरोही या अवरोही क्रम के अनुसार  $C$  का मान तय होता है।  $C$  का मान कभी भी  $N/2$  के मान से अधिक नहीं हो सकता है अर्थात  $C \leq N/2$**

$F$  = माधिका वर्ग की आवृत्ति है, तथा

$k$  = माधिका वर्ग का विस्तार है।

$$\text{सूत्र (2). } M = L_2 - \frac{\hat{C} - N/2}{F} \times k$$

जहाँ,  $L_2$  = माधिका वर्ग की उच्च सीमा है,

$\hat{C}$  = माधिका वर्ग की संचयी आवृत्ति है,

$M, F, k$  और  $N$  पूर्व परिभाषित हैं।

**नोट: दोनों सूत्रों से माधिका का मान समान आता है।**

सतत श्रेणी से माधिका ज्ञात करने की विधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate median from the data given below-**

Mass (kg)	Frequency (F)
60-62	5
63-65	18
66-68	42
69-71	27
72-74	8
	$N = \sum F = 100$

हल:

दी गयी श्रेणी समावेशी वर्गान्तर में हैं। अतः सर्वप्रथम इसको अपवर्जी वर्गान्तर में बदला गया है— (वर्गान्तर को समावेशी से अपवर्जी में बदलने के नियम पूर्व में वर्गीकरण अध्याय में दिया गया है)

Mass (kg)	Frequency (F)
59.5 – 62.5	5
62.5 – 65.5	18
65.5 – 68.5	42
68.5 – 71.5	27
71.5 – 74.5	8

	$N = \sum F = 100$
--	--------------------

अगले चरण में, संचयी आवृत्ति की गणना करते हैं—

Mass (kg)	Frequency (F)	Cumulative Frequency
59.5 – 62.5	5	5
62.5 – 65.5	18	23 = C
65.5 – 68.5	42 = F	65 = $\hat{C}$
68.5 – 71.5	27	92
71.5 – 74.5	8	100
	$N = \sum F = 100$	

नोट: ( $N/2 = 50$ ) दूसरे वर्ग की संचयी आवृत्ति (23) से ज्यादा तथा चतुर्थ वर्ग की संचयी आवृत्ति (92) से कम है अर्थात् तीसरे वर्ग की आवृत्ति में सम्मिलित है।

अतः तीसरा वर्ग (65.5 – 68.5) माध्यिका का वर्ग है।

माध्यिका वर्ग से पूर्व के वर्ग की आवृत्ति,  $C = 23$  है।

माध्यिका वर्ग की निम्न सीमा,  $L_1 = 65.5$ , माध्यिका वर्ग का विस्तार,  $k = 3$ , तथा माध्यिका वर्ग की आवृत्ति,  $F = 42$  है।

अतः सूत्र (1). से माध्यिका की गणना:

$$L_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{F} \times k$$

$$= 65.5 + \frac{50 - 23}{42} \times 3 = 65.5 + \frac{27}{42} \times 3$$

$$= 65.5 + \frac{27}{14} = 65.5 + 1.928 = 67.428$$

सूत्र (2). माध्यिका की गणना:

$$M = L_2 - \frac{\hat{C} - N/2}{F} \times k = 68.5 - \frac{(65 - 50)}{42} \times 3 = 68.5 - \frac{15}{42} \times 3 = 68.5 - 1.071$$

$$68.5 - 1.071 = 67.428$$

(b). अवरोही क्रम में व्यवस्थित संचयी आवृत्ति से माध्यिका की गणना

इस तरह के प्रश्नों में भी दो सूत्रों का प्रयोग किया जा सकता है—

सूत्र (1):  $M = L_2 - \frac{N/2 - C}{F} \times K$ , तथा

सूत्र (2):  $M = L_1 + \frac{\hat{C} - N/2}{F} \times K$ , यहाँ,  $\hat{C}$  = माध्यिका वर्ग की संचयी आवृत्ति है।

Mass (kg)	Frequency (F)	Cumulative Frequency
-----------	---------------	----------------------

59.5 – 62.5	5	100
62.5 – 65.5	18	95
65.5 – 68.5	42 = F	77
68.5 – 71.5	27	35 = C
71.5 – 74.5	8	8
	$N = \sum F = 100$	

नोट: ( $N/2 = 50$ ) नीचे से दूसरे वर्ग की संचयी आवृत्ति (35) से ज्यादा तथा चतुर्थ वर्ग की संचयी आवृत्ति (95) से कम है अर्थात् नीचे से तीसरे वर्ग की आवृत्ति में सम्मिलित है। अर्थात् नीचे से तीसरा वर्ग (65.5 – 68.5) माधिका का वर्ग है।

$$\text{सूत्र (1) से: } M = L_2 - \frac{N/2 - C}{F} \times K = 68.5 - \frac{50 - 35}{42} \times 3$$

$$= 68.5 - \frac{15}{42} \times 3 = 68.5 - 15/14 = 68.5 - 1.071 = 67.428$$

$$\text{सूत्र (2) से: } M = L_1 + \frac{\hat{C} - N/2}{F} \times K = 65.5 + \frac{77 - 50}{42} \times 3 = 65.5 + \frac{27}{42} \times 3$$

$$= 65.5 + \frac{27}{14} = 65.5 + 1.928 = 67.428$$

### 5.3.6.घ. रेखाचित्र/संचयी आवृत्ति वक्र द्वारा माधिका की गणना (Median by Graph):

रेखाचित्र द्वारा माधिका की गणना दो तरह से की जा सकती है:

(क). किसी एक क्रम (आरोही या अवरोही) के संचयी आवृत्ति वक्र या संचयी आवृत्ति बहुभुज द्वारा,

विधि –

- ग्राफ पेपर पर X- अक्ष पर वर्गान्तर को तथा Y- अक्ष पर संचयी आवृत्तियों को रखते हैं।
- वर्गों की संख्या तथा कुल आवृत्ति को ध्यान में रखकर मूल बिन्दु का स्थान तय करते हैं।
- दोनों अक्षों पर पैमाना तय करते हैं।
- आरोही या अवरोही क्रम के अनुसार प्रत्येक वर्ग की संचयी आवृत्तियों का बिन्दु निरूपित करते हैं।
- बिन्दुओं को प्रायः स्केल से या हाथ से मिला देते हैं।

नोट: जब बिन्दुओं को हाथ से मिलाते हैं तब संचयी आवृत्ति वक्र बनता है। जब बिन्दुओं को स्केल से मिलाते हैं तब संचयी आवृत्ति बहुभुज बनता है।

- अब संचयी आवृत्ति वाले अक्ष (Y) पर कुल आवृत्ति के आधे ( $N/2$ ) मान के लिए बिन्दु (P) निरूपित करते हैं।
- अब बिन्दु P से संचयी आवृत्ति वक्र पर लम्ब डालते हैं। मान लिया कि Y- अक्ष से संचयी आवृत्ति वक्र पर डाला गया लम्ब रेखा संचयी आवृत्ति वक्र को बिन्दु F पर काटती है।
- अब बिन्दु F से X- अक्ष पर लम्ब डालते हैं।

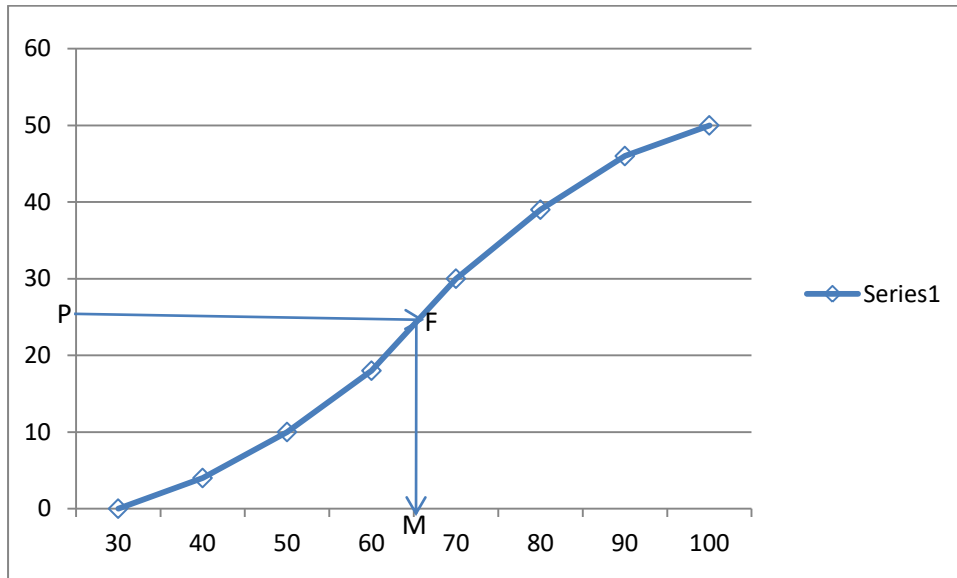


- संचयी आवृत्ति वक्र के बिन्दु F से X- अक्ष पर डाली गयी लम्ब रेखा X- अक्ष को M बिन्दु पर काटती है।
- X- अक्ष पर मूल बिन्दु से बिन्दु M तक की दूरी माप ली जाती है, यही माध्यिका का मान होता है।

संचयी आवृत्ति वक्र द्वारा माध्यिका की गणना विधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

वर्गान्तर C I	आवृत्ति Ferq	संचयी आवृत्ति C F -1	संचयी आवृत्ति C F - 2
30-40	4	4	50
40-50	6	10	46
50-60	8	18	40
60-70	12	30	32
70-80	9	39	20
80-90	7	46	11
90-100	4	50	4

चित्र संख्या: 5.3.1



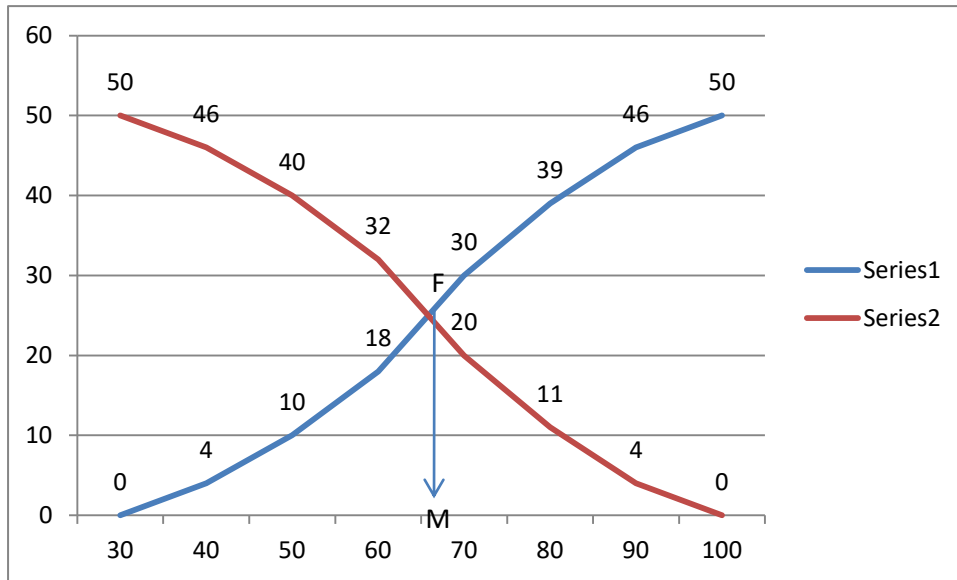
(ख). दोनों क्रम के संचयी आवृत्ति वक्रों या संचयी आवृत्ति बहुभुजों के द्वारा:

- आरोही और अवरोही दोनों क्रमों के संचयी आवृत्ति वक्रों या बहुभुजों को एक ही साथ एक ही मूल बिन्दु और पैमाने पर बनाया जाता है
- एक रेखा नीचे से ऊपर की ओर उठती है तथा दूसरी रेखा ऊपर से नीचे की ओर गिरती है।
- दोनों रेखाएँ बिन्दु (F) पर एक दूसरे को काटती हैं।
- अब बिन्दु F से X- अक्ष पर लम्ब डालते हैं।
- बिन्दु F से X- अक्ष पर डाली गयी लम्ब रेखा X- अक्ष को M बिन्दु पर काटती है।
- X- अक्ष पर मूल बिन्दु से बिन्दु M तक की दूरी माप ली जाती है, यही माध्यिका का मान होता है।

दोनों संचयी आवृत्ति वक्रों द्वारा माध्यिका की गणना विधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

वर्गान्तर C I	आवृत्ति Ferq	संचयी आवृत्ति C F –1	संचयी आवृत्ति C F – 2
30-40	4	4	50
40-50	6	10	46
50-60	8	18	40
60-70	12	30	32
70-80	9	39	20
80-90	7	46	11
90-100	4	50	4

चित्र संख्या: 5.3.2



### 5.3.6.ड. विशिष्ट समस्याएँ (Miscellaneous Problems):

- (i). जब प्रश्न में संचयी वर्गान्तर ही दिया हो तो पहले उसे सामान्य आवृत्ति वितरण में बदल लिया जाता है
- (ii). जब वर्ग विस्तार भिन्न भिन्न हो तो यथासम्भव उसे समान विस्तार वाले वर्गों में बदल लिया जाता है।
- (iii). जब दो वर्गों के बीच में अन्तर (Gap) हो तो कुछ वर्गों को आपस में मिलाकर अन्तर को समाप्त कर लिया जाता है।
- (iv). जब जब  $N/2$  प्रथम वर्ग की आवृत्तियों में सम्मिलित हो तो  $C$  का मान शून्य हो जाता है।

### 5.3.7 चतुर्थक (Quartiles):

### परिचय (Introduction):

जिस तरह से माध्यिका श्रेणी को दो भागों में बाँटता है उसी तरह से चतुर्थक श्रेणी को चार भागों में बाँटता है। श्रेणी को चार भागों में बाँटने के लिए तीन चतुर्थक (First Quartiles, Second Quartiles, Third Quartiles) का होना आवश्यक है। इनको  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  द्वारा व्यक्त किया जाता है।  $Q_2$  तथा माध्यिका का मान समान होता है क्योंकि दोनों श्रेणी के मध्य में होते हैं।

इनकी गणना करने की विधि माध्यिका की गणना विधि की तरह ही है। इसमें केवल चतुर्थक वर्ग का निर्धारण करने में थोड़ी सी सावधानी वरतनी चाहिए।

### 5.3.7.क व्यक्तिगत या खंडित श्रेणी में चतुर्थक की गणना (Quartiles in the Individual and Descrete Series):

प्रथम चतुर्थक  $(N + 1)/4$  वां पद होता है।

द्वितीय चतुर्थक  $2(N + 1)/4 = (N + 1)/2$  वां पद होता है।

तृतीय चतुर्थक  $3(N + 1)/4$  वां पद होता है।

इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Find ( $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ) from the data given below:**

X	85	70	10	75	50	42	25	40	35	20	18
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**Solution:** सबसे पहले श्रेणी को आरोही या अवरोही क्रम में सजा लेते हैं।

X	10	18	20	25	35	40	42	50	70	75	85
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

यहाँ  $N = 11$  है।

प्रथम चतुर्थक ( $Q_1$ ) =  $(N + 1)/4$  वां पद =  $(11+1)/4 = 12/4 = 3$

तीसरा पद = 20

द्वितीय चतुर्थक ( $Q_2$ ) =  $2(N + 1)/4$  वां पद =  $(N + 1)/2$  वां पद

=  $(11 + 1)/2 = 12/2 = 6$  (छठवां पद) = 40

तृतीय चतुर्थक ( $Q_3$ ) =  $3(N + 1)/4$  वां पद =  $3(11+1)/4 = 3(12)/4 = 9$

9 वां पद = 70

नोट: जब श्रेणी में पदों की संख्या सम होती है तब,  $(N + 1)/4$ ,  $2(N + 1)/4$  तथा  $3(N + 1)/4$  का मान दशमलव में आ जाता है। वैसी स्थिति में चतुर्थकों की गणना विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Find ( $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ) from the data given below:**

X	85	70	10	75	50	42	25	40	35	20	18	92
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**Solution:** सबसे पहले श्रेणी को आरोही या अवरोही क्रम में सजा लेते हैं।

X	10	18	20	25	35	40	42	50	70	75	85	92
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

यहाँ  $N = 12$  है।

प्रथम चतुर्थक ( $Q_1$ ) =  $(N + 1)/4$  वां पद =  $(12+1)/4 = 13/4 = 3.25$

3.25 वां पद का मान = तीसरा पद + (चौथा पद - तीसरा पद) / 4 =  $20 + (25 - 20)/4$   
 =  $20 + 5/4 = 20 + 1.25 = 21.25$

द्वितीयक चतुर्थक ( $Q_2$ ) =  $2(N + 1)/4$  वां पद =  $2(12+1)/4 = 26/4 = 6.5$

6.5 वां पद का मान = छठा पद + (सातवां पद - छठा पद) / 2 =  $40 + (42 - 40)/2$   
 =  $40 + 2/2 = 40 + 1 = 41$

तृतीय चतुर्थक ( $Q_3$ ) =  $3(N + 1)/4$  वां पद =  $3(12+1)/4 = 39/4 = 9.75$

9.75 वां पद का मान = नौवां पद + 3(दसवां पद - नौवां पद) / 4 =  $70 + 3(75 - 70)/4$   
 =  $70 + 15/4 = 70 + 3.75 = 73.75$

खंडित श्रेणी में चतुर्थक ज्ञात करने की विधि

खंडित श्रेणी में चतुर्थक ज्ञात करने की विधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Example: Find  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  from the data given below:**

X	10	20	30	40	50	60	70	80
F	5	13	20	80	100	32	90	60

हल: सर्वप्रथम संचयी आवृत्ति ज्ञात करते हैं।

X	F	CF
10	5	5
20	13	18
30	20	38
40	80	118
50	100	218
60	32	250
70	90	340
80	60	400
	N= 400	

$Q_1 = \{(N+1)/4\}$  वां पद का मूल्य।

$$Q_1 = \text{size of } (N+1)/4^{\text{th}} \text{ item} = (400+1)/4 = 401/4 = 100.25^{\text{th}} \text{ item}$$

= 40. (क्योंकि 40 वाले पद की संचयी आवृत्ति 118 में 100.25 भी सम्मिलित है)

$$Q_2 = \text{size of } 2(N+1)/4^{\text{th}} \text{ item} = 2(400+1)/4 = 2(401)/4$$

= 802/4 = 200.5<sup>th</sup> item = 50 (क्योंकि 50 वाले पद की संचयी आवृत्ति 218 में 200.5 भी सम्मिलित है)

$$Q_3 = \text{size of } 3(N+1)/4^{\text{th}} \text{ item} = 3(400+1)/4 = 3(401)/4$$

= 1203/4 = 300.75<sup>th</sup> item = 70 (क्योंकि 70 वाले पद की संचयी आवृत्ति 340 में 300.75 भी सम्मिलित है)

### 5.3.7.ख. सतत श्रेणी में चतुर्थ की गणना (Quartiles in the Continuous Series):

सतत श्रेणी में चतुर्थक की गणना भी माध्यिका की तरह ही किया जाता है।

सर्वप्रथम यह जाँच लेते हैं कि वर्गान्तर अपवर्जी हैं। अगर वर्गान्तर समावेशी है तो पहले उसे अपवर्जी बना लेते हैं।

इसके बाद संचयी आवृत्ति ज्ञात करते हैं।

इसके बाद चतुर्थक वर्ग को निर्धारित करते हैं। जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में  $N/4$  सम्मिलित होता है वह प्रथम चतुर्थक ( $Q_1$ ) का वर्ग होता है।

जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में  $2N/4$  सम्मिलित होता है वह द्वितीय चतुर्थक ( $Q_2$ ) का वर्ग होता है।

जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में  $3N/4$  सम्मिलित होता है वह तृतीय चतुर्थक ( $Q_3$ ) का वर्ग होता है।

इसके उपरान्त निम्नलिखित सूत्रों द्वारा चतुर्थक का मान ज्ञात करते हैं –

$$(Q_1) = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - C}{F} \times k$$

$$(Q_2) = M = L_1 + \frac{\frac{2N}{4} - C}{F} \times k$$

$$(Q_3) = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - C}{F} \times k$$

जहाँ,  $L_1$ ,  $N$ ,  $C$ ,  $F$ ,  $K$  पूर्व में माध्यिका के सूत्र की तरह ही परिभाषित है।

सतत श्रेणी में चतुर्थक की गणना विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है–

Example: Calculate Quartiles from the data given below:

C. I	00-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency	4	20	38	24	10

हल: सर्वप्रथम संचयी आवृत्ति ज्ञात करते हैं।

C. I.	F	C F
00-10	4	4
10-20	20	24
20-30	38	62
30-40	24	86
40-50	10	96
	N= 96	

प्रथम चतुर्थक के वर्ग का निर्धारण

$N/4 = 96/4 = 24$  दूसरे वर्ग की संचयी आवृत्ति में शामिल है इसलिए दूसरा वर्ग (10-20)

प्रथम चतुर्थक का वर्ग है। सूत्र से,

$$(Q_1) = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - C}{F} \times k = 10 + \frac{\frac{96}{4} - 4}{20} \times 10 = 10 + \frac{24 - 4}{20} \times 10$$

$$= 10 + \frac{20}{20} \times 10 = 10 + 10 = 20$$

तृतीय चतुर्थक के वर्ग का निर्धारण

$3N/4 = 3(96)/4 = 72$  चतुर्थ वर्ग की संचयी आवृत्ति में शामिल है इसलिए चतुर्थ वर्ग (30-40) तृतीय चतुर्थक का वर्ग है। सूत्र से,

$$(Q_3) = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - C}{F} \times k = 30 + \frac{\frac{288}{4} - 62}{24} \times 10 = 30 + \frac{72 - 62}{24} \times 10$$

$$= 30 + \frac{10}{24} \times 10 = 30 + 100/24 = 30 + 4.16 = 34.16$$

नोट: इसी तरह से द्वितीय चतुर्थक या माध्यिका का मान भी ज्ञात किया जा सकता है।

### 5.3.8. दशमक (Deciles):

दशमक किसी श्रेणी को दस भागों में बाँटता है। किसी श्रेणी को दस भागों में बाँटने के लिए 9 दशमक ( $D_1, D_2, D_3 \dots D_9$ ) दशमक की आवश्यकता होती है। इनकी गणना भी माध्यिका या चतुर्थक की ही तरह की जाती है।

व्यक्तिगत और खंडित श्रेणियों में दशमक की गणना

प्रथम दशमक ( $D_1$ ) =  $(N+1)/10$  वां पद होता है।

द्वितीयक दशमक ( $D_2$ ) =  $2(N+1)/10$  वां पद होता है।

तृतीय दशमक ( $D_3$ ) =  $3(N+1)/10$  वां पद होता है।

... इसी तरह क्रमशः

अंतिम दशमक ( $D_9$ ) =  $9(N+1)/10$  वां पद होता है।

**सतत श्रेणियों में दशमक की गणना**

प्रथम दशमक ( $D_1$ ) के वर्ग का निर्धारण  $(N)/10$  के मान से होता है।  $(N)/10$  का मान जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में सम्मिलित होता है वह वर्ग प्रथम दशमक का वर्ग होता है।

द्वितीयक दशमक ( $D_2$ ) के वर्ग का निर्धारण  $2(N)/10$  के मान से होता है।  $2(N)/10$  का मान जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में सम्मिलित होता है वह वर्ग द्वितीयक दशमक का वर्ग होता है।

इसी तरह से क्रमशः

अंतिम दशमक ( $D_9$ ) के वर्ग का निर्धारण  $9(N)/10$  के मान से होता है।  $9(N)/10$  का मान जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में सम्मिलित होता है वह वर्ग नौवें दशमक का वर्ग होता है।

एक बार दशमक के वर्ग का निर्धारण हो जाने पर सूत्र के प्रयोग द्वारा दशमक का मान ज्ञात कर लिया जाता है। सूत्र,

$$(D_1) = L_1 + \frac{\frac{N}{10} - C}{F} \times k$$

$$(D_2) = L_1 + \frac{\frac{2N}{10} - C}{F} \times k$$

---

$$(D_9) = L_1 + \frac{\frac{9N}{10} - C}{F} \times k$$

जहाँ,  $L_1, N, C, F, K$  पूर्व परिभाषित शब्द हैं।

### **5.3.9. शतमक (Percentiles):**

शतमक (Percentiles): शतमक किसी श्रेणी को सौ भागों में बाँटता है। किसी श्रेणी को सौ भागों में बाँटने के लिए 99 शतमक ( $P_1, P_2, P_3 \dots P_{99}$ ) शतमक की आवश्यकता होती है। इनकी गणना भी माध्यिका, चतुर्थक या दशमक की ही तरह की जाती है।

**व्यक्तिगत और खंडित श्रेणियों में शतमक की गणना**

प्रथम शतमक ( $P_1$ ) =  $(N+1)/100$  वां पद होता है।

द्वितीयक शतमक ( $P_2$ ) =  $2(N+1)/100$  वां पद होता है।

तृतीय शतमक ( $P_3$ ) =  $3(N+1)/100$  वां पद होता है।

... इसी तरह क्रमशः

अंतिम शतमक ( $P_{99}$ ) =  $99(N+1)/100$  वां पद होता है।

**सतत श्रेणियों में शतमक की गणना**

प्रथम शतमक ( $P_1$ ) के वर्ग का निर्धारण  $(N)/100$  के मान से होता है।  $(N)/100$  का मान जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में सम्मिलित होता है वह वर्ग प्रथम शतमक का वर्ग होता है।

द्वितीयक शतमक ( $P_2$ ) के वर्ग का निर्धारण  $2(N)/100$  के मान से होता है।  $2(N)/100$  का मान जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में सम्मिलित होता है वह वर्ग द्वितीयक शतमक का वर्ग होता है।

इसी तरह से क्रमशः

अंतिम शतमक ( $P_{99}$ ) के वर्ग का निर्धारण  $99(N)/100$  के मान से होता है।  $99(N)/100$  का मान जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में सम्मिलित होता है वह वर्ग निम्नानुवेवां शतमक का वर्ग होता है।

एक बार शतमक के वर्ग का निर्धारण हो जाने पर सूत्र के प्रयोग द्वारा शतमक का मान ज्ञात कर लिया जाता है। सूत्र,

$$(P_1) = L_1 + \frac{\frac{N}{100} - C}{F} \times k$$

$$(P_2) = L_1 + \frac{\frac{2N}{100} - C}{F} \times k$$

.....इसी तरह अंतिम शतमक,

---


$$(P_{99}) = L_1 + \frac{\frac{99N}{100} - C}{F} \times k$$

जहाँ,  $L_1, N, C, F, K$  पूर्व परिभाषित शब्द हैं।

नोट: प्रतियोगी परीक्षाओं के परिणाम प्रायः (Percentile) शतमक में आते हैं। यदि कोई प्रतिभागी 99 Percentile से अधिक वाले वर्ग में आता है इसका मतलब यह हुआ कि वह अधिकतम अंक प्राप्त करने वाले 1 % प्रतिभागियों में शामिल है। प्रायः **लोग Percentage और Percentile को एक समझाने की भूल कर देते हैं।**

### 5.3.10 बहुलक/भूयिष्ठक (Mode):

#### परिचय (Introduction):

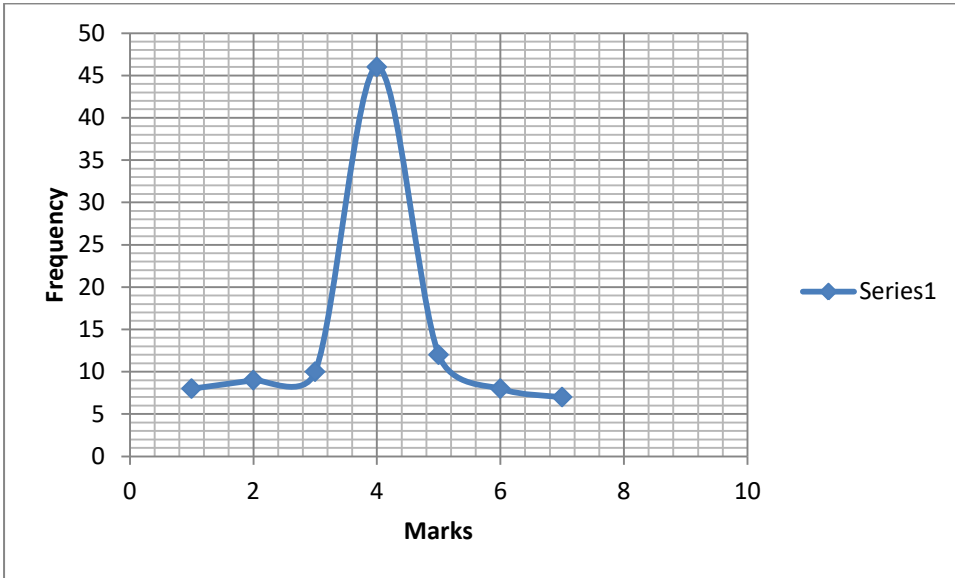
समंकमाला में जो पद सबसे अधिक बार आता है अर्थात् जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक होती है उसे बहुलक कहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि 50 विद्यार्थियों में से 30 विद्यार्थी 80 अंक प्राप्त करते हैं तब श्रेणी का बहुलक 80 है। बहुलक को अंग्रेजी के Z अक्षर द्वारा सूचित किया जाता है।

कोई श्रेणी एकल बहुलक, अनेक बहुलक एवं बहुलक रहित भी हो सकती है। इस बात को निम्नलिखित चित्रों के माध्यम से दर्शाया गया है—

(क). एकल बहुलक: इस तरह की आवृत्ति वितरण का रेखचित्र बनाने पर केवल एक ही शीर्ष बनता है।

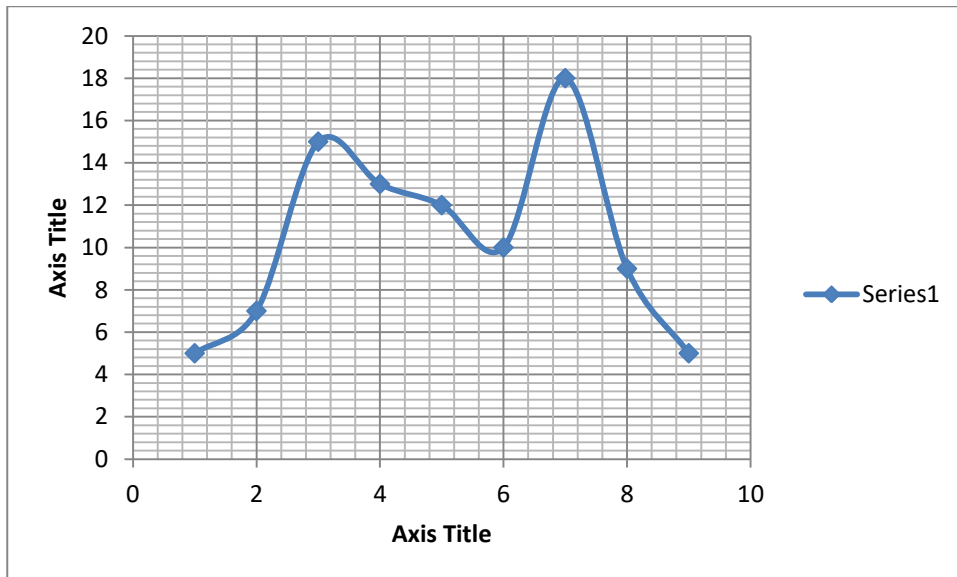
चित्र संख्या: (5.3.3)





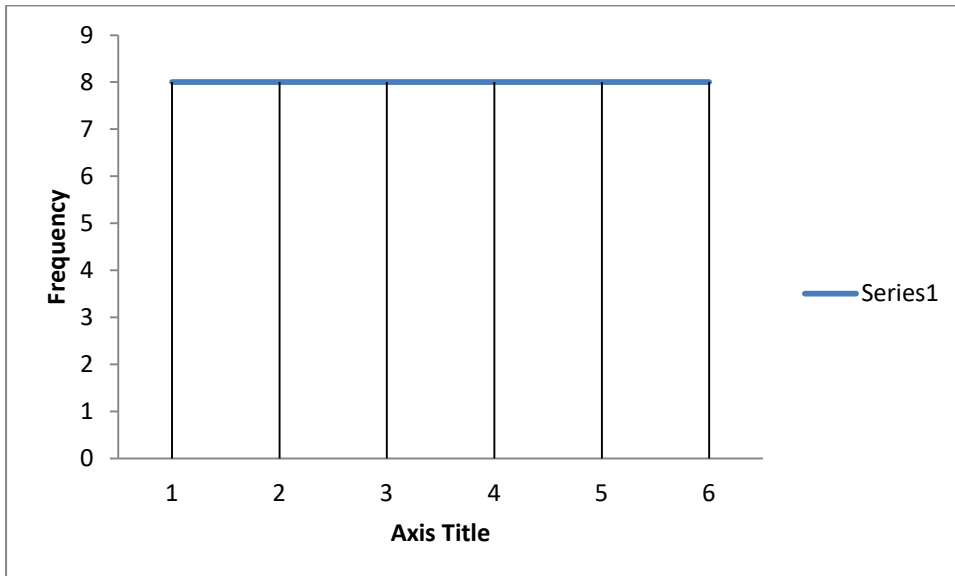
(ख). एक से अधिक बहुलक: इस तरह की आवृत्ति वितरण का रेखचित्र बनाने पर एक से अधिक शीर्ष बनता है।

चित्र संख्या: (5.3.4)



(ग). बहुलक रहित: इस तरह के आवृत्ति वितरण का रेखचित्र बनाने पर केवल कोई शीर्ष नहीं बनता है।

चित्र संख्या: (5.3.5)



### 5.3.10.क. व्यक्तिगत श्रेणी में बहुलक की गणना (Calculation of Mode in the Individual Series):

व्यक्तिगत श्रेणी में जिस पद की आवृत्ति सबसे अधिक होती है उस पद का मान ही बहुलक का मान होता है। इसे सामान्य निरीक्षण द्वारा या श्रेणी को क्रमशः व्यवस्थित करके ज्ञात किया जा सकता है। इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**(Example):** किसी कक्षा के 10 विद्यार्थियों की आयु क्रमशः 12, 13, 14, 15, 15, 15, 16, 17, 18, 19 है। बहुलक ज्ञात करें।

**हल:** उपरोक्त श्रेणी में स्पष्ट है कि सबसे अधिक 3 विद्यार्थियों की आयु 15 वर्ष है अर्थात् श्रेणी में बहुलक का मान 15 है।

**नोट:** यदि श्रेणी में सभी पदों की बारम्बारता समान हो तो कहा जा सकता है कि श्रेणी में कोई बहुलक नहीं है।

### 5.3.10.ख. समूहीकरण द्वारा बहुलक की गणना (Calculation of Mode by Grouping):

सामान्यतः खंडित अथवा सतत श्रेणियों में भी बहुलक की गणना अधिकतम आवृत्ति के निरीक्षण के आधार पर किया जा सकता है। भ्रम की स्थिति में समूहीकरण (Grouping) की प्रक्रिया द्वारा बहुलक पद का मान ज्ञात किया जाता है।

**भ्रम की स्थिति में समूहीकरण (Grouping) के लिए निम्नलिखित चरण अपनाते हैं—**

प्रथम चरण में सात स्तंभों वाली एक तालिका बनाते हैं। प्रथम स्तंभ में पदों को रखते हैं। दूसरे स्तंभ (i) में आवृत्तियों को रखते हैं। शेष पांच स्तंभों में आवृत्तियों का समूहीकरण किया जाता है।

स्तंभ (ii) में प्रारम्भ से दो-दो आवृत्तियों को आपस में जोड़ते हैं।

स्तंभ (iii) में ऊपर से एक आवृत्ति को छोड़ते हुए दो-दो आवृत्तियों को आपस में जोड़ते हैं।

स्तंभ (iv) में प्रारम्भ से तीन-तीन आवृत्तियों को आपस में जोड़ते हैं।

स्तंभ (v) में ऊपर से एक आवृत्ति को छोड़ते हुए तीन-तीन आवृत्तियों को आपस में जोड़ते हैं।

स्तंभ (vi) में ऊपर से दो आवृत्तियों को छोड़ते हुए तीन-तीन आवृत्तियों को आपस में जोड़ते हैं।

**अगले चरण** में स्तंभ (i) से लेकर स्तंभ (vi) तक में अवस्थित सबसे बड़ी व्यक्तिगत और सामूहिक आवृत्तियों को चिन्हित करते हैं।

**अगले चरण** में एक विश्लेषण सारणी का निर्माण करते हैं जिससे यह पता चलता है कि किस पद की आवृत्ति सबसे अधिक बार इन चिन्हित आवृत्तियों में शामिल है। जिस पद/वर्ग की आवृत्ति सबसे अधिक बार चिन्हित आवृत्तियों में शामिल होती है वही पद/वर्ग बहुलक कहलाता है।

**समूहीकरण विधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—**

**Example:** निम्नलिखित आंकड़ों के आधार पर बहुलक ज्ञात करें।

लौकी का आकार (इंच में)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
आवृत्तियाँ	3	8	10	12	16	14	10	6	18	4	5	5

**हल:** उपरोक्त सारणी में 6 इंच के 16 लौकियाँ हैं तथा 10 इंच के 18 लौकियाँ हैं। आवृत्ति 16 के दोनों तरफ बड़ी संख्याएँ 12 तथा 14 हैं तबकि 18 के दोनों तरफ अपेक्षाकृत छोटी संख्याएँ 6 और 4 हैं। अतः भ्रम की स्थिति को समाप्त करने के लिए, समूहीकरण विधि का प्रयोग इस प्रकार किया गया है—

**प्रथम चरण: आवृत्तियों का समूहीकरण:**

Si	Fr	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
Ze	(i)	.....	.....	.....	.....	.....
3	8					
4	10	8 + 10 = 18				
5	12		10+12=22	8+10+12=30	10+12+16=(38)	
6	16	12+16=(28)				12+16+14=(42)
7	14		16+14=(30)	16+14+10=(40)		
8	10	14+10=24			14+10+8=32	
9	8		8 + 10 = 18			10+8+17=35
10	(17)	8 + 17 = 25		8+17+5=30		
11	5		17+5=22			
12	4	5 + 4 = 9			17+5+4=26	

**द्वितीय चरण: समूहीकरण का विश्लेषण:**

Columns	Size of Items Containing Maximum Frequency										
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
I								√			
II			√	√							
III				√	√						
IV				√	√	√					

V		√	√	√						
VI			√	√	√					
Total	0	1	3	5	3	1	0	1	0	0

उपरोक्त विश्लेषण सारणी से स्पष्ट है कि चौथे पद, 6 की आवृत्तियाँ सबसे अधिक 5 बार चिन्हित अधिकतम आवृत्तियों के समूह में शामिल है। अर्थात् पद 6 ही बहुलक का मान है।

**5.3.10.ग. सतत श्रेणी में बहुलक की गणना: (Calculation of Mode in the Continuous Series):**

सतत श्रेणी में बहुलक ज्ञात करने से पूर्व तय कर लेना चाहिए कि श्रेणी अपवर्जी वर्गान्तर वाला है। यदि श्रेणी के वर्गान्तर समावेशी हो तो पहले उसे बदलकर अपवर्जा बना लेते हैं। कभी कभी प्रश्न में संचयी आवृत्ति वितरण दिया रहता है उस स्थिति में पहले सामान्य आवृत्ति वितरण बना लिया जाता है। यह विधि पूर्व में वर्गीकरण वाले अध्याय में बतायी गयी है।

सतत श्रेणी में बहुलक की गणना के लिए भी समूहीकरण और विश्लेषण सारणी द्वारा बहुलक वर्ग को चिन्हित किया जाता है। बहुलक वर्ग की दोनों सीमाओं के अन्तर्गत बहुलक का मान ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करते हैं—

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times K$$

जहाँ,  $Z$  = बहुलक,

$L_1$  = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा,

$f_0$  = बहुलक वर्ग से पूर्व वाले वर्ग की आवृत्ति,

$f_1$  = बहुलक वर्ग की आवृत्ति,

$f_2$  = बहुलक वर्ग के बाद वाले वर्ग की आवृत्ति, तथा

$K$  = बहुलक वर्ग का विस्तार है।

सतत श्रेणी से बहुलक ज्ञात करने की विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

Example: निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक ज्ञात करें।

<b>C. I.</b>	<b>0-10</b>	<b>10-20</b>	<b>20-30</b>	<b>30-40</b>	<b>40-50</b>
<b>Frequency</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>2</b>

हल: आवृत्ति वितरण सामान्य है तथा वर्गान्तर अपवर्जी है।

प्रथम चरण: समूहीकरण

C. I.	Fr (i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
		.....	.....	.....	.....	.....
0-10	2	2+5 = 7				
10-20	5		5+7=(12)	2+5+7=(14)		
20-30	(7)	7+5=(12)			5+7+5=(17)	
30-40	5					7+5+2=(14)
40-50	2	2+4 = 6	5 + 2 = 7	5+2+4=11		
50-60	4					

द्वितीय चरण: विश्लेषण सारणी:

Columns						
	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
I			√			
Ii			√	√		
Iii		√	√			
Iv	√	√	√			
Vi		√	√	√		
vi			√	√	√	
total	1	3	6	3	1	0

उपरोक्त विश्लेषण से स्पष्ट है कि तीसरा वर्ग (20-30) की आवृत्तियाँ सबसे अधिक 6 बार चिन्हित अधिकतम सामूहिक आवृत्तियों में शामिल है। अर्थात् तीसरा वर्ग (20-30) बहुलक का वर्ग है। अब सूत्र से बहुलक का मान ज्ञात किया जाता है—

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times K$$

$$= 20 + \frac{7-5}{2 \times 7 - 5 - 5} \times 10 = 20 + \frac{2}{14-10} \times 10$$

$$Z = 20 + \frac{2}{4} \times 10 = 20 + \frac{20}{4} = 20+5 = 25.$$

**5.3.10.घ. रेखाचित्र द्वारा बहुलक का निर्धारण: (Determination of Mode by Graph):**

बहुलक का निर्धारण आयत चित्र बनाकर भी किया जाता है। निम्नलिखित उदाहरण में बहुलक का निर्धारण रेखाचित्र द्वारा किया गया है—

Example: दिए गए आंकड़ों से रेखाचित्र द्वारा बहुलक का मान ज्ञात करें।

CI	Fre.
30-40	4
40-50	6
50-60	8
60-70	12
70-80	9
80-90	7
90-100	4

रेखाचित्र द्वारा बहुलक ज्ञात करने के लिए महत्वपूर्ण चरण निम्नलिखित हैं—

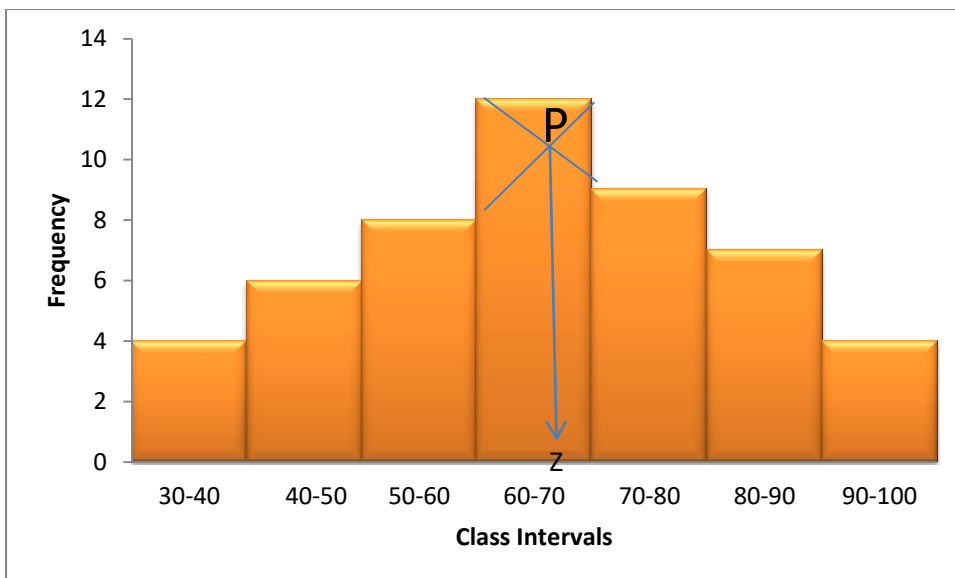
**प्रथम चरण:** दिए गए सारणी से आयत चित्र बनाते हैं।

सबसे अधिक उच्चाई वाला आयत बहुलक वर्ग का प्रतिनिधित्व करता है।

**द्वितीय चरण:** बहुलक वर्ग से सटे दोनों तरफ के आयतों के शीर्ष से बहुलक वर्ग की आयत की शीर्ष तक दो रेखाएँ इस तरह से खींचते हैं कि वे एक दूसरों को **P बिन्दु** पर काटते हैं।

अब **P बिन्दु** से **X- अक्ष** के **Z बिन्दु** पर लम्ब खींचते हैं।

मूल बिन्दु से **Z बिन्दु** तक की दूरी को माप लेते हैं। यही बहुलक का मान होता है।



### 5.3.10.ड. विशिष्ट समस्याएँ (Miscellaneous Problems):

● सामान्यतः श्रेणी आरोही क्रम में होते हैं तथा बहुलक वर्ग की आवृत्ति इससे सटे पूर्व और बाद के वर्गों की आवृत्तियों से अधिक होती है। एसी स्थिति में बहुलक ज्ञात करने के लिए उपरोक्त वर्णित सूत्र,

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times K \quad \text{का प्रयोग किया जाता है।}$$

- जब श्रेणी अवरोही क्रम में होते हो तथा बहुलक वर्ग की आवृत्ति इससे सटे पूर्व और बाद के वर्गों की आवृत्तियों से अधिक होती है। एसी स्थिति में बहुलक ज्ञात करने के लिए उपरोक्त वर्णित सूत्र,

$$Z = L_2 - \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times K \text{ का प्रयोग किया जाता है।}$$

नोट: अवरोही क्रम के वर्गान्तर की स्थिति में  $f_0, f_1, f_2$  का क्रम उलट जाता है।

- जब श्रेणी आरोही क्रम में होते हैं पर बहुलक वर्ग की आवृत्ति इससे सटे पूर्व या/और बाद के वर्गों की आवृत्तियों से कम होती है। एसी स्थिति में बहुलक ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करते हैं:

$$Z = L_1 + \frac{f_2}{f_2 + f_0} \times K$$

- जब श्रेणी अवरोही क्रम में होता है पर बहुलक वर्ग की आवृत्ति इससे सटे पूर्व या/और बाद के वर्गों की आवृत्तियों से कम होती है तब सूत्र

$$Z = L_2 - \frac{f_2}{f_2 + f_0} \times K \text{ का प्रयोग किया जाता है।}$$

- जब प्रथम या अंतिम वर्ग बहुलक का वर्ग होता है तो क्रमशः  $f_0$  तथा  $f_2$  को शून्य मान लिया जाता है।

- कभी कभी समूहीकरण के बावजूद एक से अधिक वर्ग की आवृत्ति चयनित अधिकतम समूही आवृत्तियों में समान रूप से अधिकतम बार शामिल हो जाती है। तब अन्तिम रूप से बहुलक वर्ग के निर्धारण के लिए घनत्व परीक्षण किया जाता है। विवादित वर्ग में से जिस वर्ग के आस पास के वर्गों की आवृत्तियाँ अपेक्षाकृत बड़ी होती है उस वर्ग का चुनाव बहुलक वर्ग के रूप में किया जाता है। इसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

C. I.	Frequency
00-10	10
10-20	8
20-30	18
30-40	8
40-50	10
50-60	18
60-70	4

उपरोक्त तालिका में स्पष्ट है कि तृतीय और पंचम वर्ग की आवृत्ति समान है। एसी स्थिति में घनत्व परीक्षण निम्न प्रकार से किया जाता है—

दूसरे, तीसरे और चौथे वर्ग की आवृत्तियों का योग  $(8+18+8) = 34$ , तथा

चौथे, पांचवें और छठे वर्ग की आवृत्तियों का योग  $(10+18+4) = 32$  है।

अर्थात् तीसरे वर्ग के आस पास आवृत्तियों का घनत्व अपेक्षाकृत अधिक है इसलिए तीसरा वर्ग बहुलक का वर्ग है।

- यदि वर्गों का विस्तार असमान हो तो यथासम्भव उसे सामान्य विस्तार वाले वर्गों में बदल लेना चाहिए।

### 5.3.11. माध्य, माध्यिका और बहुलक के तुलनात्मक गुण दोष (Comparative Merits and Demerits of Mean, Median and Mode):

केन्द्रीय प्रवृत्ति की विभिन्न मापों की गणना विधियों को जान लेने के बाद हम उनकी खूबियों/खामियों की तुलना कर सकते हैं। माध्य एक गणितीय औसत (Mathematical Average) है जिसकी गणना में श्रेणी के सभी पदों का उपयोग होता है। इसके विपरीत माध्यिका और बहुलक स्थानिक औसत (Positional Average) हैं जिनकी गणना में महज विशिष्ट पदों का उपयोग होता है। केन्द्रीय प्रवृत्ति की तीनों मापों की कुछ विशेषताएँ और कमियाँ निम्नलिखित हैं—

#### (i). समांतर माध्य के गुण दोष (Merits and Demerits of Arithmetic Mean):

गुण (Merits)	खामियाँ (Demerits)
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. माध्य की गणना में सभी पदों का उपयोग होता है।</li> <li>2. यह समस्त श्रेणी का प्रतिनिधित्व करता है।</li> <li>3. माध्य से विचलनों का योग शून्य होता है। <math>\sum x = \sum (X - \bar{X}) = 0</math></li> <li>4. समग्र के कई नमूनों के माध्यों का माध्य समग्र के माध्य के बराबर होता है।</li> <li>5. माध्य के आधार पर दो या अधिक श्रेणियों में तुलना किया जाता है।</li> <li>6. कई श्रेणियों के माध्यों के आधार पर सामूहिक माध्य की गणना की जा सकती है।</li> <li>7. माध्य का प्रयोग आगे की सांख्यिकीय विश्लेषणों में व्यापक रूप से किया जाता है।</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. माध्य के मान पर कुछ अति बड़े आकार के पदों का प्रभाव होता है।</li> <li>2. यदि श्रेणी के वर्ग खुले सीरे के हों तो माध्य की गणना सम्भव नहीं है।</li> <li>3. अगर श्रेणी का कोई पद अज्ञात हो तो माध्य की गणना सम्भव नहीं है।</li> <li>4. गणित का ज्ञान न रहने पर माध्य की गणना कठिन है।</li> </ol>

#### (ii). माध्यिका के गुण दोष (Merits and Demerits of Median):

गुण (Merits)	खामियाँ (Demerits)
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. माध्यिका किसी श्रेणी को दो भागों में बाँटता है।</li> <li>2. माध्यिका से परम (Absolute) विचलनों का योग सबसे कम होता है।</li> <li>3. माध्यिका की गणना करना अपेक्षाकृत आसान होता है। इसकी गणना संचयी आवृत्ति वक्रों द्वारा भी किया जा सकता है।</li> <li>4. माध्यिका के मान पर कुछ अति बड़े आकार के पदों का प्रभाव नहीं होता है।</li> <li>5. यदि श्रेणी के वर्ग खुले सीरे के हों तो भी माध्यिका की गणना सम्भव है।</li> <li>6. श्रेणी के कुछ अज्ञात पदों के साथ भी माध्यिका का मान ज्ञात किया जा सकता है।</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. माध्यिका की गणना में सभी पदों का उपयोग नहीं होता है।</li> <li>2. यह समस्त श्रेणी का प्रतिनिधित्व नहीं करता है।</li> <li>3. माध्यिका का प्रयोग आगे की सांख्यिकीय विश्लेषणों में व्यापक रूप से नहीं किया जाता है।</li> <li>4. माध्यिका के आधार पर दो या अधिक श्रेणियों की तुलना नहीं की जा सकती।</li> <li>5. कई श्रेणियों की माध्यिकाओं के आधार पर सामूहिक माध्यिका की गणना नहीं की जा सकती है।</li> </ol>



**(iii). बहुलक के गुण दोष (Merits and Demerits of Mode):**

गुण (Merits)	खामियाँ (Demerits)
<ol style="list-style-type: none"><li>1. बहुलक किसी श्रेणी में सबसे अधिक बार आने वाले पद का प्रतिनिधित्व करता है।</li><li>2. बहुलक की गणना करना अपेक्षाकृत आसान होता है। इसकी गणना आयत चित्र द्वारा भी किया जा सकता है।</li><li>3. बहुलक के मान पर कुछ अति बड़े आकार के पदों का प्रभाव नहीं होता है।</li><li>4. यदि श्रेणी के वर्ग खुले शिरे के हों तो भी बहुलक की गणना सम्भव है।</li><li>5. श्रेणी के कुछ अज्ञात पदों के साथ भी बहुलक का मान ज्ञात किया जा सकता है।</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. बहुलक की गणना में सभी पदों का उपयोग नहीं होता है।</li><li>2. यह समस्त श्रेणी का प्रतिनिधित्व नहीं करता है।</li><li>3. बहुलक का प्रयोग आगे की सांख्यिकीय विश्लेषणों में व्यापक रूप से नहीं किया जाता है।</li><li>4. बहुलक के आधार पर दो या अधिक श्रेणियों की तुलना नहीं की जा सकती।</li><li>5. कई श्रेणियों की बहुलकों के आधार पर सामूहिक बहुलक की गणना नहीं की जा सकती है।</li></ol>

**5.3.12 सारांश:**

समंकमाला के अधिकांश पद जहाँ पर केन्द्रित होते हैं उसे समंकमाला का केन्द्र कहते हैं। केन्द्रीय प्रवृत्ति की मुख्यतः तीन सांख्यिकीय मापें: माध्य, माध्यिका और बहुलक हैं। माध्य गणितीय और जबकि माध्यिका और बहुलक स्थानिक मापें हैं। माध्य की गणना में श्रेणी के सभी पदों को शामिल किया जाता है जबकि माध्यिका और बहुलक की गणना में कुछ विशिष्ट पदों को ही शामिल किया जाता है। इसलिए आगे की सांख्यिकी क्रियाओं के लिए माध्य का ही ज्यादातर उपयोग किया जाता है।

**5.3.13 अभ्यास के प्रश्न (Exercise)**

(1). समंक माला की केन्द्रीय प्रवृत्ति से आप क्या समझते हैं? (What do you mean by central tendency of a data series.)

(2). केन्द्रीय प्रवृत्ति की विभिन्न मापों की खुबियों एवं खामियों को बतायें। (Describe merits and demerits of different measures of central tendency.)

(3). Find the geometric mean of the numbers

(a). 3, 5, 8, 3, 7, 2 and (b). 28.5, 73.6, 47.2, 31.5, 64.8

Answer: (a). 4.14 and (b). 45.8

(4). अगर किसी अस्तु की कीमत चार सालों में दुगनी हो गयी तो (a). साधारण वार्षिक वृद्धि दर तथा (b). वार्षिक चक्रवृद्धि दर ज्ञात करें।

Answer: (a). 25 % and (b). 18.9 %

(5). Compute mean median and mode from following data:

class	Frequency
5 – 7	4
7 – 9	8
9 – 11	12
11 – 13	8
13 – 15	5
15 - 17	2

(Answer mean = 10.41; median = 10.25; mode = 10)

(6). Compute mean median and mode from following data:

Class	frequency
90 and under 440	9
440 and under 790	11
790 and under 1140	10
1140 and under 1490	8
1490 and under 1840	4
1840 and under 2190	3
2190 and under 2540	5

(Answer: mean = 1077; median = 965; mode = 673.33)

(7). Following table shows a frequency distribution of marks on a final examination in statistics.

Find the quartiles of the distributions and interpret them properly.

Marks	Number of Students
30 – 39	1
40 – 49	3
50 – 59	11
60 – 69	21
70 – 79	43
80 – 89	32
90 - 100	9

( Answer:  $Q_1 = 67$ ,  $Q_2 = 75$ ,  $Q_3 = 83$ )

Interpretation: 25 % scored 67 or lower marks (or 75 % scored 67 or higher marks)

50 % scored 75 or lower marks (or 50 % scored 75 or higher marks)

75 % scored 83 or lower marks (or 27 % scored 83 or higher marks)

(8). Find the missing frequency if arithmetic mean is 52 from following data:

Marks	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 - 70	70 – 80
Freq.	5	3	4	?	2	6	13

Answer: 7

(9). क्रिकेट के एक समूह के 10 खिलाड़ियों का औसत स्कोर 63 रन है तथा दूसरे समूह के 10 खिलाड़ियों का औसत 77 रन है। समस्त खिलाड़ियों का औसत स्कोर ज्ञात कीजिए।

उत्तर: 70 रन.

(10). किसी विद्यार्थी के पांच विषयों में प्राप्त अंकों का औसत 15 है। उसने चार विषयों में क्रमशः 8, 12, 18 और 9 अंक हैं तो पांचवें विषय में कितना अंक है?

उत्तर: 28 अंक.

(11). निम्नलिखित समकों से माध्य, माध्यिका और बहुलक की गणना करें।

टंक	छात्रों की संख्या
10 से कम	12
20 से कम	26
30 से कम	40
40 से कम	58
50 से कम	80
60 से कम	110
70 से कम	138
80 से कम	150

उत्तर: माध्य 44.07, माध्यिका 47.73, बहुलक 55.05

(12). निम्नलिखित समकों से बहुलक की गणना करें।

टंक	छात्रों की संख्या
10 से कम	15
20 से कम	35
30 से कम	60
40 से कम	84
50 से कम	96
60 से कम	127
70 से कम	198
80 से कम	250

उत्तर: बहुलक: 66.78

(13). 100 विद्यार्थियों का औसत प्राप्तांक 40 था। बाद में पता चला कि गणना में त्रुटि हुयी थी और एक विद्यार्थी का प्राप्तांक 53 की जगह गलती से 83 जुड़ गया था। सही औसत ज्ञात करें।

उत्तर: बहुलक: 39.7

#### 5.3.14. उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). "Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians", Charles Scribner's Sons, New York.

Francis A. (1998). "Business Mathematics and Statistics", Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). "Business Statistics and Business Mathematics", Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), "Statistics", Schaum's Outlines, Tata Mc Graw Hill Education PPrivate Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) "Statistics", Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (20099). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (19700). "Statistics An Introductory Analysis", Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

### परिशिष्ट: 5.3

#### उदाहरण द्वारा सीखें (Learn by Examples):

Example (): Find Mean, Median and Mode from the data given below:

85, 76, 93, 82, 96.

Solution: Arithmetic Mean ( $\bar{X}$ ) =  $\frac{85+76+93+82+96}{5} = \frac{432}{5} = 86.4$

Median (M) of 76, 82, 85, 93, 96 = 85

Mode (Z) = Non (क्योंकि प्रत्येक समंक की आवृत्ति समान है)

Example (): किसी कक्षा के 250 विद्यार्थियों का औसत वजन 60 किलोग्राम है। लड़कों का औसत वजन 70 किलोग्राम तथा लड़कियों का औसत वजन 50 किलोग्राम है तो कक्षा में लड़कों और लड़कियों की संख्या ज्ञात करें।

हल: मान लिया कि कक्षा में लड़कों की संख्या x है। तब लड़कियों की संख्या (250 - x) है।

प्रश्न से,  $\frac{70x+(250-x)50}{250} = 60$  या,  $70x + 12500 - 50x = 250 \times 60 = 15000$

or,  $20x = 15000 - 12500 = 2500$

$\therefore x = 2500/20 = 125$  लड़के

And,  $(250 - x) = 250 - 125 = 125$  लड़कियाँ

Example (): 25 मूल्यों का औसत 78.5 था। बाद में ज्ञात हुआ कि गणना के समय एक मूल्य गलती से 96 की जगह 69 पढ़ लिया गया था। सही औसत की गणना करें।

हल: त्रुटि सहित 25 मूल्यों का कुल योग =  $25 \times 78.5 = 1962.5$

त्रुटि रहित 25 मूल्यों का कुल योग =  $(25 \times 78.5) + 96 - 69 = 1962.5 + 96 - 69 = 1989.5$

त्रुटि रहित 25 मूल्यों का औसत =  $1989.5/25 = 79.58$

• अज्ञात आवृत्तियों को ज्ञात करना (Find the missing Frequencies):

Example (): निम्नलिखित आवृत्ति वितरण की अज्ञात आवृत्ति को ज्ञात करें जबकि श्रेणी का माध्य 67.45 है।

Class	60 – 62	63 – 65	66 – 68	68 – 71	72 – 74
Frequency	15	54	?	81	24

Solution:

Class	Freq. F	Midpoint X	FX
60 – 62	15	61	$15 \times 61 = 915$
63 – 65	54	64	$64 \times 54 = 3456$
66 – 68	f	67	$f \times 67 = 67.f$
68 – 71	81	69.5	$81 \times 69.5 = 5629.5$
72 – 74	24	73	$24 \times 73 = 1752$
Total	$174 + f$		$11752.5 + 67.f$

$$\bar{X} = \frac{\sum FX}{\sum F} = \frac{11752.5 + 67.f}{174 + f} = 67.45$$

$$\text{Or, } 67.45 (174 + f) = 11752.5 + 67.f$$

$$\text{Or, } 11736.3 + 67.45.f = 11752.5 + 67.f$$

$$\text{Or, } 11736.3 - 11752.5 = 67.f - 67.45.f$$

$$\text{Or, } -16.2 = -0.45.f$$

$$\text{Or, } f = \frac{-16.2}{-0.45} = 36$$

Check

Class	Freq. F	Midpoint X	FX
60 – 62	15	61	$15 \times 61 = 915$
63 – 65	54	64	$64 \times 54 = 3456$
66 – 68	36	67	$36 \times 67 = 2412$
68 – 71	81	69.5	$81 \times 69.5 = 5629.5$
72 – 74	24	73	$24 \times 73 = 1752$
Total	210		14164.5

$$\bar{X} = \frac{\sum FX}{\sum F} = \frac{14164.5}{210} = 67.45$$

Example (): An incomplete distribution is given below whose median is 46. Find the missing frequencies.

Class	Freq.
10 – 20	12
20 – 30	30
30 – 40	?
40 – 50	65
50 – 60	?
50 – 60	25
70 – 80	18
Total	299

Solution:

Class	Freq.	Cumulative Frequency
10 – 20	12	12
20 – 30	30	42
30 – 40	X	42 + X – (C)
40 – 50	65 – (f)	107 + X
50 – 60	Y	107 + X + Y
60 – 70	25	132 + X + Y
70 – 80	18	150 + X + Y
Total	299	

$$150 + X + Y = 299$$

$$\text{Or, } X + Y = 149 \dots (1).$$

From question, M = 46

Thus median class is 40 – 50 and its frequency is 65.

From the formula of median,

$$M = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times i$$

$$\text{Or, } 46 = 40 + \frac{149.5 - (42 + X)}{65} \times 10 = 40 + \frac{149.5 - 42 - X}{65} \times 10$$

$$\text{Or, } 46 - 40 = \frac{149.5 - 42 - X}{65} \times 10$$

$$\text{Or, } (6/10) 65 = 107.5 - X$$

$$\text{Or, } 39 = 107.5 - X$$

$$\text{Or, } X = 107.5 - 39 = 68.5 \approx 69$$

From eq (1),  $X + Y = 149$

$$\text{Or, } 69 + Y = 149 \therefore Y = 149 - 69 = 80$$

$$X = 69 \text{ and } Y = 80$$

Example ( ): Calculate arithmetic mean from the data given below:

Marks	No. of students
More than 70	7
„ 60	18
„ 50	40
„ 40	40
„ 30	63
„ 20	70

Solution:

Marks	No. of students	Class	Freq. (F)	Midpoint (X)	F.X
More than 70	7	70 – 80	7	75	525
„ 60	18	60 – 70	11	65	715
„ 50	40	50 – 60	22	55	1210
„ 40	40	40 – 50	00	45	00
„ 30	63	30 – 40	23	35	805



„	20	70	20 – 30	7	25	175
				70		3430

$$\bar{X} = \frac{\sum FX}{\sum F} = \frac{3430}{70} = 49$$

Example (): From given data

Find (a). Median marks and (b). Percentage of failure students if the minimum marks for passing is more than 35.

Marks	0 – 20	21 – 30	31 – 40	41 - 50	51 -60	61 - 70	71 – 80
Freq.	42	38	120	84	48	36	31

Solution:

Class Inclusive	Class Exclusive	Freq.	Marks Less than	Cumulative Freq.
00 – 20	-0.5 – 20.5	42	20.5	42
21 – 30	20.5 – 30.5	38	30.5	80
31 – 40	30.5 – 40.5	120	40.5	200
41 – 50	40.5 – 50.5	84	50.5	284
51 – 60	50.5 – 60.5	48	60.5	332
61 – 70	60.5 -70.5	36	70.5	368
71 – 80	70.5 – 80.5	31	80.5	399
		399		

(a). Calculation of median: as  $N/2 = 399/2 = 199.5$

199.5 is included in the cumulative frequency of third class. So, the third class is the median class.

By formula,

$$M = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{F} \times k = 30.5 + \frac{199.5 - 80}{120} \times 10 = 30.5 + \frac{119.5}{120} \times 10$$

$$= 30.5 + \frac{119.5}{120} \times 10 = 30.5 + \frac{1195}{120} = 30.5 + 9.95 = 39.95$$

(b). Up to 30.5 marks there are 80 students.

120 students are from 30.5 to 40.5 (range 10 marks) marks.

30.5 to 35 = range 4.5 marks

Since, in the range of 10 marks there are 84 students

Hence, in the range of 4.5 marks (30.5, to 35) there are  $\frac{120}{10} \times 4.5 = 12 \times 4.5 = 54$

Now total students up to 35 marks (Failure) =  $80 + 54 = 134$

Percentage of failure =  $\frac{134}{399} \times 100 = 33.6\%$ .

Example (): Compute  $Q_1$ ,  $Q_2$  and  $Q_3$  from following data:

Class	Freq.
20 – 25	50
25 – 30	70
30 – 35	100
35 – 40	180
40 – 45	150
45 – 50	120
50 – 55	70
55 – 60	59

Solution:

Class	Freq.	Cumulative Freq.
20 – 25	50	50
25 – 30	70	120
30 – 35	100	220
35 – 40	180	400
40 – 45	150	550
45 – 50	120	670
50 – 55	70	740
55 – 60	59	799

प्रथम चतुर्थक के वर्ग का निर्धारण (Class determination of  $Q_1$ ):

$N/4$  जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में पड़ता है उस वर्ग में  $Q_1$  का मान शामिल होता है।

$$\text{यहाँ } N/4 = 799/4 = 199.75$$

199.75 द्वितीय वर्ग की संचयी आवृत्ति से ज्यादा तथा चतुर्थ वर्ग की संचयी आवृत्ति से कम है अर्थात् तृतीय वर्ग की संचयी आवृत्ति में शामिल है। अतः 35 – 40 विस्तार वाला वर्ग में द्वितीय चतुर्थक या माधिका का मान स्थित है।

सूत्र से ,

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - C}{F} \times k = 30 + \frac{199.75 - 120}{100} \times 5 = 30 + \frac{79.75}{100} \times 5 = 30 + 3.975 = 33.975$$

नोट: यहाँ C, प्रथम चतुर्थक के वर्ग से पहले वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति तथा F प्रथम चतुर्थक वाले वर्ग की आवृत्ति है।

**द्वितीय चतुर्थक या माधिका के वर्ग का निर्धारण (Class determination of  $Q_2$  or M):**

$N/2$  जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में पड़ता है उस वर्ग में  $Q_2$  का मान शामिल होता है।

$$\text{यहाँ } N/2 = 799/2 = 399.5$$

399.5 तृतीय वर्ग की संचयी आवृत्ति से ज्यादा तथा पंचम वर्ग की संचयी आवृत्ति से कम है अर्थात् चतुर्थ वर्ग की संचयी आवृत्ति में शामिल है। अतः 30 – 35 विस्तार वाला वर्ग में प्रथम चतुर्थक का मान स्थित है।

सूत्र से ,

$$Q_2 = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{F} \times k = 35 + \frac{399.5 - 220}{180} \times 5 = 35 + \frac{179.5}{180} \times 5 = 35 + 4.98 = 39.98$$

नोट: यहाँ C, द्वितीय चतुर्थक या माधिका के वर्ग से पहले वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति तथा F द्वितीय चतुर्थक या माधिका वाले वर्ग की आवृत्ति है।

**तृतीय चतुर्थक के वर्ग का निर्धारण (Class determination of  $Q_3$ ):**

$3N/4$  जिस वर्ग की संचयी आवृत्ति में पड़ता है उस वर्ग में  $Q_3$  का मान शामिल होता है।

$$\text{यहाँ } 3N/4 = (3 \times 799)/4 = 599.25$$

599.25 पाँचवें वर्ग की संचयी आवृत्ति से ज्यादा तथा सप्तम वर्ग की संचयी आवृत्ति से कम है अर्थात् छठे वर्ग की संचयी आवृत्ति में शामिल है। अतः 45 – 50 विस्तार वाला वर्ग में तृतीय चतुर्थक का मान स्थित है।

सूत्र से ,

$$Q_3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - C}{F} \times k = 45 + \frac{599.25 - 550}{120} \times 5 = 45 + \frac{49.25}{120} \times 5 = 45 + 2.05 = 47.05$$

नोट: यहाँ C, तृतीय चतुर्थक के वर्ग से पहले वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति तथा F तृतीय चतुर्थक वाले वर्ग की आवृत्ति है।

Example (): calculate mean, median and mode from following data:

Class	Frequency
20 – 29	5
30 – 39	9
40 – 49	8
50 – 59	10
60 – 69	12
70 – 79	11
80 – 89	8
90 - 99	3

Solution: calculation of mean:

Class	Frequency (F)	Midpoint (X)	F. X
20 – 29	5	24.5	122.5
30 – 39	9	34.5	310.5
40 – 49	8	44.5	356
50 – 59	10	54.5	545
60 – 69	12	64.5	774
70 – 79	11	74.5	819.5
80 – 89	8	84.5	676
90 - 99	3	94.5	283.5
	66		3887

$$\text{Mean } (\bar{X}) = \frac{\sum FX}{\sum F} = \frac{3887}{66} = 58.89$$

Steps for Calculation of Median:

First, we make the class intervals exclusive

Second, calculate cumulative frequencies

Third, confirm the median class

Finally, use the formula and compute the value of median

Class Inclusive	Class Exclusive	Frequency	Cumulative Frequency
20 – 29	19.5 – 29.5	5	5
30 – 39	29.5 – 39.5	9	14
40 – 49	39.5 – 49.5	8	22
50 – 59	49.5 – 59.5	10	32
60 – 69	59.5 – 69.5	12	44
70 – 79	69.5 – 79.5	11	55
80 – 89	79.5 – 89.5	8	63
90 - 99	89.5 – 99.5	3	66
		66	

Confirmation of median class by  $n/2 = 66/2 = 33$

33 is included in the cumulative frequency of 60 – 69 class. So, it is the median class.

Now, from the formula

$$M = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{F} \times k = 59.5 + \frac{33 - 32}{12} \times 10 = 59.5 + \frac{1}{12} \times 10$$
$$= 59.5 + \frac{10}{12} = 59.5 + 0.83 = 60.33$$

Cuputation of Mode:

The frequency of fifth class is highest so, it is the modal class.

Note: बहुलक वर्ग का निर्धारण करने के लिए विश्लेषण सारणी का भी प्रयोग किया जाना चाहिए।

By formula,

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times K = 59.5 + \frac{12 - 10}{24 - 10 - 11} \times 10 = 59.5 + \frac{20}{3} = 59.5 + 6.66 = 66.16$$

## खण्ड (Section)–5

### इकाई (Unit)– 4: विचरण/विचलन की मापें (Measures of Dispersion)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

#### 5.4.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 5.4.1. परिचय (Introduction):

#### 5.4.2. अपकिरण की मापों की उपयोगिता/महत्व (Importance of the measures of Deviation):

#### 5.4.3 अच्छे विचलन की मापों की विशेषताएँ (Characteristics of a good Measure Deviation):

#### 5.4.4. विचलन की मापें (Measures of Dispersion):

#### 5.4.4.क विस्तार (Range):

#### 5.4.4.ख. अन्तर-चतुर्थक विस्तार (Inter-Quartile Range):

#### 5.4.4.ग. दशमक विस्तार (Decile Range):

#### 5.4.4.घ. माध्य या औसत विचलन (Mean Deviation):

#### 5.4.4.घ.1 माध्य/औसत विचलन की गणना (*Calculation of Mean Deviation*)

#### 5.4.4.घ.2 माध्य विचलन ज्ञात करने की दूसरी लघु रीति (Second Short Cut Method):

#### 5.4.4.घ.3 पद विचलन रीति (Step Deviation Method) से माध्य विचलन ज्ञात करना:

#### 5.4.5. प्रमाप विचलन (Standard deviation):

#### 5.4.5.क. व्यक्तिगत श्रेणी में प्रमाप विचलन की गणना (Standard Deviation in the Individual Series):

#### 5.4.5.ख. खंडित या सतत श्रेणी में प्रमाप विचलन की माप (Standard Deviation in the Discrete and Continuous Series):

#### 5.4.6 प्रमाप विचलन की विशेषताएँ (Merits of Standard Deviation):

#### 5.4.7 विशेष समस्याएँ (Miscellaneous Problems):

#### 5.4.8 लॉरेन्ज वक्र (Lorenz Curve):

#### 5.4.9 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

#### 5.4.10 उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

#### 5.4.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- समंकमाला के समंकों के विस्तार की विभिन्न मापों के बारे में।

#### 5.4.1. परिचय (Introduction):

जिस तरह से केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों के अन्तर्गत श्रेणी में आँकड़ों के संकेन्द्रण का अध्ययन करते हैं उसी तरह विचलन की मापों के अन्तर्गत श्रेणी में आँकड़ों के विखराव का अध्ययन किया जाता है। केवल केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों के आधार पर लिया गया निर्णय भ्रामक या घातक भी हो सकता है। उदाहरण के लिए केवल नदी की औसत गहराई को मापकर नदी को पार करने का निर्णय घातक हो सकता है। क्योंकि नदी की गहराई हर जगह समान नहीं होती। इसी तरह किसी जगह का औसत तापमान के साथ साथ अधिकतम और न्यूनतम तापमान की जानकारी भी महत्वपूर्ण है। ऐसे में सही निर्णय लेने के लिए श्रेणी के समंको का औसत के साथ साथ उनके आपस में या औसत से विखराव की जानकारी भी आवश्यक है।

#### परिभाषाएँ (Definitions):

बॉउले के अनुसार, “अपकिरण पदों की विचलनशीलता की माप है **(Dispersion is the measure of the variation of the items)**।”

ब्रुकस एवं डिक के अनुसार, “अपकिरण अथवा प्रसार, एक केन्द्रीय मूल्य के इर्द-गिर्द चर मूल्यों के विचरण अथवा विखरावकी सीमा है **(Dispersion or spread is the degree of scatterness or variation of the variables about a central value.)**।”

विचलन की माप दो तरह से किया जाता है—

**निरपेक्ष माप**— जब समंक श्रेणी के प्रसार, विचरण अथवा विखराव की माप निरपेक्ष रूप से श्रेणी की इकाई (वजन, आय, लम्बाई, दूरी इत्यादि) में ही की जाती है तो उसे अपकिरण की निरपेक्ष माप कहते हैं।

**सापेक्ष माप**— जब दो या दो से अधिक श्रेणियों में विचलन की तुलना करनी होती है तब विचलन की सापेक्ष माप ज्ञात किया जाता है। इसको प्रायः केन्द्रीय प्रवृत्ति के अनुपात या प्रतिशत के रूप में व्यक्त किया जाता है। इसे विचलन गुणांक **(Coefficient of Dispersion)** भी कहते हैं।

#### 5.4.2. अपकिरण की मापों की उपयोगिता/महत्व (Importance of the measures of Deviation):

अपकिरण की मापों का सांख्यिकी और व्यावहारिक जीवन में काफी उपयोग है। इसके महत्व निम्नलिखित हैं—

1. **माध्य की विश्वसनीयता का निर्णय करना**— जिस श्रेणी का विचलन कम होता है उस श्रेणी के माध्य की विश्वसनीयता अधिक होती है।
2. **विचलनशीलता को नियंत्रित करने के लिए आधार**— कभी कभी समंकों में विचलन हानिकारक होता है जिसे नियंत्रित करने के लिए इनकी गणना महत्वपूर्ण है। उदाहरण के लिए, शरीर में रक्त चाप की माप औसत से बहुत ज्यादा या कम होना जीवन के लिए खतरनाक हो जाता है। उसी तरह समाज में आय के वितरण में अधिक असमानता अशांति का कातण बनता है।
3. **दो या दो से अधिक श्रेणियों के बीच विचरणशीलता की तुलना करना**— समान माध्य वाली विभिन्न श्रेणियों में से निम्न विचलन वाली श्रेणी का माध्य स्थिर **(Consistent)** माना जाता है। उदाहरण के लिए, यदि दो खिलाड़ियों का रन बनाने का औसत समान है तब जिस खिलाड़ी का विचलन कम होगा वह स्थिर खिलाड़ी माना जाएगा तथा खिलाड़ियों के चुनाव के समय उसे प्राथमिकता दी जाएगी।

### 5.4.3 अच्छे विचलन की मापों की विशेषताएँ (Characteristics of a good Measure Deviation):

सांख्यिकी में विचलन की मापों का काफी महत्व होता है। अतः उसमें निम्नलिखित विशेषताएँ होनी चाहिए—

1. स्पष्ट रूप से परिभाषित होना चाहिए।
2. गणना करने में सरल हो।
3. उसका निर्वचन करना स्पष्ट हो।
4. उसकी गणना में श्रेणी के सभी मूल्यों का उपयोग हो।
5. श्रेणी के कुछ अति बड़े या अति छोटे सीमांत मूल्यों से अप्रभावित हो।
6. प्रतिदर्श के उच्चावचनों से न्यूनतम प्रभावित हो।
7. इसे गणितीय उपयोग के योग्य होना चाहिए।

### 5.4.4. विचलन की मापें (Measures of Dispersion):

विचलन की प्रमुख मापें निम्नलिखित हैं —

- विस्तार (Range)
- अन्तर-चतुर्थक विस्तार क (Inter-Quartile Range)
- शतमक विस्तार (Percentile Range)
- दशमक विस्तार (Decile Range)
- माध्य विचलन (Mean Deviation)
- प्रमाप विचलन (Standard Deviation)
- लारेन्ज वक्र (Lorenz Curve)

#### 5.4.4.क विस्तार (Range):

विस्तार अपकिरण की सबसे सरल एवं प्रारम्भिक माप है। किसी समंक माला के सबसे बड़े और सबसे छोटे मूल्यों का अन्तर विस्तार कहलाता है। इसे अंग्रेजी के **R** अक्षर द्वारा सूचित किया जाता है।

$$R = L - S \text{ (Largest value - Smallest Value)}$$

विस्तार का सापेक्ष माप विस्तार गुणांक (Coefficient of Range) की माप

$$\text{विस्तार गुणांक (Coefficient of Range)} = \frac{L - S}{L + S} = \frac{\text{Largest Value} - \text{Smallest Value}}{\text{Largest Value} + \text{Smallest value}}$$

विस्तार की माप को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate Range and Coefficient of Range from the data given below: 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30**

**Solution:** The Largest Number is 30 and Smallest Number is 12

So,  $R = L - S$  (Largest value - Smallest Value) =  $30 - 12 = 18$ .

$$\text{(Coefficient of Range)} = \frac{L - S}{L + S} = \frac{\text{Largest Value} - \text{Smallest Value}}{\text{Largest Value} + \text{Smallest value}} = \frac{30 - 12}{30 + 12}$$



$$= \frac{18}{42} = 0.428 = 42.8\%$$

#### 5.4.4.ख. अन्तर-चतुर्थक विस्तार (Inter-Quartile Range):

यह आंशिक विस्तार है। इसे **I.Q. R.** द्वारा सूचित किया जाता है। उसकी गणना निम्नलिखित सूत्र के द्वारा की जाती है—

अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter-Quartile Range)

$$= Q_3 - Q_1 = \text{Third Quartile} - \text{First Quartile}$$

$$(\text{Coefficient of Inter-Quartile Range}) = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_1 + Q_3}$$

#### चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation) या अर्द्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार (Semi Inter Quartile Rane):

चतुर्थक विचलन तृतीय चतुर्थक और प्रथम चतुर्थक के अन्तर का आधा होता है इसलिए इसे अर्द्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार भी कहा जाता है।

$$Q. D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$\text{चतुर्थक विचलन गुणांक (Coefficient of Quartile Deviation)} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_1 + Q_3}$$

#### शतमक विस्तार (Percentile Range):

यह भी आंशिक विस्तार का ही एक रूप है। उसको **P. R.** से सूचित किया जाता है। इसको ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का पगयोग करते हैं—

$$\text{Percentile Range} = P_{90} - P_{10} = (90^{\text{th}} \text{ Percentile} - 10^{\text{th}} \text{ percentile})$$

$$\text{Coefficient of P. R.} = \frac{P_{90} - P_{10}}{P_{90} + P_{10}}$$

#### 5.4.4.ग. दशमक विस्तार (Decile Range):

यह भी एक आंशिक विस्तार है। इसे **D. R.** द्वारा सूचित किया जाता है। उसकी गणना निम्नलिखित सूत्र के द्वारा की जाती है—

$$\text{दशमक विस्तार (Decile Range)} = D_9 - D_1 = \text{Ninth Decile} - \text{First Decile}$$

$$\text{दशमक विस्तार गुणांक (Coefficient of Decile Range)} = \frac{D_9 - D_1}{D_9 + D_1}$$

#### 5.4.4.घ. माध्य या औसत विचलन (Mean Deviation):

माध्य विचलन किसी केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप से श्रेणी के सभी मूल्यों के विचलनों का औसत होता है। इसकी गणना माध्य, माध्यिका या बहुलक से विचलन लेकर किया जा सकता है। इस तरह से इसकी तीन मापें सम्भव हैं—

माध्य से औसत विचलन ( $\delta\bar{X}$ )

माध्यिका से औसत विचलन ( $\delta M$ )

बहुलक से औसत विचलन ( $\delta Z$ )

जहाँ,  $\delta$  – *Small Delta* ग्रीक वर्णमाला का अक्षर है।

इसी तरह से माध्य/औसत विचलन गुणांक को विचलन और केन्द्रीय प्रवृत्ति के अनुपात के रूप में व्यक्त किया जाता है—

$$\text{माध्य से औसत विचलन का गुणांक} = \frac{\delta\bar{X}}{\bar{X}}$$

$$\text{माध्यिका से औसत विचलन का गुणांक} = \frac{\delta M}{M}$$

$$\text{बहुलक से औसत विचलन का गुणांक} = \frac{\delta Z}{Z}$$

#### 5.4.4.घ.1. माध्य/औसत विचलन की गणना (*Calculation of Mean Deviation*)

सामान्यतः केन्द्रीय प्रवृत्ति की किसी एक निश्चित माप से श्रेणी के सभी पदों के विचलनों का औसत ही माध्य विचलन कहलाता है। माध्य विचलन ज्ञात करने की प्रक्रिया निम्नलिखित है—

- सर्वप्रथम केन्द्रीय प्रवृत्ति की किसी एक माप (*Mean/Median/Mode*) का चयन करते हैं।
- चयनित माध्य से श्रेणी के समस्त पदों का निरपेक्ष विचलन ज्ञात करते हैं। निरपेक्ष विचलन में केवल पदों के माध्य से दूरी की माप करते हैं। उनके धनात्मक या ऋणात्मक चिन्हों को छोड़ देते हैं। चिन्हों के साथ गणना करने पर कुल विचलन शून्य हो जाता है। जिसके चलते विचलन का माध्य भी शून्य हो जाता है।
- चयनित माध्य से श्रेणी के समस्त पदों के निरपेक्ष विचलनों के योग में पदों की संख्या से भाग देकर औसत ज्ञात कर लेते हैं। यही मान माध्य विचलन कहलाता है।

माध्य विचलन की गणना प्रत्यक्ष रीति और लघु रीति से किया जाता है—

#### प्रत्यक्ष रीति (*Direct Method*):

व्यक्तिगत श्रेणी में प्रत्यक्ष रीति से माध्य की गणना को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

उदाहरण: दिए गए समकों से माध्य विचलन की गणना करें।

$$X = 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38$$

**Solution:** सर्वप्रथम उपरोक्त श्रेणी का माध्य ज्ञात करते हैं।

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{N} = \frac{(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N)}{N} \\ &= \frac{(20+22+24+26+28+30+32+34+36+38)}{10} = \frac{290}{10} = 29.\end{aligned}$$

अगले चरण में, ज्ञात माध्य से श्रेणी के पदों का विचलन ज्ञात करते हैं-

माध्य से विचलन  $(X - \bar{X})$  को  $x$  (Small X) द्वारा सूचित किया जाता है। विचलनों के निरपेक्ष मान को व्यक्त करने के लिए उनके दोनों तरफ से समानान्तर रेखाएँ खींची जाती हैं।

$$|x_i| = |(X_i - \bar{X})|$$

$$\sum |x_i| = \sum |(X_i - \bar{X})| = |(X_1 - \bar{X})| + |(X_2 - \bar{X})|, \dots + |(X_N - \bar{X})|$$

$$= |(20 - 29)| + |(22 - 29)| + |(24 - 29)| + |(26 - 29)| + |(28 - 29)| + |(30 - 29)| + |(32 - 29)| + |(34 - 29)| + |(36 - 29)| + |(38 - 29)|$$

$$= 9 + 7 + 5 + 3 + 1 + 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 50$$

$$\text{मध्य विचलन (Mean Deviation), } (\delta\bar{X}) = \frac{\sum |x|}{N} = 50/10 = 5.$$

मध्य से विचलन का गुणांक (Coefficient of Mean Deviation)

$$\frac{\delta\bar{X}}{\bar{X}} = 5/29 = 0.172 = 17.2\%.$$

खंडित या सतत श्रेणी में माध्य विचलन की गणना विधि:

खंडित श्रेणियों में केवल पद मूल्य और उनकी आवृत्तियाँ दी रहती है जबकि सतत श्रेणी में वर्गों के मध्य बिन्दुओं को पद मूल्य की जगह इस्तेमाल किया जाता है शेष क्रियाएँ दोनों में समान होती है।

Mass (kg)	Mid Point (X)	Freq. (F)	$d_x = (X - A)$ $A = 67$	F $d_x$	$ (X - \bar{X}) $	F $ (X - \bar{X}) $
60-62	61	5	$61-67 = -6$	- 30	$ 61 - 67.45  = 6.45$	$5 \times 6.45 = 32.25$
63-65	64	18	$64-67 = -3$	- 54	$ 64 - 67.45  = 3.45$	$18 \times 3.45 = 62.10$
66-68	67	42	$67-67 = 0$	00	$ 67 - 67.45  = 0.45$	$42 \times 0.45 = 18.9$
69-71	70	27	$70-67 = 3$	81	$ 70 - 67.45  = 2.55$	$27 \times 2.55 = 68.85$
72-74	73	8	$73-67 = 6$	48	$ 73 - 67.45  = 5.55$	$8 \times 5.55 = 44.4$
		N= $\sum F = 100$		$\sum Fd_x = 45$		$\sum F  (X - \bar{X})  = 226.50$

मध्य के सूत्र से,

$$\begin{aligned} (\bar{X}) &= A + \sum F d_x / \sum F \\ &= 67 + 45/100 = 67 + 0.45 = 67.45 \end{aligned}$$

$$\text{माध्य विचलन (Mean Deviation), } (\delta\bar{X}) = \frac{\sum F |(X - \bar{X})|}{N} = 226.50/100 = 2.265.$$

मध्य से विचलन का गुणांक (Coefficient of Mean Deviation)

$$\frac{\delta \bar{X}}{\bar{X}} = 2.265/67.45 = 0.0335 = 3\%$$

नोट: माध्य की जगह माधिका या बहुलक के प्रयोग करके माधिका विचलन या बहुलक विचलन की गणना की जा सकती है।

#### 5.4.4.घ.2. माध्य/औसत विचलन की गणना (*Calculation of Mean Deviation*)

##### लघु रीति (Short Cut Method):

- इस विधि में सबसे पहले माध्य की गणना की जाती है।
- इसके बाद श्रेणी के पद मूल्यों को दो भागों में बाँटते हैं।

माध्य से बड़े पद मूल्यों को  $X_a$  और माध्य से छोटे पद मूल्यों को  $X_b$  से सूचित करते हैं।

उसी तरह  $X_a$  की आवृत्तियों को  $F_a$  तथा  $X_b$  की आवृत्तियों को  $F_b$  से सूचित करते हैं।

दोनों श्रेणियों के पद मूल्यों और उनकी आवृत्तियों के गुणनफल का अलग अलग योग  $\sum F_a X_a$  तथा  $\sum F_b X_b$  ज्ञात करते हैं।

निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग कर माध्य विचलन ज्ञात कर लेते हैं—

$$\delta \bar{X} = \frac{\sum F_a X_a - \sum F_b X_b - (\sum F_a - \sum F_b) \bar{X}}{N}$$

माधिका या बहुलक से विचलन ज्ञात करने के लिए सूत्र में माध्य की जगह माधिका या बहुलक का प्रयोग करते हैं।

$$\delta M = \frac{\sum F_a X_a - \sum F_b X_b - (\sum F_a - \sum F_b) M}{N}$$

$$\delta Z = \frac{\sum F_a X_a - \sum F_b X_b - (\sum F_a - \sum F_b) Z}{N}$$

लघु रीति से माध्य विचलन ज्ञात करने की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

Mass (kg)	Midd Point (X)	Freq. (F)	$d_x = (X - A)$ A = 67	F $d_x$	F X
60-62	61	5	61-67 = -6	-30	305
63-65	64	18	64-67 = -3	-54	1152
66-68	67 ( $\bar{X}=67.45$ )	42 $\sum F_b = 65$	67-67 = 0	00	2814 $\sum F_b X_b = 4271$
69-71	70	27	70-67 = 3	81	1890
72-74	73	8 $\sum F_a = 35$	73-67 = 6	48	584 $\sum F_a X_a = 2474$
		N= $\sum F = 100$		$\sum F d_x = 45$	

मध्य के सूत्र से,

$$(\bar{X}) = A + \frac{\sum F d_x}{\sum F}$$

$$= 67 + 45/100 = 67 + 0.45 = 67.45$$

$$\delta \bar{X} = \frac{\sum FaXa - \sum FbXb - (\sum Fa - \sum Fb) \bar{X}}{N} = \frac{2474 - 4271 - (35 - 65)67.45}{100} = \frac{-1797 - (-30)67.45}{100} = \frac{-1797 + 30 \times 67.45}{100} = \frac{-1797 + 2023.5}{100} = \frac{226.5}{100} = 2.265$$

#### 5.4.4.घ.3. माध्य विचलन ज्ञात करने की दूसरी लघु रीति (Second Short Cut Method):

इसे कल्पित माध्य रीति भी कहते हैं।

इस विधि के अन्तर्गत निम्नलिखित क्रियाएँ की जाती हैं—

- सर्वप्रथम केन्द्रीय प्रवृत्ति की उस माप को ज्ञात करते हैं जिससे माध्य विचलन ज्ञात करना है।
- श्रेणी की बनावट के अनुसार एक कल्पित माध्य (**A**) तय करते हैं।
- इस कल्पित माध्य से श्रेणी के सभी मूल्यों का निरपेक्ष अन्तर/विचलन

ज्ञात करते हैं।

- इन निरपेक्ष विचलनों को उनके तत्संबंधित आवृत्तियों से गुणा करके उनका योग  $\sum F |dx|$  ज्ञात करते हैं।
- माध्य से अधिक मूल्य वाले पदों की आवृत्तियों का योग  $\sum F_a$  तथा माध्य से कम मूल्य वाले पदों की आवृत्तियों का योग  $\sum F_b$  ज्ञात करते हैं।

अन्त में निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करके माध्य विचलन को ज्ञात कर लेते हैं—

$$\delta \bar{X} = \frac{\sum F |dx| + (\bar{X} - A)(\sum F_b - \sum F_a)}{N}$$

नोट: अगर माध्य विचलन की जगह माध्यिका विचलन या बहुलक विचलन ज्ञात करना हो तो सूत्र में माध्य की जगह माध्यिका या बहुलक का प्रयोग किया जाता है।

इस विधि से माध्य विचलन की गणना करने की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

Mass (kg)	Midd Point (X)	Freq. (F)	$ d_x  =  (X - A) $ (A = 67)	F $ d_x $
60-62	61	5	61-67 = 6	30
63-65	64	18	64-67 = 3	54
66-68	67 ( $\bar{X} = 67.45$ )	42 $\sum F_b = 65$	67-67 = 0	00
69-71	70	27	70-67 = 3	81
72-74	73	8 $\sum F_a = 35$	73-67 = 6	48
		N= $\sum F = 100$		$\sum Fd_x$ = 213

$$\delta \bar{X} = \frac{\sum F |dx| + (\bar{X} - A)(\sum F_b - \sum F_a)}{N}$$

$$\delta \bar{X} = \frac{213 + (67.45 - 67)(65 - 35)}{100} = \frac{213 + (0.45)(30)}{100} = \frac{213 + 13.5}{100} = \frac{226.5}{100} = 2.265.$$

#### 5.4.4.घ.4. पद विचलन रीति (Step Deviation Method) से माध्य विचलन ज्ञात करना:

इस रीति में उपरोक्त रीति की अपेक्षा एक चरण और बढ़ जाता है।

- इस रीति में कल्पित माध्य से लिए गए निरपेक्ष विचलनों में एक निश्चित संख्या से भाग देकर निरपेक्ष पद विचलन,  $|d'x| = |dx|/c$  ज्ञात करते हैं। जहाँ,  $c$  एक निश्चित संख्या है।
- अब इन निरपेक्ष पद विचलनों को उनके तत्संबंधित आवृत्तियों से गुणा करके उनका योग,  $\sum F |d'x|$  ज्ञात करते हैं।
- माध्य से अधिक मूल्य वाले पदों की आवृत्तियों का योग  $\sum Fa$  तथा माध्य से कम मूल्य वाले पदों की आवृत्तियों का योग  $\sum Fb$  ज्ञात करते हैं।
- अन्त में निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करके माध्य विचलन को ज्ञात कर लेते हैं—

$$\delta \bar{X} = \frac{\sum F |dx|.C + (\bar{X} - A)(\sum F_b - \sum F_a)}{N}$$

उपरोक्त उदाहरण को पद विचलन रीति से इस तरह से हल किया गया है—

Mass (kg)	Midd Point (X)	Freq. (F)	$ dx  =  X - A $ (A = 67)	$ d'x  =  dx /3$	$\sum F  d'x $
60-62	61	5	61-67 = 6	2	10
63-65	64	18	64-67 = 3	1	18
66-68	67 ( $\bar{X} = 67.45$ )	42 $\sum F_b = 65$	67-67 = 0	00	00
69-71	70	27	70-67 = 3	1	27
72-74	73	8 $\sum F_a = 35$	73-67 = 6	2	16
		N = $\sum F = 100$			$\sum F  d'x $ = 71

$$\delta \bar{X} = \frac{\sum F |dx|.C + (\bar{X} - A)(\sum F_b - \sum F_a)}{N} = \frac{71 \times 3 + (67.45 - 67)(65 - 35)}{100}$$

$$= \frac{213 + (67.45 - 67)(65 - 35)}{100} = \frac{213 + (0.45)(30)}{100} = \frac{213 + 13.5}{100} = \frac{226.5}{100} = 2.265.$$

#### 5.4.5. प्रमाप विचलन (Standard deviation):

प्रमाप विचलन का विचार कार्ल पियर्सन (Karl Pearson) ने 1893 में दिया था। यह किसी श्रेणी में विचलन की सबसे अच्छी माप मानी जाती है। इसका प्रयोग प्रायः हर तरह की परिकल्पनाओं की जाँच के लिए किया जाता है। यह विचलन की तमाम मापों के बीच मानक के रूप में स्थापित है। इसलिए इसे मानक या प्रमाप विचलन (Standard Deviation) कहा जाता है।

प्रमाप विचलन की गणना केवल माध्य से विचलन द्वारा ज्ञात किया जाता है। प्रमाप विचलन, माध्य से श्रेणी के सभी मूल्यों के विचलनों के वर्गों के औसत का वर्गमूल होता है। (Standard deviation is the square root of the mean of the squared deviations of the items measured from the arithmetic mean)

चूँकि माध्य से लिए गए समस्त पदों के विचलनों का योग शून्य हो जाता है। इसलिए प्रमाप विचलन की गणना के लिए विचलनों के वर्ग का प्रयोग किया जाता है। प्रमाप विचलन को  $\sigma$  (Small Sigma) द्वारा सूचित किया जाता है।

नोट: किसी श्रेणी में प्रमाप विचलन का मान कम होना यह दर्शाता है कि श्रेणी के अधिकांश पदों का जमाव श्रेणी के मध्य में है। इसके विपरीत प्रमाप विचलन का अधिक मान यह दर्शाता है कि श्रेणी में पदों का विखराव माध्य से दूर दूर तक फैला है।

**प्रमाप विचलन गुणांक (Coefficient of Standard deviation):**

दो समक मालाओं में अपकिरण की तुलना करने के लिए प्रमाप विचलन का सापेक्षिक माप (Relative measure of standard deviation) निकाला जाता है जिसे प्रमाप विचलन गुणांक कहते हैं। प्रमाप विचलन में माध्य से भाग देकर प्रमाप विचलन गुणांक ज्ञात किया जाता है।

**प्रमाप विचलन गुणांक (Coefficient of Standard deviation) =  $\sigma / \bar{X}$**

**प्रमाप विचलन की गणना (Calculation of Standard Deviation):**

**5.4.5.क. व्यक्तिगत श्रेणी में प्रमाप विचलन की गणना (Standard Deviation in the Individual Series):**

**(i). प्रत्यक्ष रीति (Direct Method):**

प्रत्यक्ष रीति में श्रेणी के प्रारम्भिक पद मूल्यों (X) को ज्यों का त्यों इस्तेमाल किया जाता है तथा निम्नलिखित सूत्र के प्रयोग द्वारा प्रमाप विचलन की गणना की जाती है—

$$\sigma = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2} \text{ जहाँ, } N \text{ पदों की संख्या है।}$$

**(ii). अप्रत्यक्ष या लघु रीति (Indirect or Short-cut Method):**

अप्रत्यक्ष रीति में श्रेणी के प्रारम्भिक पद मूल्यों के परिवर्तित रूपों ( $x$ ,  $d_x$ ,  $d'_x$ ) का इस्तेमाल किया जाता है। जहाँ,  $X$  = प्रारम्भिक आँकड़ें,  $A$  = कल्पित माध्य, तथा  $C$  = कोई स्थिर अंक है।

अप्रत्यक्ष या लघु रीति में श्रेणी के प्रारम्भिक पदों की जगह वास्तविक माध्य या कल्पित माध्य से विचलन का प्रयोग करते हैं। वास्तविक माध्य से विचलन को ( $x$ - small X), कल्पित माध्य से विचलन को ( $d_x$ ) से तथा प्रारम्भिक मूल्यों का कल्पित माध्य से पद विचलन को ( $d'_x$ ) से सूचित करते हैं। जहाँ,

$x = (X - \bar{X})$  पद मूल्यों का माध्य से विचलन, तथा

$d_x = (X - A)$  पद मूल्यों का कल्पित माध्य से विचलन, है।

$d'_x = (d_x/c)$  पद मूल्यों का कल्पित माध्य से पद विचलन है।

जहाँ  $c$  एक स्थिर अंक है।

फिर इन विचलनों का वर्ग करके योग  $\sum x^2$ ,  $\sum d_x^2$  या  $\sum d_x'^2$  ज्ञात करते हैं। अन्ततः निम्नलिखित सूत्रों का प्रयोग करके प्रमाप विचलन की गणना करते हैं—

(a). वास्तविक माध्य से विचलन की दशा में सूत्र,  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$

(b). कल्पित माध्य से विचलन की दशा में सूत्र,

$$\sigma = \sqrt{\frac{N\sum d_x^2 - (\sum d_x)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum d_x^2}{N} - \left(\frac{\sum d_x}{N}\right)^2}$$

(c). कल्पित माध्य से पद विचलन की दशा में सूत्र,

$$\sigma = c \times \sqrt{\frac{N\sum d_x'^2 - (\sum d_x')^2}{N}} = c \times \sqrt{\frac{\sum d_x'^2}{N} - \left(\frac{\sum d_x'}{N}\right)^2}$$

जहाँ,  $N$  पदों की संख्या है।

**Example: Calculate the standard Deviation from data given below:**

**$X = 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38$ .**

**$N = 10$ .**

प्रत्यक्ष रीति में श्रेणी के प्रारम्भिक पद मूल्यों ( $X$ ) को ज्यों का त्यों इस्तेमाल किया जाता है तथा निम्नलिखित सूत्र के प्रयोग द्वारा प्रमाप विचलन की गणना की जाती है—

$$\sigma = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2} \text{ जहाँ, } N \text{ पदों की संख्या है।}$$

<b>X</b>	<b>X<sup>2</sup></b>
<b>20</b>	<b>400</b>
<b>22</b>	<b>484</b>
<b>24</b>	<b>576</b>
<b>26</b>	<b>676</b>
<b>28</b>	<b>784</b>
<b>30</b>	<b>900</b>
<b>32</b>	<b>1024</b>
<b>34</b>	<b>1156</b>
<b>36</b>	<b>1296</b>
<b>38</b>	<b>1444</b>
<b><math>\sum X = 290</math></b>	<b><math>\sum X^2 = 8740</math></b>

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2} = \sqrt{\frac{8740}{10} - \left(\frac{290}{10}\right)^2} \\ &= \sqrt{874 - (29)^2} = \sqrt{874 - 841} = \sqrt{33} \approx 5.744 \end{aligned}$$

अप्रत्यक्ष रीति से प्रमाप विचलन की गणना:

वास्तविक माध्य से प्रमाप विचलन की गणना—



**Solution:** सर्वप्रथम उपरोक्त श्रेणी का माध्य ज्ञात करते हैं।

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N)}{N} = \frac{(20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30 + 32 + 34 + 36 + 38)}{10}$$

$$\frac{290}{10} = 29.$$

X	x = (X - $\bar{X}$ )	x <sup>2</sup>
20	(20-29) = -9	81
22	(22-29) = -7	49
24	(24-29) = -5	25
26	(26-29) = -3	9
28	(28-29) = -1	1
30	(30-29) = 1	1
32	(32-29) = 3	9
34	(34-29) = 5	25
36	(36-29) = 7	49
38	(38-29) = 9	81
		$\sum x^2$ =330

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}} = \sqrt{\frac{330}{10}} = \sqrt{33} = 5.744.$$

इस प्रश्न को दो अन्य विधियों से (कल्पित माध्य से विचलन रीति तथा कल्पित माध्य से पद विचलन रीति) से भी हल किया जा सकता है। प्रत्येक स्थिति में उत्तर समान होना चाहिए।

#### 5.4.5.ख. खंडित और सतत श्रेणी में प्रमाप विचलन की माप (Standard Deviation in the Discrete and Continuous Series):

खंडित और सतत श्रेणियों में पद मूल्यों की आवृत्तियाँ भी दी रहती है अतः हर विधि में एक चरण बढ़ जाता है।

##### (i). प्रत्यक्ष रीति (Direct Method):

$$\sigma = \sqrt{\frac{N\sum FX^2 - (\sum FX)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum FX^2}{N} - \left(\frac{\sum FX}{N}\right)^2} \text{ जहाँ, } N \text{ पदों की संख्या है।}$$

##### (ii). अप्रत्यक्ष या लघुरीति (Indirect or Short-cut Method):

(a). वास्तविक माध्य से विचलन की दशा में सूत्र,  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum Fx^2}{N}}$

(b). कल्पित माध्य से विचलन की दशा में सूत्र,

$$\sigma = \sqrt{\frac{N\sum Fd_x^2 - (\sum Fd_x)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum F d_x^2}{N} - \left(\frac{\sum F d_x}{N}\right)^2}$$

(c). कल्पित माध्य से पद विचलन की दशा में सूत्र,

$$\sigma = c \times \sqrt{\frac{N \sum F d'_x{}^2 - (\sum F d'_x)^2}{N}} = c \times \sqrt{\frac{\sum F d'_x{}^2}{N} - \left(\frac{\sum F d'_x}{N}\right)^2}$$

जहाँ, N पदों की संख्या है।

सतत श्रेणी में प्रमाप विचलन की गणना को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

Mass (kg)	Midd Point (X)	Freq. (F)	FX	X <sup>2</sup>	FX <sup>2</sup>
60-62	61	5	305	3721	18605
63-65	64	18	1152	4096	73728
66-68	67	42	2814	4489	188538
69-71	70	27	1890	4900	132300
72-74	73	8	584	5329	42632
		N= ∑F= 100	∑FX 6745		∑FX <sup>2</sup> 455803

प्रत्यक्ष रीति (Direct Method):

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{N \sum FX^2 - (\sum FX)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum FX^2}{N} - \left(\frac{\sum FX}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{455803}{100} - \left(\frac{6745}{100}\right)^2} \\ &= \sqrt{4558.03 - (67.45)^2} \\ &= \sqrt{4558.03 - 4549.50} \\ &= \sqrt{8.53} \approx 2.92. \end{aligned}$$

वास्तविक माध्य से विचलन रीति द्वारा प्रमाप विचलन:

Mass (kg)	Midd Point (X)	Freq. (F)	d <sub>x</sub> = (X - A) A = 67	F d <sub>x</sub>	x = (X - $\bar{X}$ )	x <sup>2</sup>	Fx	F x <sup>2</sup>
60-62	61	5	61-67 = -6	-30	-6.45	41.60	-32.25	208.01
63-65	64	18	64-67 = -3	-54	-3.45	11.90	-62.1	214.24
66-68	67	42	67-67 = 0	00	-0.45	0.20	-18.9	8.50
69-71	70	27	70-67 = 3	81		6.50	68.85	175.56

					<b>2.55</b>			
72-74	73	8	73-67 = 6	48		30.80	44.4	246.42
		N= ∑F= 100		∑Fd <sub>x</sub> = 45	<b>5.55</b>		00	852.73

माध्य के सूत्र से,

$$(\bar{X}) = A + \frac{\sum F d_x}{\sum F}$$

$$= 67 + 45/100 = 67 + 0.45 = 67.45$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum Fx^2}{N}} = \sqrt{\frac{852.42}{100}} = \sqrt{8.524} \approx 2.92.$$

कल्पित माध्य से विचलन रीति द्वारा प्रमाप विचलन की गणना:

Mass (kg)	Mid Point (X)	Freq. (F)	d <sub>x</sub> = (X - A) A = 67	F d <sub>x</sub>	dx <sup>2</sup>	Fdx <sup>2</sup>
60-62	61	5	61-67 = - 6	- 30	36	180
63-65	64	18	64-67 = -3	- 54	9	162
66-68	67	42	67-67 = 0	00	00	000
69-71	70	27	70-67 = 3	81	9	243
72-74	73	8	73-67 = 6	48	36	288
		N= ∑F= 100		∑Fd <sub>x</sub> = 45		873

$$\sigma = \sqrt{\frac{N\sum Fd_x^2 - (\sum Fd_x)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum F d_x^2}{N} - \left(\frac{\sum Fd_x}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{873}{100} - \left(\frac{45}{100}\right)^2} = \sqrt{8.73 - (0.45)^2} = \sqrt{8.73 - 0.20}$$

$$= \sqrt{8.53} \approx 2.92.$$

कल्पित माध्य से पद विचलन रीति द्वारा प्रमाप विचलन की गणना:

Mass (kg)	Mid Point (X)	Freq. (F)	d <sub>x</sub> (X - A) A = 67	d' <sub>x</sub> = (d <sub>x</sub> /c)	F d' <sub>x</sub>	d' <sub>x</sub> <sup>2</sup>	Fd' <sub>x</sub> <sup>2</sup>
60-62	61	5	61-67 = -6	-2	-10	4	20
63-65	64	18	64-67 = -3	- 1	-18	1	18
66-68	67	42	67-67 = 0	00	00	00	00

			0				
69-71	70	27	70-67 = 3	1	27	1	27
72-74	73	8	73-67 = 6	2	16	4	32
		N= ∑F= 100			∑Fd'x =15		F d'x <sup>2</sup> = 97

कल्पित माध्य से पद विचलन की दशा में सूत्र,

$$\begin{aligned}\sigma &= c \times \sqrt{\frac{N\sum F d'_x{}^2 - (\sum F d'_x)^2}{N}} = c \times \sqrt{\frac{\sum F d'_x{}^2}{N} - \left(\frac{\sum F d'_x}{N}\right)^2} \\ &= 3 \times \sqrt{\frac{97}{100} - \left(\frac{15}{100}\right)^2} = 3 \times \sqrt{0.97 - (0.15)^2} = 3 \times \sqrt{0.97 - 0.0225} \\ &= 3 \times \sqrt{0.948} = 3 \times 0.973 \approx 2.92.\end{aligned}$$

#### 5.4.6. प्रमाप विचलन की विशेषताएँ (Merits of Standard Deviation):

अपकिरण की विभिन्न मापों में प्रमाप विचलन सर्वश्रेष्ठ माप है। इसकी विशेषताएँ निम्नलिखित हैं –

- (i). प्रमाप विचलन अपकिरण की सबसे उपयुक्त माप है।
- (ii). इसकी गणना में श्रेणी के सभी पदों का उपयोग होता है।
- (iii). यह प्रतिचयन के उच्चावचनों से कम प्रभावित होता है।
- (iv). अन्य सांख्यिकीय विश्लेषणों (विषमता एवं पृथुशीर्षत्व की माप, सहसम्बंध गुणांक, सामान्य आवृत्ति वितरण, इत्यादि ) में इसका महत्वपूर्ण उपयोग होता है।
- (v). दो या दो से अधिक श्रेणियों के प्रमाप विचलनों से संयुक्त श्रेणी का प्रमाप विचलन ज्ञात किया जा सकता है।
- (vi). दो या दो से अधिक श्रेणियों के विचलनों की तुलना करने के लिए प्रमाप विचलन गुणांक सबसे उपयुक्त माप है।

#### 5.4.7. विशेष समस्याएँ (Miscellaneous Problems):

- (i). अलग अलग श्रेणियों को मिलाकर बने संयुक्त श्रेणी का प्रमाप विचलन ज्ञात करना।

यदि, कई श्रेणियों जिनकी माध्य, प्रमाप विचलन और पदों की संख्या ज्ञात हो तो इन सब को मिलाकर बनी बड़ी श्रेणी का प्रमाप विचलन निम्नलिखित सूत्र से ज्ञात किया जाता है—

$$\sigma = \sqrt{\frac{N_1\sigma_1 + N_2\sigma_2 + N_3\sigma_3 + \dots + N_K\sigma_K + N_1d_1^2 + N_2d_2^2 + N_1d_3^2 \dots + N_Kd_K^2}{N}}$$

$$\text{जहाँ, } \bar{X} = \sqrt{\frac{N_1 \bar{X}_1 + N_2 \bar{X}_2 + N_3 \bar{X}_3 + \dots + N_K \bar{X}_K}{N}}$$

$$d_1 = (\bar{X}_1 - \bar{X}); d_2 = (\bar{X}_2 - \bar{X}); d_3 = (\bar{X}_3 - \bar{X}); \dots; d_K = (\bar{X}_K - \bar{X})$$

$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_K$  क्रमशः श्रेणियों के माध्य है तथा  $\bar{X}$  संयुक्त श्रेणी का माध्य है।

$\sigma$  = संयुक्त श्रेणी का प्रमाप विचलन तथा  $N$  ( $N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_k$ ) संयुक्त श्रेणी में पदों की संख्या है।

$\sigma_1$  = प्रथम श्रेणी का प्रमाप विचलन तथा  $N_1$ , प्रथम श्रेणी की संख्या है।

$\sigma_2$  = द्वितीय श्रेणी का प्रमाप विचलन तथा  $N_2$ , द्वितीय श्रेणी की संख्या है।

$\sigma_3$  = तृतीय श्रेणी का प्रमाप विचलन तथा  $N_3$ , तृतीय श्रेणी की संख्या है।

$\sigma_K$  =  $K^{\text{th}}$  श्रेणी का प्रमाप विचलन है तथा  $N_K$ ,  $K^{\text{th}}$  श्रेणी की संख्या है।

(ii). प्रमाप विचलन के वर्ग को प्रसरण (Variance) कहते हैं। प्रसरण को  $\sigma^2$  द्वारा सूचित किया जाता है।

(iii). प्रसरण की माप के लिए शेफर्ड का संशोधन (Sheppard's Correction for variance):

शेफर्ड का मानना था कि आँकड़ों के वर्गीकरण के कारण प्रमाप विचलन की गणना में कुछ त्रुटि (Groping Error) आ जाती है जिसे दूर करने के लिए उन्होंने निम्नलिखित सूत्र दिया है—

$$\text{शुद्ध प्रसरण} = \text{वर्गीकृत आँकड़ों से ज्ञात प्रसरण} - C^2/12$$

जहाँ,  $C$  वर्ग का विस्तार है।

नोट: सामान्य परिस्थितियों में शेफर्ड के संशोधन का प्रयोग नहीं किया जाता है।

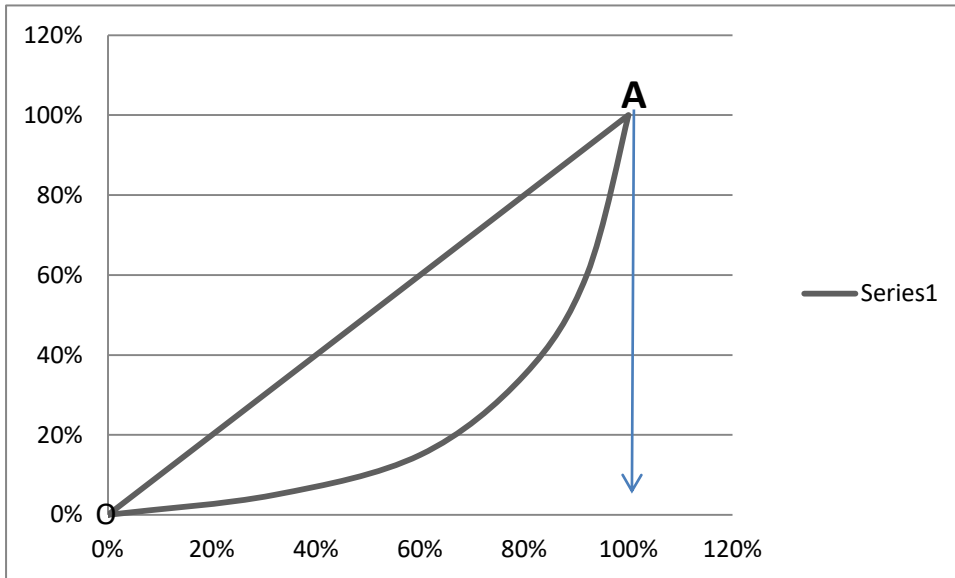
#### 5.4.8. लॉरेन्ज वक्र (Lorenz Curve):

**Example: Construct the Lorenz Curve from the data given below:**

<b>Income (X) in Rs.</b>	<b>100</b>	<b>200</b>	<b>400</b>	<b>500</b>	<b>800</b>
<b>No. of Person (F)</b>	<b>80</b>	<b>70</b>	<b>50</b>	<b>30</b>	<b>20</b>

**Solution:**

X	C X	% of CX	F	C F	% of C F
100	100	5	80	80	32
200	300	15	70	150	60
400	700	35	50	200	80
500	1200	60	30	230	92
800	2000	100	20	250	100
$\sum X =$ 2000			$\sum X =$ 250		



#### 5.4.9. सारांश (Summary):

विचलन या अपकिरण की मापों द्वारा समकमाला में पदों के विखराव का अध्ययन किया जाता है। इसकी कई मापों में से प्रमाप विचलन सबसे अच्छा माना जाता है। इसका उपयोग परिकल्पनाओं की जाँच के लिए भी किया जाता है। लॉरेंज वक्र के द्वारा आय के वितरण में असमानता की जाँच की जाती है।

#### 5.4.10 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. दो श्रेणियाँ 2, 5, 8, 11, 14 तथा 2, 8, 14 हैं।  
 क. दोनों का माध्य ज्ञात करें। उत्तर; 8, 8  
 ख. दोनों का प्रसरण ज्ञात करें। उत्तर; 18, 24  
 ग. दोनों का संयुक्त माध्य ज्ञात करें। उत्तर; 8  
 घ. दोनों का संयुक्त प्रसरण ज्ञात करें। उत्तर; 20.25

नोट: प्रमाप विचलन के वर्ग को प्रसरण कहते हैं।

2. नीचे दिए गए तालिका से माध्य और प्रमाप विचलन की गणना करें।

X:	70	74	78	82	86	90	94	98	102	106	110	114	118	122	126
F:	4	9	16	28	45	66	85	72	54	38	27	18	11	5	2

उत्तर: माध्य—95.97, प्रमाप विचलन—10.47

3. (a)  $-18.2$ , (b)  $+3.89$ , (c)  $-\sqrt{2}$ , (d) 0, (e)  $4 - 2.36 - 3.52$  निरपेक्ष मान ज्ञात करें।  
 उत्तर— (a) **18.2**, (b) **3.89**, (c) **1.414**, (d) **0**, (e) **1.88**
4. सिद्ध करें कि समानान्तर श्रेणी जिसका पहला पद  $a$  तथा सामान्य अंतर  $d$  है उसका प्रमाप विचलन  $\sqrt{\frac{1}{12}(n^2 - 1)d^2}$  होगा। जहाँ  $n$  पदों की संख्या है।
5. दिए गए श्रेणी 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18 का माध्य विचलन ज्ञात करें।
6. दिए गए आँकड़ों से माध्य विचलन और प्रमाप विचलन ज्ञात करें।

Class	Frequency
700 – 799	4
800 – 899	7

900 – 999	8
1000 – 1099	10
1100 – 1199	12
1200 – 1299	17
1300 – 1399	13
1400 – 1499	10
1500 – 1599	9
1600 – 1699	7
1700 – 1799	2
1800 - 1899	1

उत्तर— माध्य 1250, प्रमाप विचलन 258.5

7. कर्मचारियों के तीन समूहों का आकार, औसत वेतन तथा प्रमाप विचलन क्रमशः  $N_1 = 50$ ,  $N_2 = 60$ ,  $N_3 = 90$ ; ,  $\bar{X}_1 = 113$ ,  $\bar{X}_2 = 120$ ,  $\bar{X}_3 = 115$  तथा  $\sigma_1 = 6$ ,  $\sigma_2 = 7$ ,  $\sigma_3 = 8$  है। दिए गए समकों से संयुक्त माध्य और संयुक्त प्रमाप विचलन ज्ञात करें।

उत्तर— संयुक्त माध्य 116, संयुक्त प्रमाप विचलन 2.872

8. क्रिकेट के दो खिलाड़ियों द्वारा 10 पालियों में बनाये गए रनों का विवरण निम्नलिखित हैं—

A: 32 28 47 63 71 39 10 60 96 14
B: 19 31 48 53 67 90 10 62 40 80

दोनों में से कौन खिलाड़ी के खेल में स्थिरता (Consistency) है।

उत्तर— खिलाड़ी A का विचलन गुणांक कम है इसलिए खिलाड़ी A के खेल में स्थिरता है।

9. दिए गए समकों से प्रमाप विचलन ज्ञात करें—

Class	Frequency
60 – 62	5
63 - 65	18
66 - 68	42
69 - 71	27
72 – 74	8

उत्तर— प्रमाप विचलन = 2.92

10. एक गाँव की जनसंख्या की आयु संरचना निम्नलिखित तालिका में दी गयी है।

Age	No. of Person
0 – 5	39
5 – 15	91
15 – 30	122
30 – 45	99
45 – 65	130
65 – 75	50
75 – 95	28

उपरोक्त तालिका के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों को हल करें।

क. जनसंख्या का औसत आयु ज्ञात करें। उत्तर— 36.66 वर्ष

ख. जनसंख्या का प्रमाप विचलन ज्ञात करें। उत्तर— 23.14 वर्ष

ग. आँकड़ों का आयत चित्र (Histogram) बनायें।

घ. आँकड़ों का से कम से अधिक प्रवृत्ति का संचयी आवृत्ति वक्र बनायें।

ड. जनसंख्या का माध्यिका आयु ज्ञात करें। उत्तर— 34 वर्ष

#### 5.4.11 उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). “Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians”, Charles Scribner’s Sons, New York.

Francis A. (1998). “Business Mathematics and Statistics”, Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). “Business Statistics and Business Mathematics”, Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). “Designing and Managing a Research Project” Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), “Statistics”, Schaum’s Outlines, Tata Mc Graw Hill Education PPrivate Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) “Statistics”, Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi- 110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). “Scientific Social Survey and Research” Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (20099). “The Practice of Research in Social Work”, Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). “Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners”, Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). “Sampling Theory and Methods”, Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (19700). “Statistics An Introductory Analysis”, Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.



## खण्ड (Section)–5

### इकाई (Unit)– 5: सहसम्बंध एवं प्रतीपगमन (Correlation and Regression)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

##### 5.5.1. परिचय (Introduction):

##### 5.5.2 साधारण रैखिक सह-सम्बंध गुणांक (Simple Linear Correlaton) की प्रकृति:

##### 5.5.3 सह-सम्बंध गुणांक के प्रकार (Types of Correlation Coefficient):

##### 5.5.4 सह सम्बंध गुणांक की सीमा (Limit of Correlation Coefficient):

##### 5.5.5 सह सम्बंध गुणांक की गणना (Calculation of Correlation Coefficient):

##### 5.5.6 सहसम्बंध गुणांक का मान $-1$ तथा $+1$ के बीच में रहता है: प्रमाण (Proof of the value of correlation coefficient lies between $-1$ and $+1$ ):

##### 5.5.7. वर्गीकृत आँकड़ों से सहसम्बंध गुणांक की गणना (Correlation Coefficient from Grouped Data):

##### 5.5.8. कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक ( $r$ ) की सार्थकता जाँच (Tests of Significance):

##### 5.5.9. कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक ( $r$ ) की गणना में सम्भाव्य त्रुटि (Probable Error):

##### 5.5.10. कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक की विशेषताएँ (Characteristics of Karl Pearson's Correlation Coefficient):

##### 5.5.11. सह सम्बंध गुणांक की सीमाएँ (Limitations of Correlation Coefficient):

##### 5.5.12. कोटि सह सम्बंध गुणांक (Spearman's Rank Correlation Coefficient):

##### 5.5.13. प्रतीपगमन विश्लेषण (Regression Analysis):

##### 5.5.14. प्रतीपगमन समीकरणों के प्रकार (Types of Regression Equations):

##### 5.5.15 रैखिक प्रतीपगमन विश्लेषण (Linear regression Analysis):

##### 5.5.15.क सरल/द्विचर रैखिक प्रतीपगमन (Simple / Two Variables Linear Regression Analysis):

##### 5.5.15.ख. सह-सम्बंध गुणांक और प्रतीपगमन गुणांक के बीच सम्बंध (Relationship between correlation coefficient and regression coefficient):

##### 5.5.15.ग. निर्धारण गुणांक (Coefficient of Determination):

##### 5.5.16. बहु-चरीय प्रतीपगमन विश्लेषण (Multi-Variables Linear Regression Analysis):

5.5.17. बहु-चरीय प्रतीपगमन समीकरण और बहु-चरीय सह-सम्बंध गुणांक की गणना (Calculation of Multi Correlation Coefficient – R):

5.5.17.क: निर्धारक गुणांक (Coefficient of Determination):

5.5.17.ख: संशोधित निर्धारक गुणांक (Adjusted Coefficient of Determination) -  $\bar{R}^2$

5.5.18. प्रतीपगमन गुणांकों की विशेषताएँ (Properties of Regression Coefficients):

5.5.19. अरैखिक प्रतीपगमन रेखाएँ (Non Linear Regression curves):

5.5.20. प्रतीपगमन विश्लेषण का महत्व या उपयोग (Importance or Uses of Regression Analysis):

5.5.21. अनुमान की शक्ति (Power of Forecaste):

5.5.21.क. अनुमान में त्रुटि के स्रोत (Sources of Errors in Forecaste):

5.5.22. उदाहरण से सीखें (Learn by Example):

5.5.23. अभ्यास के प्रश्न (Question for Exercise):

5.5.24. उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

5.5.1.परिचय (Introduction):

अभी तक पूर्व के अध्यायों (केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें, अपकिरण की मापें इत्यादि) में एकल चरों (Univariate Data) का विश्लेषण किया गया है। वर्तमान अध्ययन द्वि-चर (Bi-Variate) या बहु-चर आँकड़ों के विश्लेषण से सम्बंधित है। प्रायः दो या दो से अधिक चर आपस में सम्बंधित होते हैं। सह-सम्बंध विश्लेषण चरों के बीच के अपसी सम्बंधों की दिशा और प्रगाढ़ता की माप करता है। जब केवल दो चरों के बीच के सम्बंधों का विश्लेषण किया जाता है तब इसे सरल रैखिक सह-सम्बंध (Simple Linear Correlaton) कहा जाता है। जब दो से अधिक चरों के बीच के सम्बंधों का अध्ययन किया जाता है जब इसे बहुगुणी रैखिक सह सम्बंध (Multiple Linear Correlaton) कहा जाता है। चरों के बीच सह-सम्बंध की माप करने के लिए सह-सम्बंध गुणांक की गणना की जाती है।

5.5.2 साधारण रैखिक सह-सम्बंध गुणांक (Simple Linear Correlaton) की प्रकृति:

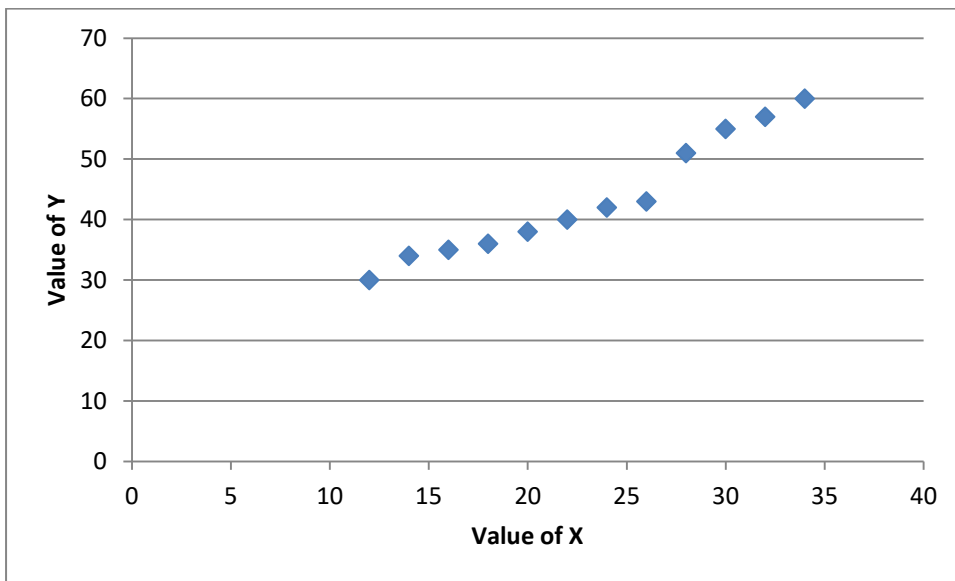
दो या दो से अधिक चर आपस में तीन तरह के सम्बंधित हो सकते हैं—

(i). धनात्मक सह- सम्बंध (Positive Correlation): जब दो या दो से अधिक चर आपस में एक ही दिशा में परिवर्तित होते हैं तब चरों के बीच धनात्मक सह-सम्बंध पाया जाता है। इस दशा में एक चर का मान बढ़ता है तो दूसरे चर का मान भी बढ़ता है तथा इसके विररीत जब एक चर का मान घटता है तब दूसरे चर मान भी घटता है। उदाहरण के लिए, पूर्ति और कीमत दोनों एक ही दिशा में परिवर्तित होते हैं। इस तरह के सम्बंध को निम्नलिखित चित्र में दर्शाया गया है—

तलिका संख्या (5.5.1): दो चरों के तत्सम्बंधी मूल्य

X	Y
12	30
14	34
16	35
18	36
20	38
22	40
24	42
26	43
28	51
30	55
32	57
34	60

चित्र संख्या (5.5.1): दो चरों के तत्सम्बंधी मूल्यों का विखराव चित्र



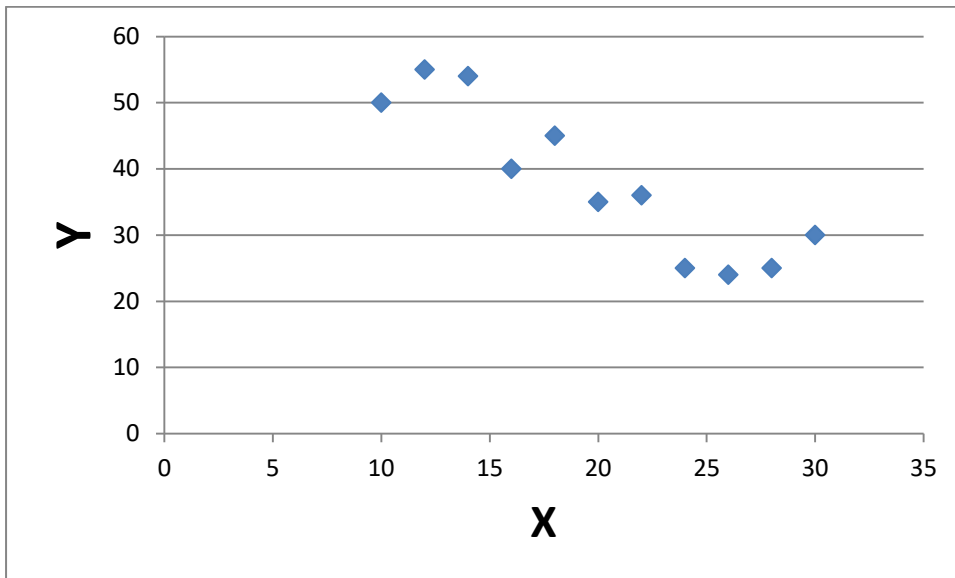
**(ii). ऋणात्मक सह- सम्बंध (Negative Correlation):**

ऋणात्मक सह- सम्बंध (Negative Correlation): जब दो या दो से अधिक चर आपस में एक दूसरे के विपरीत दिशा में परिवर्तित होते हैं तब चरों के बीच ऋणात्मक सह-सम्बंध पाया जाता है। इस दशा में एक चर का मान/मूल्य बढ़ता है तो दूसरे चर का मान/मूल्य घटता है तथा इसके विररीत जब एक चर का मान घटता है तब दूसरे चर का मान बढ़ता है। उदाहरण के लिए, मांग और कीमत दोनों एक दूसरे के विपरीत दिशा में परिवर्तित होते हैं। इस तरह के सम्बंध को निम्नलिखित चित्र में दर्शाया गया है—

तलिका संख्या (5.5.2): दो चरों के तत्सम्बंधी मूल्य

X	Y
10	60
12	50
14	55
16	52
18	62
20	42
22	50
24	35
26	30
28	32
30	25

चित्र संख्या (5.5.2): दो चरों के तत्सम्बंधी मूल्यों का विखराव चित्र



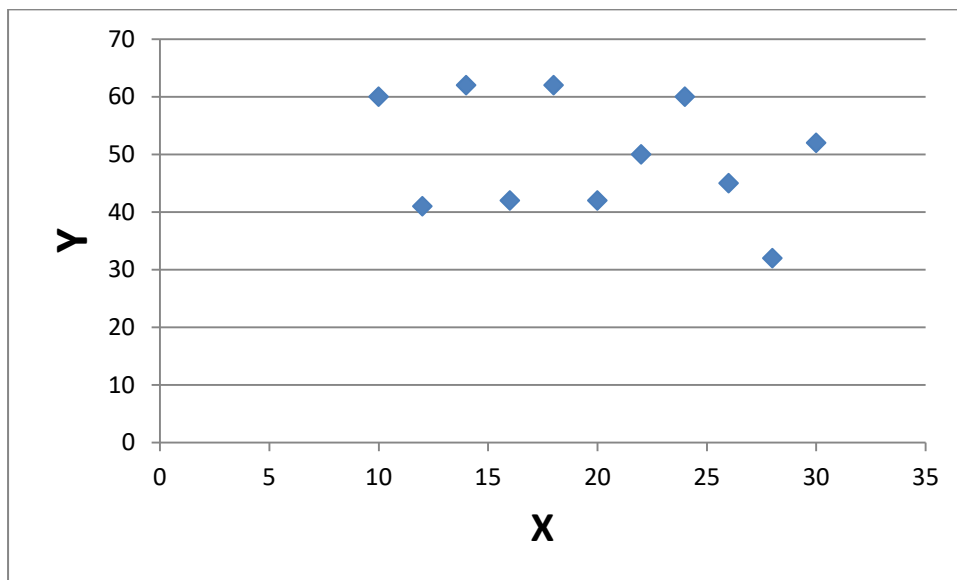
(iii). सह- सम्बंध का अभाव (No Correlation): कभी कभी दोनों चरों में परिवर्तन के बीच कोई व्यवस्थित स्वरूप (Systematic Pattern) नहीं निर्धारित हो पाता है। अर्थात् दोनों चर दैव/स्वतंत्र रूप से परिवर्तित होते हैं। उदाहरण के लिए, किसी जंगल में शेरों की संख्या और किसी शहर में स्कूलों की संख्या के बीच कोई सम्बंध नहीं पाया जाता है। ऐसी स्थिति में दोनों चरों के तत्सम्बंधी मूल्यों का विखराव चित्र प्रारम्भ बिन्दु (Origin) के आसपास वर्गाकार रूप धारण करता है।

तलिका संख्या (5.5.3): दो चरों के तत्सम्बंधी मूल्य

X	Y
10	60
12	41
14	62
16	42

18	62
20	42
22	50
24	60
26	45
28	32
30	52

चित्र संख्या (5.5.3): दो चरों के तत्सम्बन्धी मूल्यों का विखराव चित्र



### 5.5.3 सह-सम्बन्ध गुणांक के प्रकार (Types of Correlation Coefficient):

सह सम्बन्ध गुणांक दो या दो से अधिक चरों के बीच सम्बन्धों की दिशा एवं प्रगाढ़ता की माप करता है। चरों की संख्या के आधार पर तीन तरह के सह-सम्बन्ध गुणांको की गणना की जाती है—

(i). **प्रत्यक्ष या सरल सह सम्बन्ध गुणांक (Direct / Simple Correlation Coefficient):** जब केवल दो चरों के बीच सह सम्बन्ध गुणांक की गणना की जाती है तो उसे प्रत्यक्ष या सरल सह सम्बन्ध गुणांक कहते हैं। इसे  $r$  द्वारा सूचित किया जाता है।

(ii). **आंशिक सह सम्बन्ध गुणांक (Partial Correlation Coefficient):** जब आपस में सम्बन्धित कई चरों में अन्य चरों को स्थिर मानते हुए केवल दो चरों के बीच के सम्बन्ध की माप करते हैं तो इसे आंशिक सह सम्बन्ध गुणांक कहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि  $X, Y, Z$  तीन चर आपस में सम्बन्धित हैं पर इनमें से केवल दो चरों के बीच सह सम्बन्ध गुणांक की गणना  $Z$  को स्थिर मानते हुए करते हैं तब इसे  $r_{xy.z}$  के द्वारा सूचित करते हैं।

(iii). **बहुगुणी सह सम्बन्ध गुणांक (Multiple Correlation Coefficient):** जब किसी निर्भर चर और दो से अधिक स्वतंत्र चरों के साथ सह सम्बन्ध गुणांक की गणना की जाती है तब इसे बहुगुणी सह सम्बन्ध गुणांक कहते हैं। इसे  $R$  द्वारा सूचित किया जाता है। इस तरह के बहुगुणी सहसम्बन्ध की गणना प्रायः बहुगुणी प्रतिपगमन विश्लेषण के दौरान किया जाता है।

### 5.5.4 सह सम्बन्ध गुणांक की सीमा (Limit of Correlation Coefficient):

सह सम्बंध गुणांक का मान  $-1$  से  $+1$  के बीच पाया जाता है। सह सम्बंध गुणांक के मान के आधार पर चरों के बीच के सम्बंध को निम्नलिखित भागों में बाँटा जाता है—

**(i). धनात्मक पूर्ण सहसम्बंध (Perfect Positive Correlation):** ऐसी स्थिति में सह सम्बंध गुणांक का मान  $1$  होता है।

**(ii). ऋणात्मक पूर्ण सहसम्बंध (Perfect Negative Correlation):** ऐसी स्थिति में सह सम्बंध गुणांक का मान  $-1$  होता है।

**(iii). उच्च सहसम्बंध (High Correlation):** ऐसी स्थिति में सह सम्बंध गुणांक का मान  $1$  से कम लेकिन  $1$  के आस पास होता है।

**(iv). मध्यम सहसम्बंध (High Correlation):** ऐसी स्थिति में सह सम्बंध गुणांक का मान  $0.5$  के आस पास होता है।

**(v). निम्न सहसम्बंध (Lower Correlation):** ऐसी स्थिति में सह सम्बंध गुणांक का मान शून्य से अधिक लेकिन शून्य के आस पास होता है।

**(vi). सह सम्बंध का अभाव (No Correlation):** ऐसी स्थिति में सह सम्बंध गुणांक का मान शून्य होता है। अर्थात् चरों के मध्य कोई सम्बंध नहीं होते हैं। यानि दोनों चर आपस में स्वतंत्र होते हैं।

नोट: कभी कभी चरों के बीच छद्म सह सम्बंध (**Spurious Correlation**) की समस्या भी पायी जाती है। अतः सह सम्बंध गुणांक की सार्थकता की जाँच करने के उपरान्त ही अंतिम निष्कर्ष निकाला जाना चाहिए।

### 5.5.5 सह सम्बंध गुणांक की गणना (Calculation of Correlation Coefficient):

#### कार्ल पियर्सन की विधि (Karl Pearson's Method of Product Moment):

**(i). प्रत्यक्ष रीति (Direct Method):** इस विधि में दोनों चरों के प्रारम्भिक आँकड़ों (**X, Y**) का प्रयोग किया जाता है तथा निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है—

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

**(ii). अप्रत्यक्ष रीति या विचलन रीति (Indirect or Deviation Method):** इसे लघु रीति (Short Cut Method) भी कहते हैं।

इस विधि में प्रारम्भिक आँकड़ों की जगह परिवर्तित आँकड़ों का प्रयोग किया जाता है। आँकड़ों में परिवर्तन तीन तरह से किया जा सकता है उसी के अनुसार सूत्रों में भी परिवर्तन किया जाता है।

#### ii(a). माध्य से विचलन लेकर आँकड़ों में परिवर्तन

इस विधि में सर्वप्रथम दोनों चरों का माध्य ज्ञात किया जाता है।

इसके बाद दोनों चरों के प्रारम्भिक आँकड़ों में से उनके माध्य को घटाकर परिवर्तित आँकड़े ज्ञात किए जाते हैं। यदि प्रारम्भिक आँकड़ों को **X** तथा **Y** से सूचित करें और  $\bar{X}$  तथा  $\bar{Y}$  क्रमशः उनके माध्य हैं तब परिवर्तित आँकड़ें  $x = (X - \bar{X})$  तथा  $y = (Y - \bar{Y})$  है। इस स्थिति में सूत्र निम्नलिखित है—

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\{\sum x^2\}\{\sum y^2\}}}$$

**ii( b). कल्पित माध्य से विचलन लेकर आँकड़ों में परिवर्तन**

इस विधि में कल्पित माध्य से विचलन लेकर आँकड़ों में परिवर्तन किया जाता है।

यदि प्रारम्भिक आँकड़ों को **X** तथा **Y** से सूचित करें और **A** तथा **B** क्रमशः उनके कल्पित माध्य हैं तब परिवर्तित आँकड़ें  $dx = (X - A)$  तथा  $dy = (Y - B)$  है। इस स्थिति में सूत्र निम्नलिखित है—

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{N \sum dx dy - (\sum dx)(\sum dy)}{\sqrt{\{N \sum dx^2 - (\sum dx)^2\}\{N \sum dy^2 - (\sum dy)^2\}}}$$

**ii( c). कल्पित माध्य से पद विचलन ( Step Deviation) लेकर आँकड़ों में परिवर्तन**

इस विधि में दोनों श्रेणियों में कल्पित माध्य से विचलन लेने के बाद सभी विचलनों में एक तय संख्या से गुणा या भाग देकर आँकड़ों में परिवर्तन किया जाता है।

यदि प्रारम्भिक आँकड़ों को **X** तथा **Y** से सूचित करें और **A** तथा **B** क्रमशः उनके कल्पित माध्य हैं तब परिवर्तित आँकड़ें  $dx' = (X - A)/c$  तथा  $dy' = (Y - B)/d$  है। इस स्थिति में सूत्र निम्नलिखित है—

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{N \sum dx' dy' - (\sum dx')(\sum dy')}{\sqrt{\{N \sum dx'^2 - (\sum dx')^2\}\{N \sum dy'^2 - (\sum dy')^2\}}}$$

**5.5.6 सहसम्बंध गुणांक का मान - 1 तथा + 1 के बीच में रहता है: प्रमाण (Proof of the value of correlation coefficient lies between - 1 and + 1):**

**प्रमाण:** माध्य से विचलन वाले सूत्र से ज्ञात है कि

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\{\sum x^2\}\{\sum y^2\}}}$$

जहाँ,  $x = (X - \bar{X})$  तथा  $y = (Y - \bar{Y})$  है।

स्कवार्ज असमानता (Schwarz's Inequality) के अनुसार,

$$(\sum xy)^2 \leq (\sum x^2) (\sum y^2)$$

$$\text{या, } \frac{(\sum xy)^2}{(\sum x^2)(\sum y^2)} \leq 1$$

$$\text{या, } r^2 \leq 1$$

$$\text{या, } -1 \leq r \leq +1$$

प्रमाणित।

### 5.5.7 वर्गीकृत आँकड़ों से सहसम्बंध गुणांक की गणना (Correlation Coefficient from Grouped Data):

वर्गीकृत आँकड़ों से सह सम्बंध ज्ञात करने के सूत्र में दोनों चरों की संयुक्त आवृत्तियों को भी समायोजित किया जाता है।

(a). प्रत्यक्ष रीति

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{N \sum fXY - (\sum f_x X)(\sum f_y Y)}{\sqrt{\{N \sum f_x X^2 - (\sum f_x X)^2\} \{N \sum f_y Y^2 - (\sum f_y Y)^2\}}}$$

(b). लघु रीति

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{N \sum f u_x u_y - (\sum f_x u_x)(\sum f_y u_y)}{\sqrt{\{N \sum f_x u_x^2 - (\sum f_x u_x)^2\} \{N \sum f_y u_y^2 - (\sum f_y u_y)^2\}}}$$

जहाँ,  $u_x = (X - A)/a$

$u_y = (Y - B)/b$

$f$  = वर्गीकृत आवृत्तियाँ

$f_x$  = मध्य बिन्दु  $X$  की आवृत्तियाँ

$f_y$  = मध्य बिन्दु  $Y$  की आवृत्तियाँ

$A, a, B, b$  स्थिरांक हैं।

वर्गीकृत आँकड़ों से सह सम्बंध ज्ञात करने की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example:** find the coefficient of linear correlation of the Mathematics and Physics marks given below:

		Mathematics Marks						
		40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	Total
Physics Marks	90-99	-	-	-	2	4	4	10
	80-89	-	-	1	4	6	5	16
	70-79	-	-	5	10	8	1	24
	60-69	1	4	9	5	2	-	21
	50-59	3	6	6	2	-	-	17
	40-49	3	5	4	-	-	-	12



	<b>Total</b>	<b>7</b>	<b>15</b>	<b>25</b>	<b>23</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	<b>100</b>
--	--------------	----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------

Solution:

		Mathematics Marks											
		C. I	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	f <sub>y</sub>	f <sub>y</sub> u <sub>y</sub>	f <sub>y</sub> u <sub>y</sub> <sup>2</sup>	Sum of () in each row	
P	X	44.5	54.5	64.5	74.5	84.5	94.5						
H	u <sub>x</sub>		-2	-1	0	1	2	3					
Y	C. I.	Y	u <sub>y</sub>										
S	90-99	94.5	2	-	-	-	2 (4)	4 (16)	4 (24)	10	20	40	44
I	80-89	84.5	1	-	-	1 (0)	4 (4)	6 (12)	5 (15)	16	16	16	31
C	70-79	74.5	0	-	-	5 (0)	10 (0)	8 (0)	1 (0)	24	0	0	0
M	60-69	64.5	-1	1 (2)	4 (4)	9 (0)	5 (-5)	2 (-4)	-	21	-21	21	-3
A	50-59	54.5	-2	3 (12)	6 (12)	6 (0)	2 (-4)	-	-	17	-34	68	20
R	40-49	44.5	-3	3 (18)	5 (15)	4 (0)	-	-	-	12	-36	108	33
S	f <sub>x</sub>			7	15	25	23	20	10	100	-55	253	125
		F <sub>x</sub> u <sub>x</sub>			-14	-15	0	23	40	30	64		
		F <sub>x</sub> u <sub>x</sub> <sup>2</sup>			28	15	0	23	80	90	236		
		Sum of () No. in each column= f <sub>x</sub> u <sub>y</sub>			32	31	0	-1	24	39	125		

Some Important calculations from the above analysis table are followings:

$$\sum f_x = \sum f_y = N = 100$$

$$\sum f u_x u_y = 125$$

$$\sum f_x u_x = 64$$

$$\sum f_x u_y = -55$$

$$\sum f_x u_x^2 = 236$$

$$\sum f_y u_y^2 = 253$$

$$r = \frac{N \sum f u_x u_y - (\sum f_x u_x)(\sum f_y u_y)}{\sqrt{\{N \sum f_x u_x^2 - (\sum f_x u_x)^2\} \{N \sum f_y u_y^2 - (\sum f_y u_y)^2\}}}$$

$$= \frac{(100)(125) - (64)(-55)}{\sqrt{\{(100)(236) - (64)^2\} \{(100)(253) - (-55)^2\}}} = \frac{16020}{\sqrt{\{19504\} \{22275\}}}$$

$$= \frac{16020}{\sqrt{434451600}} = \frac{16020}{20843.5} = 0.7686.$$

### 5.5.8. कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक (r) की सार्थकता जाँच (Tests of Significance):

कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक की जाँच के दौरान दो तरह की स्थितियाँ उत्पन्न होती हैं;

(a). जब समग्र में चरों के जोड़ों के बीच सह सम्बंध गुणांक ( $\rho$ ) का मान शून्य मान लिया जाता है। इस स्थिति में प्रतिदर्श में चरों के जोड़े के बीच सह सम्बंध गुणांक ( $r$ ) की सार्थकता की जाँच के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है—

$$t_c = \frac{r}{S.E.r} = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}$$

जहाँ,  $t_c = t$  जाँच का आकलित मान (Calculated Value) है।

$t$  - test में सार्थकता का परिणाम सार्थकता का स्तर और स्वतंत्रता क्रम (Degree of Freedom) पर निर्भर करता है। यहाँ ( $n - 2$ ) स्वतंत्रता क्रम (Degree of Freedom) है।

तय सार्थकता और स्वतंत्रता क्रम पर यदि  $t_c > t$  होता है तब  $r$  का मान सार्थक रूप से शून्य से अलग माना जाता है।

इसके विपरित यदि  $t_c < t$  होता है तब  $r$  का मान सार्थक रूप से शून्य के बराबर माना जाता है। यहाँ  $t_c$  गणना से प्राप्त मूल्य तथा  $t$  सैद्धान्तिक तालिका का मूल्य है।

(b). जब समग्र में चरों के जोड़ों के बीच सह सम्बंध गुणांक ( $\rho$ ) का मान अनुमानित होता है। इस स्थिति में प्रतिदर्श में चरों के जोड़े के बीच सह सम्बंध गुणांक ( $r$ ) की सार्थकता की जाँच के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है—

इस स्थिति में शून्य परिकल्पना  $r = \rho$

तथा, वैकल्पिक परिकल्पना  $r \neq \rho$  है।

$$Z_c = \frac{\frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} - \frac{1}{2} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho}}{\frac{1}{\sqrt{n-3}}} = \frac{\sqrt{n-3}}{2} \ln \frac{(1+r)(1-\rho)}{(1-r)(1+\rho)}$$

जहाँ  $Z_c$  जाँच के लिए आकलित सांख्यिकी है।

( $\rho$ ) समग्र में चरों के जोड़ों के बीच सह सम्बंध गुणांक है।

( $r$ ) प्रतिदर्श में चरों के जोड़ों के बीच सह सम्बंध गुणांक है।

$N$  चरों के जोड़ों की संख्या है।

**5 %** सार्थकता स्तर पर सैद्धान्तिक  $z$  का मान **1.96** होता है। 1% सार्थक स्तर पर  $z$  का मान 2.57 होता है।

जाँच का निष्कर्ष आकलित  $Z_c$  और सैद्धान्तिक  $z$  के अन्तर पर निर्भर करता है।

यदि,  $Z_c < z$  तो शून्य परिकल्पना स्वीकार कर ली जाती है।

इसके विपरित यदि,  $Z_c > z$  तो वैकल्पिक परिकल्पना स्वीकार कर ली जाती

**सह सम्बंध गुणांक (r) का प्रमाप विचलन या त्रुटि (Standard Deviation or Standard Error of Correlation Coefficient):**

$$S. E._{(r)} = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

जहाँ  $n$  पदों की संख्या तथा  $r$  सह सम्बंध गुणांक का मान है।

सांख्यिकी की मानक पुस्तकों में इसी सूत्र का प्रयोग किया गया है।

**5.5.9. कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक (r) की गणना में सम्भाव्य त्रुटि (Probable Error):**

सम्भाव्य त्रुटि का विचार भी प्रमाप त्रुटि के विचार से सम्बंधित है। इसका उपयोग भी सह सम्बंध गुणांक के सार्थकता की जाँच के लिए किया जाता है। सम्भाव्य त्रुटि (**Probable Error**) और प्रमाप त्रुटि (**Standard Error**) के बीच के सम्बंध को निम्नलिखित सूत्र द्वारा स्थापित किया जाता है—

$$P. E._{(r)} = 0.6745 S. E._{(r)}$$

$$P. E._{(r)} = 0.6745 \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

जहाँ,  $r$  सहसम्बंध गुणांक तथा ( $n$ ) दोनों चरों के जोड़ों की संख्या है।

सम्भाव्य त्रुटि की सहायता से चरों के समग्र के बीच सह सम्बंध गुणांक के लिए एक सीमा तय की जाती है। यदि चरों के समग्र के बीच सह सम्बंध गुणांक को  $\rho$  से सूचित किया जाए और चरों के प्रतिदर्श के बीच सह सम्बंध गुणांक को  $r$  से सूचित किया जाए तो,

$$\rho = r \pm P. E.$$

इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है —

यदि प्रतिदर्श के 16 जोड़ों के बीच सह सम्बंध गुणांक  $r = 0.80$  है तो समग्र के समस्त जोड़ों के बीच सह सम्बंध गुणांक  $\rho$  की सीमा तय करने के लिए,

सर्वप्रथम सम्भाव्य त्रुटि (P.E.) की गणना की जाती है।

$$\text{सूत्र से, } P. E._{(r)} = 0.6745 \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = 0.6745 \sqrt{\frac{1-0.8^2}{16-2}} = 0.6745 \sqrt{\frac{1-0.64}{14}}$$

$$= 0.6745 \sqrt{\frac{0.36}{14}} = 0.6745 \sqrt{0.0257} = 0.6745 \times 0.16 = 0.108$$

अतः  $\rho = r \pm P.E.$  या  $\rho = 0.8 \pm 0.10$

$$0.70 \leq \rho \leq 0.90$$

अतः समग्र का सह सम्बंध गुणांक **0.70** और **0.90** के बीच है।

### **5.5.10. कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक की विशेषताएँ (Characteristics of Karl Pearson's Correlation Coefficient):**

(i). कार्ल पियर्सन का सह सम्बंध गुणांक प्रारम्भिक आँकड़ों के मूल (Origin) और पैमाने (Scale) में परिवर्तन से स्वतंत्र होता है। यदि प्रारम्भिक आँकड़ें  $X$  तथा  $Y$  हैं और उनमें इस प्रकार परिवर्तन किया गया है कि  $u = (X - A)/a$  तथा  $v = (Y - B)/b$  है।

इस स्थिति में,  $r_{xy} = r_{uv}$  होता है।

(ii). कार्ल पियर्सन का सह सम्बंध गुणांक मात्रक से मुक्त (Unit Free) होता है।

(iii). कार्ल पियर्सन के सह सम्बंध गुणांक की गणना में दिए गए सभी आँकड़ों का इस्तेमाल होता है।

(iv). इसका उपयोग हर क्षेत्र (कृषि, जीव विज्ञान, अर्थशास्त्र, समाजशास्त्र, मनोविज्ञान इत्यादि) में किया जाता है।

### **5.5.11. सह सम्बंध गुणांक की सीमाएँ (Limitations of Correlation Coefficient):**

द्विचर विश्लेषण की सांख्यिकी विधियों में सह सम्बंध गुणांक बहुत ही उपयोगी, सरल एवं प्रचलित विधि है। इसकी गणना से दो या दो से अधिक चरों के एक दूसरे पर निर्भरता की दिशा एवं दशा का ज्ञान होता है। फिर भी इस विधि की कुछ खामियाँ निम्नलिखित हैं—

(i). इस विधि में चरों के मध्य केवल रैखिक सम्बंधों की माप की जा सकती है जबकि प्रायः चरों के मध्य अरैखिक सम्बंध भी पाये जाते हैं।

(ii). इस विधि का प्रयोग केवल अंकात्मक आँकड़ों के साथ ही किया जा सकता है।

(iii). कभी कभी दो चर आपस में सम्बंधित नहीं होते हैं फिर भी उनके बीच सह सम्बंध पाया जा सकता है। इसे छदम सह सम्बंध की समस्या कहते हैं। उदाहरण के लिए, छात्रों की संख्या और निर्माण सामग्री की मांग में प्रत्यक्षतः कोई सम्बंध नहीं है पर समय के साथ साथ दोनों में वृद्धि हो सकती है। इस तरह की समस्या प्रायः काल श्रेणी के चरों के साथ देखा जाता है।

(iv). इस विश्लेषण में कारण और परिणाम का निर्धारण नहीं हो पाता है। इसके लिए प्रतीपगमन विश्लेषण (Regression Analysis) की आवश्यकता होती है।

(v). सार्थकता परिक्षण के बिना केवल सह सम्बंध गुणांक के मूल्य के आधार पर निष्कर्ष नहीं निकाला जा सकता है। कभी कभी उच्च स्तर का मान सार्थकता परिक्षण में शून्य/निरर्थक साबित हो जाता है। इसके विपरीत कभी कभी शून्य के आस पास का मान भी सार्थकता परिक्षण में शून्य से अधिक/सार्थक साबित होता है।

नोट: दो या दो से अधिक चरों के बीच रैखिक सह सम्बंध की अनुपस्थिति केवल यह संकेत है कि इन चरों के बीच रैखिक सम्बंध नहीं है। हो सकता है इनके बीच अरैखिक सम्बंध हो।

### 5.5.12. स्पीयरमैन का कोटि सह सम्बंध गुणांक (Spearman's Rank Correlation Coefficient):

कभी कभी ऐसे दो चर आपस में सम्बंधित होते हैं जिनका आवृत्ति वितरण अज्ञात होता है या कुछ चरों का पैमाना (scale) क्रमागत (Ordinal) होता है। ऐसे चरों के बीच कार्ल पियर्सन का सह सम्बंध गुणांक की गणना सम्भव नहीं होती है। ऐसे चरों के बीच के सम्बंध की गणना करने के लिए स्पीयरमैन ने एक विधि विकसित की है जिसमें कोटि सह सम्बंध गुणांक की गणना की जाती है। इस विधि में दो चरों के बीच के सम्बंध को अप्रत्यक्ष रूप से मापा जाता है। कोटि सह सम्बंध गुणांक को  $\rho$  द्वारा सूचित किया जाता है।

कोटि सह सम्बंध गुणांक का मान भी  $\pm 1$  के बीच में पाया जाता है।

कोटि सह सम्बंध गुणांक की गणना विधि:

कोटि सह सम्बंध गुणांक की गणना में दो तरह की स्थितियाँ होती है।

#### (a). जब चर मूल्यों में दुहराव नहीं होता है (There is no repeated Data in the series)

- सर्व प्रथम दोनों चरों के सभी मूल्यों को किसी एक क्रम में (आरोही या अवरोही) क्रम ( $R_x$  तथा  $R_y$ ) दिया जाता है।
- अगले चरण में ( $R_x$  तथा  $R_y$ ) के बीच अंतर (D) ज्ञात किया जाता है।
- इसके बाद सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

$$\text{सूत्र, } \rho = 1 - \frac{6 \sum D^2}{N(N^2-1)}$$

दुहराव रहित आँकड़ों से कोटि सह सम्बंध गुणांक की गणना को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate rank correlation coefficient from the data given below:**

High School Grade (X)	85	60	73	40	90
College Grade (Y)	93	75	65	50	80

हल:

X	Y	$R_x$	$R_y$	$D = (R_x - R_y)$	$D^2$
85	93	2	1	2-1 = 1	1
60	75	4	3	4-3 = 1	1
73	65	3	4	3-4 = -1	1
40	50	5	5	5-5 = 0	0

90	80	1	2	1-2= -1	1
				$\sum D = 0$	$\sum D^2 = 4$

$$\text{सूत्र, } \rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 4}{5(5^2-1)} = 1 - \frac{24}{5(24)} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5} = 0.80$$

(b). जब चर मूल्यों में दुहराव होता है (There is repeated Data in the series)।

ऐसी स्थिति में सूत्र में निम्नलिखित समायोजन किया जाता है—

$$\rho = 1 - \frac{6[\sum D^2 + \frac{1}{12}(\sum m^3 - m)]}{N(N^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6[\sum D^2 + \frac{1}{12}\{(m_1^3 - m_1) + (m_2^3 - m_2) + (m_3^3 - m_3) + \dots + (m_k^3 - m_k)\}]}{N(N^2-1)}$$

जहाँ,  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_k$  श्रेणी में दुहराये गये पद मूल्यों की आवृत्तियाँ हैं।

दुहराव सहित आँकड़ों से कोटि सह सम्बंध गुणांक की गणना को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Example: Calculate rank correlation coefficient from the data given below:**

High School Grade (X)	92	83	87	86	83	77	71	83	53	50
College Grade (Y)	86	83	91	77	68	77	86	52	77	92

हल: सर्वप्रथम प्रश्न तालिका के अवलोकन से स्पष्ट है कि श्रेणी— x में अंक 83 तीन बार तथा श्रेणी— y में अंक 86 दो बार और 77 तीन बार दुहराया गया है। अर्थात्  $m_1 = 3$ ,  $m_2 = 2$  तथा  $m_3 = 3$  है।

इस तरह के प्रश्नों में आँकड़ों को क्रम देते समय सावधानी बरतनी चाहिए। दुहराव वाले अंको को औसत क्रम दिया जाता है। किसी तरह के असमंजस से बचने के लिए पहले एक रफ (Rough) क्रम दे सकते हैं। यहाँ अंकों के बगल में छोटी संख्या रफ क्रम हैं। उदाहरण के लिए पहले 83 को 4 दूसरे 83 को 5 तथा तीसरे 83 को 6 क्रम दिया गया है परंतु वास्तविक क्रम में तीनों को औसत रूप से 5 क्रम दिया गया है।

X	Y	$R_x$	$R_y$	$D = (R_x - R_y)$	$D^2$
92 <sub>1</sub>	86 <sub>3</sub>	1	3.5	-2.5	6.25
83 <sub>4</sub>	83 <sub>5</sub>	5	5	0	0
87 <sub>2</sub>	91 <sub>2</sub>	2	2	0	0

86 <sub>3</sub>	77 <sub>6</sub>	3	7	-4	16
83 <sub>5</sub>	68 <sub>9</sub>	5	9	-4	16
77 <sub>7</sub>	77 <sub>7</sub>	7	7	0	0
71 <sub>8</sub>	86 <sub>4</sub>	8	3.5	4.5	20.25
83 <sub>6</sub>	52 <sub>10</sub>	5	10	-5	25
53 <sub>9</sub>	77 <sub>8</sub>	9	7	2	4
50 <sub>10</sub>	92 <sub>1</sub>	10	1	9	81
				$\sum D = 0$	$\sum D^2 = 168.50$

नोट: यहाँ,  $m_1 = 3$ ,  $m_2 = 2$  तथा  $m_3 = 3$  है।

$$\begin{aligned} \rho &= 1 - \frac{6[\sum D^2 + \frac{1}{12}\{(m_1^3 - m_1) + (m_2^3 - m_2) + (m_3^3 - m_3)\}]}{N(N^2 - 1)} \\ &= 1 - \frac{6[168.5 + \frac{1}{12}\{(3^3 - 3) + (2^3 - 2) + (3^3 - 3)\}]}{10(10^2 - 1)} \\ &= 1 - \frac{6[168.5 + \frac{1}{12}\{24 + 6 + 24\}]}{10(100 - 1)} = 1 - \frac{6[168.5 + \frac{1}{12}\{54\}]}{990} \\ &= 1 - \frac{6[168.5 + 4.5]}{990} = 1 - \frac{6[173]}{990} = 1 - \frac{1038}{990} = \frac{990 - 1038}{990} = \frac{-48}{990} = 0.0484 \end{aligned}$$

### 5.5.13. प्रतीपगमन विश्लेषण (Regression Analysis):

#### परिचय (Introduction):

प्रतीपगमन विश्लेषण सांख्यिकी की एक बहुत ही महत्वपूर्ण विधि है। सह-सम्बंध विश्लेषण में दो या दो से अधिक चरों के बीच के सम्बंधों की दिशा और दशा/प्रगाढ़ता का ज्ञान तो होता है परन्तु उनके बीच के कारण परिणाम सम्बंध की जानकारी नहीं हो पाती है। वास्तविक जीवन में यह जानना बहुत महत्वपूर्ण होता है कि कौन से चर किससे प्रभावित होता है तथा किसको प्रभावित करता है। यह जानकारी प्रतीपगमन विश्लेषण के द्वारा सम्भव होता है।

दो या दो से अधिक चर आपस में एकतरफा (**One Way Causation**) सम्बंधित हो सकते हैं या दोतरफा (**Both Way Causation**)। उदाहरण के लिए, फसलों का उत्पादन सिंचाई की मात्रा पर निर्भर करती है। यहाँ उत्पादन निर्भर करता है और सिंचाई की मात्रा स्वतंत्र है। यहाँ एकतरफा सम्बंध (**One Way Causation**) प्रदर्शित हो रहा है। इसे गणित की भाषा में निम्नलिखित रूप से प्रकट करते हैं—

$Y = f(X)$  तथा

$X \neq g(Y)$

जहाँ,  $Y$  उत्पादन की मात्रा तथा  $X$  सिंचाई की मात्रा को सूचित करता है। यहाँ  $Y$  निर्भर चर है तथा  $X$  स्वतंत्र चर है तथा  $f$  फलन को सूचित करता है।

इस तरह के सम्बंधों को एकल समीकरण सम्बंध (Single Equation Relationship) कहते हैं।

कभी कभी दोतरफा सम्बंध भी पाये जाते हैं। उदाहरण के लिए, राष्ट्रीय स्तर पर आय बढ़ने से उपभोग बढ़ता है तथा उपभोग बढ़ने से आय भी बढ़ती है। यहाँ आय तथा उपभोग के बीच दोतरफा सम्बंध पाया जाता है। इस तरह के सम्बंधों को युगपत समीकरणों के द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

इसे गणित की भाषा में निम्नलिखित रूप से प्रकट करते हैं—

$Y = f(C)$ , तथा साथ ही

$C = g(Y)$

जहाँ,  $Y$  उत्पादन की मात्रा तथा  $C$  उपभोग की मात्रा को सूचित करता है तथा  $f$  और  $g$  फलनों के सूचक हैं। यहाँ  $Y$  तथा  $C$  दोनों एक दूसरे पर निर्भर करते हैं।

#### 5.5.14. प्रतीपगमन समीकरणों के प्रकार (Types of Regression Equations):

दो या दो से अधिक चरों के मध्य सम्बंध रैखिक (Linear Relationship) या अरैखिक (Non Linear Relationship) दोनों तरह के होते हैं। दो या दो से अधिक चरों को गणित के विभिन्न समीकरणों द्वारा सम्बंधित किया जा सकता है —

##### (a). रैखिक समीकरण (Linear Equation)

$Y = a + bX$

##### (b). द्विघातीय समीकरण (Quadratic Equation)

$Y = aX^2 + bX + c$

##### (c). बहु-घातीय समीकरण (Multinomial Equation)

$Y = a_r X^r + a_{r-1} X^{r-1} + a_{r-2} X^{r-2} + \dots + a_1 X + a_0$

जहाँ,  $r$  चर  $X$  का अधिकतम घात है तथा  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_r$  सभी स्थिरांक हैं।

##### (d). अनुपातिक समीकरण (Rational Equation)

$Y = K/f(X)$ .

##### (e). लघुगणकीय समीकरण (Logarithmic Equation)

$\log Y = a \log bX$



## **Y = logX + b (Semi logarithmic Equation)**

### **(f). चर-घातांकी समीकरण (Exponential Equation)**

$$Y = ae^{f(x)} \text{ इत्यादि।}$$

उपरोक्त उदाहरणों में सभी समीकरण दो चरों वाले हैं। दो से अधिक चरों वाले समीकरण भी होते हैं। जैसे उपयोगिता फलन (Utility Function) को व्यक्त करने के लिए कई चरों वाले समीकरण की आवश्यकता होती है क्योंकि कुल उपयोगिता की मात्रा उपयोग किये गए समस्त वस्तुओं की मात्राओं पर निर्भर करती है। इसी तरह से उत्पादन फलन में भी उत्पादन की मात्रा उत्पादन के दो साधनों; श्रम तथा पूँजी की मात्रा पर निर्भर करती है।

$$U = f(X, Y, Z...)$$

$$U = aX + bY + cZ \text{ (Linear)}$$

$$U = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + b_1 Y + b_2 Y^2 + c_1 Z + c_2 Z^2 \text{ (Non Linear) इत्यादि। यह चार चरों वाला समीकरण है।}$$

प्रारम्भ में प्रतीपगमन विश्लेषण का सबसे सरल प्रारूप (Basic Model) को जाना जाता है। आगे आवश्यकतानुसार जटिल प्रारूप को साधा जाता है। अर्थशास्त्र में एक पेपर अर्थमिति (Econometrics) है जो पूरी तरह से प्रतीपगमन विश्लेषण पर ही आधारित है।

### **5.5.15 रैखिक प्रतीपगमन विश्लेषण (Linear Regression Analysis):**

रैखिक प्रतीपगमन विश्लेषण भी दो प्रकार के होते हैं—

#### **(a). सरल रैखिक प्रतीपगमन (Simple / Two Variable Linear Regression Analysis)**

#### **(b). बहु-चरीय रैखिक प्रतीपगमन (Multiple Variable Linear Regression Analysis)**

सरल रैखिक प्रतीपगमन के अन्तर्गत केवल दो चरों के बीच के रैखिक सम्बंध का आकलन किया जाता है। जबकि बहु-चरीय रैखिक प्रतीपगमन के अन्तर्गत दो से अधिक चर होते हैं। दोनों स्थितियों में एक चर निर्भर चर होता है जो अन्य स्वतंत्र चर/चरों पर निर्भर करता है। प्रतीपगमन विश्लेषण के अन्तर्गत स्वतंत्र और निर्भर चरों के कुछ दिए गए आँकड़ों से उनके बीच सम्बंधों के स्वरूप का आकलन/गणना किया जाता है। शुरुआत में सरल रैखिक प्रतीपगमन रेखा का आकलन करने की विधि को समझा जाता है—

#### **5.5.15.क (i). सरल रैखिक प्रतीपगमन (Simple / Two Variable Linear Regression Analysis):**

दो चर X तथा Y है। इन दो चरों से दो रेखाएँ आकलित की जा सकती है—

#### **(a). Y को निर्भर तथा X को स्वतंत्र चर मानते हुए (Regression line of Y on X)**

$$Y = f(X)$$

$$Y = a + b X$$

यहाँ,  $a$  तथा  $b$  दोनों प्राचल/निर्धारक (Parameters), स्थिरांक है जो  $X$  और  $Y$  के बीच सम्बंध के स्वरूप को निर्धारित करते हैं।

### प्राचलों का निर्वचन (Interpretation of Parameters):

$b$  को प्रतीपगमन गुणांक (Regression Coefficient) भी कहा जाता है। यदि गणित की विधि अवकलन की भाषा में व्यक्त किया जाए तो  $\frac{dy}{dx} = b$  है। इसका मतलब यह है कि यदि स्वतंत्र चर  $X$  की मात्रा में थोड़ा सा (एक इकाई) परिवर्तन होता है तो निर्भर चर  $Y$  की मात्रा में परिवर्तन  $b$  के बराबर होगा। निर्भर चर  $Y$  में परिवर्तन की दिशा  $b$  के धनात्मक या ऋणात्मक चिन्ह पर निर्भर करता है।

$a$ , निर्भर चर  $Y$  के उस मान को व्यक्त करता है जो स्वतंत्र चर  $X$  के मान पर निर्भर नहीं करता है। दूसरे शब्दों में यदि,  $X = 0$  तो  $Y = a$  है।

### प्राचलों का आकलन (Estimation of Parameters):

$a$  और  $b$  का मान ज्ञात हो जाने पर दोनों चरों के बीच के सम्बंधों का आकलन किया जा सकता है।  $a$  और  $b$  का मान ज्ञात करने के लिए कई विधियों का प्रयोग किया जाता है। कुछ मान्यताओं के साथ न्यूनतम वर्ग विधि (Ordinary Least Square Method) सबसे अधिक प्रचलित विधि है। इस विधि से प्राप्त गुणकों/सांख्यिकियों (Coefficients/Statistics)  $a$  और  $b$  निर्धारित माप दंडों पर खरे साबित होते हैं।

दोनों चरों  $X$  और  $Y$  के कुछ ज्ञात जोड़ों/आँकड़ों से प्राचलों को ज्ञात करने का सूत्र निम्नलिखित है—

#### प्राचल $b$ की गणना:

##### प्रत्यक्ष रीति (Direct Method):

$$b = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

##### लघु रीति (Short-Cut Method):

(क). वास्तविक माध्य से विचलन द्वारा

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \text{ जहाँ, } x = (X - \bar{X}) \text{ तथा } y = (Y - \bar{Y})$$

$\bar{X}$ , श्रेणी  $X$  का माध्य है तथा  $\bar{Y}$ , श्रेणी  $Y$  का माध्य है।

##### (ख). कल्पित माध्य से विचलन द्वारा (Deviation from Assumed Mean):

$$b = \frac{N \sum dxdy - (\sum dx)(\sum dy)}{N \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \text{ जहाँ, } dx = (X - A) \text{ तथा } dy = (Y - B) \text{ है।}$$

$A$ , श्रेणी  $X$  का कल्पित माध्य है तथा  $B$ , श्रेणी  $Y$  का कल्पित माध्य है।

##### (ग). कल्पित माध्य से पद विचलन द्वारा (Step Deviation from Assumed Mean):

$$b = \frac{N \sum dx' dy' - (\sum dx')(\sum dy')}{N \sum dx'^2 - (\sum dx')^2}$$

जहाँ,  $dx' = (X - A)/i$  तथा  $dy' = (Y - B)/i$  है।

नोट: यहाँ दोनों श्रेणियों में एक ही स्थिरांक ( $i$ ) से भाग दिया गया है। यदि दोनों श्रेणियों में पद विचलन निकालने के लिए अलग अलग स्थिरांकों से भाग दिया जाता है तब सूत्र में निम्नलिखित संशोधन किया जाता है -

$$b = \frac{N \sum dx' dy' - (\sum dx')(\sum dy')}{N \sum dx'^2 - (\sum dx')^2} \times \frac{j}{i}$$

जहाँ,  $dx' = (X - A)/i$  तथा  $dy' = (Y - B)/j$  है।

$A$ , श्रेणी  $X$  का कल्पित माध्य है तथा  $B$ , श्रेणी  $Y$  का कल्पित माध्य है।  $i$  एक स्थिरांक है जिसका प्रयोग श्रेणी  $X$  के लिए पद विचलन ज्ञात करने के लिए किया गया है तथा  $j$  एक स्थिरांक है जिसका प्रयोग श्रेणी  $Y$  के लिए पद विचलन ज्ञात करने के लिए किया गया है

### प्राचल a की गणना

$$a = \bar{Y} - b \bar{X}$$

जहाँ,  $\bar{X}$ , श्रेणी  $X$  का माध्य है तथा  $\bar{Y}$ , श्रेणी  $Y$  का माध्य है।  $b$  पूर्व आकलित प्राचल है।

### **(b). X को निर्भर तथा Y को स्वतंत्र चर मानते हुए (Regression line of X on Y)**

$$X = f(Y)$$

$$X = c + d Y$$

यहाँ भी प्राचलों का निर्वचन एवं गणना उपरोक्त वर्णित रीति से किया जाता है। सम्बंधों की दिशा बदल जाने के कारण सूत्र में भी कुछ बदलाव होते हैं।

सर्वप्रथम प्राचल  $d$  को ज्ञात करते हैं फिर  $c$  ज्ञात किया जाता है।

### प्राचल d की गणना

#### प्रत्यक्ष रीति (Direct Method)

$$d = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}$$

#### लघु रीति (Short-Cut Method):

(क). वास्तविक माध्य से विचलन द्वारा

$$d = \frac{\sum xy}{\sum y^2} \text{ जहाँ, } x = (X - \bar{X}) \text{ तथा } y = (Y - \bar{Y})$$

$\bar{X}$ , श्रेणी  $X$  का माध्य है तथा  $\bar{Y}$ , श्रेणी  $Y$  का माध्य है।

(ख). कल्पित माध्य से विचलन द्वारा (**Deviation from Assumed Mean**):

$$d = \frac{N \sum dx dy - (\sum dx)(\sum dy)}{N \sum dy^2 - (\sum dy)^2} \text{ जहाँ, } dx = (X - A) \text{ तथा } dy = (Y - B) \text{ है।}$$

$A$ , श्रेणी  $X$  का कल्पित माध्य है तथा  $B$ , श्रेणी  $Y$  का कल्पित माध्य है।

(ग). कल्पित माध्य से पद विचलन द्वारा (**Step Deviation from Assumed Mean**):

$$d = \frac{N \sum dx' dy' - (\sum dx')(\sum dy')}{N \sum dy'^2 - (\sum dy')^2} \times i$$

जहाँ,  $dx' = (X - A)/i$  तथा  $dy' = (Y - B)/i$  है।

$A$ , श्रेणी  $X$  का कल्पित माध्य है तथा  $B$ , श्रेणी  $Y$  का कल्पित माध्य है।  $i$  एक स्थिरांक है जिसका प्रयोग दोनों श्रेणियों के लिए पद विचलन ज्ञात करने के लिए किया गया है।

नोट: यहाँ दोनों श्रेणियों में एक ही स्थिरांक ( $i$ ) से भाग दिया गया है। यदि दोनों श्रेणियों में पद विचलन निकालने के लिए अलग अलग स्थिरांकों से भाग दिया जाता है तब सूत्र में निम्नलिखित संशोधन किया जाता है -

$$d = \frac{N \sum dx' dy' - (\sum dx')(\sum dy')}{N \sum dy'^2 - (\sum dy')^2} \times \frac{i}{i}$$

जहाँ,  $dx' = (X - A)/i$  तथा  $dy' = (Y - B)/j$  है।

$A$ , श्रेणी  $X$  का कल्पित माध्य है तथा  $B$ , श्रेणी  $Y$  का कल्पित माध्य है।  $i$  एक स्थिरांक है जिसका प्रयोग श्रेणी  $X$  के लिए पद विचलन ज्ञात करने के लिए किया गया है तथा  $j$  एक स्थिरांक है जिसका प्रयोग श्रेणी  $Y$  के लिए पद विचलन ज्ञात करने के लिए किया गया है

**प्राचल  $c$  की गणना**

$$c = \bar{X} - d \bar{Y}$$

जहाँ,  $\bar{X}$ , श्रेणी  $X$  का माध्य है तथा  $\bar{Y}$ , श्रेणी  $Y$  का माध्य है।  $d$  पूर्व आकलित प्राचल है।

चरों के दिए हुए मूल्यों से दोनों प्रतीपगमन रेखाओं की गणना विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है -

**Example: Estimate both regression lines from the data given below:**

X:	70	63	72	60	66	70	74	65	62	67	65	68
Y:	155	150	180	135	156	168	178	160	132	145	139	152

**Solution:by Deviation from Mean Method:**

X	Y	$x = (X - \bar{X})$	$y = (Y - \bar{Y})$	xy	$x^2$	$y^2$
70	155	3.2	0.8	2.56	10.24	0.64
63	150	-3.8	-4.2	15.96	14.44	17.64
72	180	5.2	25.8	134.16	27.04	665.64
60	135	-6.8	-19.2	130.56	46.24	368.64
66	156	-0.8	1.8	-1.44	0.64	3.24
70	168	3.2	13.8	44.16	10.24	190.44
74	178	7.2	23.8	171.366	51.84	566.44
65	160	-1.8	5.8	-10.44	3.24	33.64
62	132	-4.8	-22.2	106.56	23.04	492.84
67	145	0.2	-9.2	-1.84	0.04	84.64
65	139	-1.8	-15.2	27.36	3.24	231.04
68	152	1.2	-2.2	-2.64	1.44	4.84
$\sum X = 802$ $\bar{X} = 66.8$	$\sum Y = 1850$ $\bar{Y} = 154.2$			$\sum xy = 616.32$	$\sum x^2 = 191.68$	$\sum y^2 = 2659.68$

आकलित प्रथम प्रतीपगमन रेखा (**Line first: Y on X**)

$$Y = a + b X \dots\dots(1)$$

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{616.32}{191.68} = 3.22$$

$$a = \bar{Y} - b \bar{X} = 154.2 - 3.22 \times 66.8 = 154.2 - 215.09 = - 60.9$$

आकलित प्रतीपगमन रेखा

$$Y = - 60.9 + 3.22 X \dots\dots(1^*)$$

अर्थात् स्वतंत्र चर X में एक इकाई परिवर्तन होने पर निर्भर चर Y में 3.22 इकाई परिवर्तन होता है। प्रचाल b का मान धनात्मक है।

आकलित द्वितीय प्रतीपगमन रेखा (**Line Second: X on Y**)

$$X = c + d Y \dots\dots(2)$$

$$d = \frac{\sum xy}{\sum y^2} = \frac{616.32}{2659.68} = 0.232$$

$$c = \bar{X} - d \bar{Y} = 66.8 - 0.232 \times 154.2 = 66.8 - 35.77 = 31$$

आकलित प्रतीपगमन रेखा

$$X = 31 + 0.232 Y \dots\dots(2)$$

अर्थात् स्वतंत्र चर Y में एक इकाई परिवर्तन होने पर निर्भर चर X में 0.232 इकाई परिवर्तन होता है। प्रचाल d का मान धनात्मक है।

लघु रीति (कल्पित माध्य से विचलन) से हल:

तालिका: (5.6.2)

X	Y	$d_x = (X - 65)$	$d_y = (Y - 150)$	$d_x d_y$	$d_x^2$	$d_y^2$
70	155	5	5	25	25	25
63	150	-2	0	0	4	0
72	180	7	30	210	49	900
60	135	-5	-15	75	25	225
66	156	1	6	6	1	36
70	168	5	18	90	25	324
74	178	9	28	252	81	784
65	160	0	10	0	0	100
62	132	-3	-18	54	9	324
67	145	2	-5	-10	4	25
65	139	0	-11	0	0	121
68	152	3	2	6	9	4
$\sum X = 802$ $\bar{X} = 66.8$	$\sum Y = 1850$ $\bar{Y} = 154.2$	$\sum dx = 22$	$\sum dy = 50$	$\sum dx dy = 708$	$\sum d_x^2 = 232$	$\sum d_y^2 = 2868$

आकलित प्रथम प्रतीपगमन रेखा (Line first: Y on X)

$$Y = a + b X \dots\dots(1)$$

$$b = \frac{N \sum dx dy - (\sum dx)(\sum dy)}{N \sum dx^2 - (\sum dx)^2} = \frac{12 \times 708 - 22 \times 50}{12 \times 232 - 22 \times 22} = \frac{8496 - 1100}{2784 - 484} = \frac{7396}{2300} = 3.22$$

$$a = \bar{Y} - b \bar{X} = 154.2 - 3.22 \times 66.8 = 154.2 - 215.09 = -60.9$$

आकलित प्रतीपगमन रेखा

$$Y = -60.9 + 3.22 X \dots\dots(1^*)$$

अर्थात् स्वतंत्र चर X में एक इकाई परिवर्तन होने पर निर्भर चर Y में 3.22 इकाई परिवर्तन होता है। प्राचाल b का मान धनात्मक है।

आकलित द्वितीय प्रतीपगमन रेखा (Line Second: X on Y)

$$X = c + d Y \dots\dots(2)$$

$$d = \frac{N \sum dx dy - (\sum dx)(\sum dy)}{N \sum dy^2 - (\sum dy)^2} = \frac{12 \times 708 - 22 \times 50}{12 \times 2868 - 50 \times 50} = \frac{8496 - 1100}{34416 - 2500} = \frac{7396}{31916} = 0.232$$

$$c = \bar{X} - d \bar{Y} = 66.8 - 0.232 \times 154.2 = 66.8 - 35.77 = 31$$

आकलित प्रतीपगमन रेखा

$$X = 31 + 0.232 Y \dots\dots(2^*)$$

अर्थात् स्वतंत्र चर Y में एक इकाई परिवर्तन होने पर निर्भर चर X में 0.232 इकाई परिवर्तन होता है। प्राचाल d का मान धनात्मक है।

**5.5.15.ख. सह-सम्बंध गुणांक और प्रतीपगमन गुणांक के बीच सम्बंध (Relationship between correlation coefficient and regression coefficient):**

जब दो चरों (X and Y) के ज्ञात मूल्यों के आधार पर दो प्रतीपगमन रेखाएँ –

$$Y = f(X)$$

$$Y = a + b X \dots\dots (1)$$

तथा

$$X = f(Y)$$

$$X = c + d Y \dots\dots(2)$$

आकलित की जाती है तथा उन्हीं समकों से सह-सम्बंध गुणांक (r) भी ज्ञात किया जाता है तब निम्नलिखित सम्बंध पाया जाता है –

$$r^2 = b \cdot d$$

$$\text{या, } r = \pm\sqrt{b \cdot d}$$

जहाँ,  $r$  सह सम्बंध गुणांक तथा  $b$  और  $d$  प्रतीपगमन गुणांक हैं।

$$b = r \frac{s.d.y}{s.d.x}$$

$$d = r \frac{s.d.x}{s.d.y}$$

जहाँ,  $s.d.x$  श्रेणी  $X$  का प्रमाप विचलन तथा  $s.d.y$  श्रेणी  $Y$  का प्रमाप विचलन है।

नोट: यहाँ  $r^2$  हमेशा धनात्मक होता है अर्थात्  $b$  और  $d$  हमेशा समान चिन्ह (धनात्मक या ऋणात्मक) के होते हैं।

### 5.5.15.ग. निर्धारण गुणांक (Coefficient of Determination):

$r^2$  को निर्धारण गुणांक (Coefficient of Determination) भी कहते हैं।  $r^2$  का मूल्य हमेशा शून्य से एक के बीच आता है। जिसका निर्वचन करने के लिए  $r^2$  के मूल्य को प्रतिशत में बदल लिया जाता है जो बताता है कि निर्भर चर में उतना प्रतिशत परिवर्तन स्वतंत्र चर में परिवर्तन के कारण निर्धारित होता है शेष प्रतिशत परिवर्तन अन्य दैव कारणों से होता है।

$r^2$  का मान प्रतीपगमन रेखा के महत्व को निर्धारित करता है।  $r^2$  का मान जितना अधिक होता है अवकलित प्रतीपगमन रेखा उतनी ही अच्छी मानी जाती है। इसीलिए  $r^2$  के मान को **उपयुक्तता की अच्छाई (Goodness of Fit)** भी कहा जाता है।

प्रतीपगमन विश्लेषण के आधार पर निर्धारण गुणांक की गणना निम्नलिखित सूत्र से की जाती है –

$$r^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y^2} = \frac{1 - \sum e^2}{\sum y^2}$$

$$\text{Where, } y = (Y - \bar{Y})$$

$$\hat{y} = (\hat{Y} - \bar{Y})$$

$$e = (Y - \hat{Y})$$

$Y$  = अवलोकित समंक (Observed Data)

$\hat{Y}$  = प्रतीपगमन रेखा द्वारा आकलित/उपनति मूल्य (Estimated value of  $Y$ )

$\bar{Y}$  = निर्भर चर का माध्य (Mean of  $Y$ )

$\sum y^2$  , निर्भर चर में माध्य से परिवर्तन के वर्गों का योग (Total Sum of Squares =TSS)

$\sum \hat{y}^2$  , स्वतंत्र चर द्वारा निर्धारित परिवर्तन के वर्गों का योग (Explained Sum of Squares =ESS)



$\sum e^2$  , दैव चर द्वारा निर्धारित परिवर्तन के वर्गों का योग (Unexplained Sum of Squares =USS)

नोट: यदि दिए गए आँकड़ों के एक ही सेट से दोनों प्रतिपगमन रेखाओं का आकलन किया जाता है और दोनों रेखाओं के बीच  $\theta^0$  का कोण बनता है तब,

$$\tan \theta = \frac{1-r^2}{r} \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

### 5.5.16. बहु-चरीय प्रतीपगमन विश्लेषण (Multiple Linear Regression Analysis):

जब कोई निर्भर चर एक से अधिक स्वतंत्र चरों द्वारा प्रभावित होता है उस स्थिति में प्रतीपगमन समीकरण (Regression Equation) में प्राचलों (Parameters) की संख्या बढ़ जाती है। यदि स्वतंत्र चर Y दो निर्भर चरों  $X_1$  और  $X_2$  द्वारा प्रभावित होता है तब रैखिक प्रतीपगमन समीकरण इस प्रकार लिखा जाता है—

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 \dots\dots(3)$$

जहाँ,  $b_0, b_1, b_2$  प्राचल (Parameters) हैं। इनकी गणना निम्नलिखित सूत्रों द्वारा किया जाता है—

$$b_1 = \frac{(\sum x_2^2)(\sum yx_1) - (\sum x_1x_2)(\sum yx_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}$$

$$b_2 = Y \frac{(\sum x_1^2)(\sum yx_2) - (\sum x_1x_2)(\sum yx_1)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2$$

दो स्वतंत्र चर वाले प्रतीपगमन समीकरण को प्राक्कलित करने की विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है —

**Example (5.6.3): Estimate a multiple regression line from the data given below:**

Yield (Quintal/Acre)	Total Rainfall (Inches)	Average Temperature (Degrees)
55	19	49
65	17	58
80	21	55
75	17	58
70	19	55
50	18	49

60	20	46
65	21	46

ऊपज को Y से, वर्षा की मात्रा को X<sub>1</sub> से तथा औसत तापमान को X<sub>2</sub> से सूचित करने पर उपयुक्त प्रतीपगमन समीकरण को निम्न प्रकार से लिखा गया है –

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \dots\dots\dots(3)$$

b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub> की गणना के लिए सूत्र में प्रयुक्त गणनाओं को प्राप्त करने के लिए निम्नलिखित तालिका का निर्माण किया गया है –

हल:

**तालिका संख्या (5.6.3)**

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y <sup>2</sup>	x <sub>1</sub> <sup>2</sup>	x <sub>2</sub> <sup>2</sup>	yx <sub>1</sub>	yx <sub>2</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>	Ŷ	E	e <sup>2</sup>
55	19	49	-10	0	-3	100	0	9	0	30	0	58.4	-3.4	11.56
65	17	58	0	-2	6	00	4	36	0	0	-12	67.9	-2.9	8.41
80	21	55	15	2	3	225	4	9	30	45	6	81.8	-1.8	3.24
75	17	58	10	-2	6	100	4	36	-20	60	-12	67.9	7.1	50.41
70	19	55	5	0	3	25	0	9	0	15	0	71.6	-1.6	2.56
50	18	49	-15	-1	-3	225	1	9	15	45	3	53.3	-3.3	10.89
60	20	46	-5	1	-6	25	1	36	-5	30	-6	57.0	3.0	9.00
65	21	46	0	2	-6	0	4	36	0	0	-12	62.1	2.9	8.41
520	152	416	0	0	0	700	18	180	20	225	-33	520	00	104

उपरोक्त तालिका से प्राप्त गणनाओं का सारांश निम्नलिखित है –

$$\bar{Y} = 65 \quad \sum y^2 = 700 \quad \sum yx_1 = 20$$

$$\bar{X}_1 = 19 \quad \sum x_1^2 = 18 \quad \sum yx_2 = 225$$

$$\bar{X}_2 = 52 \quad \sum x_2^2 = 180 \quad \sum x_1x_2 = -33$$

$$b_1 = \frac{(\sum x_2^2)(\sum yx_1) - (\sum x_1x_2)(\sum yx_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2} = \frac{180 \times 20 - (-33)(225)}{18 \times 180 - (-33)(-33)}$$

$$= \frac{3600 + 7425}{3240 - 1089} = \frac{11025}{2151} = 5.13$$

$$b_2 = Y \frac{(\sum x_1^2)(\sum yx_2) - (\sum x_1x_2)(\sum yx_1)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2} = \frac{18 \times 225 - (-33)(20)}{18 \times 180 - (-33)(-33)}$$

$$= \frac{4050 + 660}{3240 - 1089} = \frac{4710}{2151} = 2.19$$

$$b_0 = 65 - (5.13)(19) - (2.19)(52) = -146.35$$

$$Y = -146.35 + 5.13 X_1 + 2.19 X_2 \dots \dots \dots (3^*)$$

**5.5.17. बहु-चरीय प्रतीपगमन समीकरण और बहु-चरीय सह-सम्बंध गुणांक की गणना (Calculation of Multi Correlation Coefficient – R):**

दो स्वतंत्र चरों वाले उपरोक्त उदाहरण से बहु सहसम्बंध गुणांक की गणना निम्न प्रकार से किया जाता है –

दो स्वतंत्र चर की स्थिति में सूत्र –

$$R = \sqrt{\frac{b_1 \sum x_1 y + b_2 \sum x_2 y}{\sum y^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{5.13 \times 20 + 2.19 \times 225}{700}} = \sqrt{\frac{102.6 + 492.75}{700}} = \sqrt{\frac{595.35}{700}} = \sqrt{0.85} = 0.92.$$

**बहु चरीय सहसम्बंध ज्ञात करने की दूसरी विधि (Second Method of Calculating Multiple Correlation Coefficient):**

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y^2} = \frac{1 - \sum e^2}{\sum y^2}$$

Where,  $y = (Y - \bar{Y})$

$\hat{y} = (\hat{Y} - \bar{Y})$

$e = (Y - \hat{Y})$

$Y =$  अवलोकित समंक (Observed Data)

$\hat{Y} =$  प्रतीपगमन रेखा द्वारा आकलित मूल्य (Estimated value of Y)

$\bar{Y} =$  निर्भर चर का माध्य (Mean of Y)

$\sum y^2$  , निर्भर चर में माध्य से परिवर्तन के वर्गों का योग (Total Sum of Squares =TSS)

$\sum \hat{y}^2$  , स्वतंत्र चर द्वारा निर्धारित परिवर्तन के वर्गों का योग (Explained Sum of Squares =ESS)

$\sum e^2$  , दैव चर द्वारा निर्धारित परिवर्तन के वर्गों का योग (Unexplained Sum of Squares =USS)

### 5.5.17.क: निर्धारक गुणांक (Coefficient of Determination):

$R^2$  को निर्धारक गुणांक (Coefficient of Determination) कहा जाता है। इसका मतलब यह है कि  $R^2$  प्रतीपगमन रेखा के महत्व को निर्धारित करता है।  $R^2$  यह निर्धारित करता है कि निर्भर चर में होने वाले कुल परिवर्तनों में से कितना प्रतिशत परिवर्तन स्वतंत्र चरों में परिवर्तन के कारण होता है। शेष परिवर्तन अन्य कारणों या संयोगवश होता है।

$R^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y^2}$ ; जहाँ  $\sum y^2$  निर्भर चर में कुल परिवर्तन तथा  $\sum \hat{y}^2$  स्वतंत्र चर द्वारा निर्धारित परिवर्तन है।

तालिका (5.6.3) में प्राप्त गणनाओं के प्रयोग से बहु-चरीय सहसम्बंध की गणना

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2}} = \sqrt{1 - \frac{104.48}{700}} = \sqrt{\frac{700-104.48}{700}} = \sqrt{\frac{595.52}{700}} = \sqrt{0.85} = 0.92.$$

अतः प्रतीपगमन रेखा का निर्धारक गुणांक (Coefficient of Determination)

$$R^2 = (0.92)^2 = 0.85 = 85\%$$

अर्थात् उपरोक्त प्रतीपगमन रेखा द्वारा निर्भर चर (Y) में हुए कुल परिवर्तनों में से 85% का विश्लेषण होता है। शेष 15% परिवर्तन दोनों स्वतंत्र चरों के अलावा किसी अन्य कारणों से होता है।

$R^2$  का मूल्य जितना अधिक होता है प्राक्कलित प्रतीपगमन रेखा उतनी ही अच्छी मानी जाती है। इसलिए  $R^2$  को समानुक्तता (Goodness of Fit) भी कहते हैं।

### 5.5.17.ख: संशोधित निर्धारक गुणांक (Adjusted Coefficient of Determination) - $\bar{R}^2$

प्रतीपगमन रेखा के आधार पर आकलित निर्धारक गुणांक के मूल्य को स्वातंत्र स्तर (Degree of Freedom) द्वारा संशोधित करने के बाद संशोधित निर्धारक गुणांक का मूल्य ज्ञात होता है -

$$\bar{R}^2 = R^2 - \frac{K}{n-(K+1)} (1 - R^2)$$

जहाँ,  $n$  अवलोकनों की संख्या तथा  $K$  स्वतंत्र चरों की संख्या है।

उपरोक्त उदाहरण से प्राप्त बहु-चरीय सह सम्बंध गुणांक (R) के आधार पर संशोधित निर्धारक गुणांक  $\bar{R}^2 = R^2 - \frac{K}{n-(K+1)} (1 - R^2) = 0.85 - \frac{2}{8-(2+1)} (1 - 0.85) = 0.79$

बहु-चरीय प्रतीपगमन रेखा (Multiple Regression Line) की विश्वसनीयता को मापने के लिए संशोधित निर्धारक गुणांक को वरीयता दी जाती है।

नोट: बहु-चरीय रैखिक प्रतीपगमन रेखा के समीकरण को  $k$  स्वतंत्र चरों के साथ भी दर्शाया जा सकता है पर उसके  $k + 1$  प्रचालों की गणना करने के लिए आव्यूह की क्रियाएँ (Matrix Algebra) समझना अनिवार्य है।

### 5.5.18. प्रतीपगमन गुणांकों की विशेषताएँ (Properties of Regression Coefficients):

पुर्व निर्धारित मान्यताओं के साथ न्यूनतम वर्ग विधि (Ordinary Least Squares) द्वारा आकलित प्रतीपगमन गुणांकों की निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं –

(क). प्रतीपगमन गुणांक (b) का निर्भर चर (Y) के साथ रैखिक सम्बंध होते हैं।

$$b = f(Y)$$

$$b = w_0 + w_1 Y$$

(ख). प्रतीपगमन गुणांक (b) समग्र के गुणांक/प्राचल (Parameters) का झुकाव रहित आकलन करता है।

$$E(b) = \beta$$

जहाँ,  $\beta$  समग्र का प्राचल/गुणांक है।

अर्थात यदि किसी समग्र से कई प्रतिदर्श लेकर सभी से प्रतीपगमन गुणांक (b) ज्ञात किया जाए और फिर इन सभी प्रतिदर्श के गुणांकों का औसत निकाला जाए तब इनका औसत समग्र के प्रतीपगमन प्राचल  $\beta$  के बराबर होता है।

$$\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_k}{K} = \beta$$

जहाँ,  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_k$  क्रमशः अलग अलग k प्रतिदर्शों से आकलित प्रतीपगमन गुणांक हैं।

(ग). न्यूनतम प्रसरण (Minimum Variance): न्यूनतम वर्ग विधि से आकलित प्रतीपगमन गुणांक (b) का प्रसरण (Variance) किसी दूसरी विधि से आकलित गुणांक के प्रसरण से अधिक नहीं हो सकता है। दूसरे शब्दों में कहें तो अन्य सभी रैखिक और झुकाव रहित गुणांकों में न्यूनतम वर्ग विधि से ज्ञात गुणांक का प्रसरण सबसे कम होता है।

न्यूनतम वर्ग विधि से आकलित गुणांकों की उपरोक्त तीनों विशेषताओं को मिलाकर अंग्रेजी में,

**B L U E = Best, Linear, Unbiased Estimators** कहते हैं।

- झुकाव और त्रुटि में अन्तर (Difference between Bias and Error):

किसी समग्र से अलग अलग कई प्रतिदर्श लेकर सभी से आकलित सांख्यिकीय मापों के औसत और समग्र के प्राचल के बीच के अन्तर को झुकाव कहते हैं। झुकाव धनात्मक, ऋणात्मक और शून्य भी हो सकते हैं।

$$\text{Expected } (b) - \beta = \text{Bias}$$

किसी आकलित प्रतीपगमन मॉडल के आधार पर निर्भर चर के ज्ञात मूल्य और वास्तविक मूल्य के अन्तर को त्रुटि कहते हैं।

$$\text{Actual Value} - \text{Estimated Value} = \text{Error}$$

$$\text{Or, } Y - \hat{Y} = E$$

### 5.5.19. अरैखिक प्रतीपगमन रेखाएँ (Non Linear Regression curves):

चरों के मध्य सम्बंध हमेशा रैखिक ही नहीं होते हैं। उदाहरण के लिए, अर्थशास्त्र में औसत लागत वक्र का आकार U - आकार का तथा उदासीनता वक्र और समउत्पाद वक्र (Indifference curve and Isoquant curve) का आकार आयताकार अतिपरवलय (Rectangular Hyperbola) की तरह का होता है। इसके अतिरिक्त जनसंख्या की वृद्धि ज्यामितीय श्रेणी में होती है। बैंकों में जमा धन चक्रवृद्धि व्याज के साथ बढ़ता है। अतः व्यवहार में अरैखिक समीकरणों का भी प्राक्कलन किया जाता है।

कुछ प्रचलित अरैखिक समीकरण निम्नलिखित हैं –

**(i). द्विघातीय समीकरण (Quadretic Equation):**

$$Y = aX^2 + bX + c$$

**(ii). अनुपातिक समीकरण (Proportionate Equation):**

$$Y = a/ X$$

**(iii). अर्द्ध लघुगणकीय समीकरण (Semi- Logarithmic Equation):**

$$Y = a + \log X$$

**(iv). लघुगणकीय समीकरण (Logarithmic Equation):**

$$\log Y = \log A + \log X$$

**(v). घातांकी समीकरण (Exponential Equation):**

$$Y = A e^{bx}$$

उपरोक्त सभी समीकरणों को रैखिक परिवर्तन (Linear Transformation) के फलस्वरूप रैखिक प्रतीपगमन विश्लेषण के अंतर्गत बतायी गयी न्यूनतम वर्ग विधि (O L S) द्वारा प्राक्कलन (Estimation) किया जाता है। इस तरह से प्राक्कलित [गुणांक/प्राचल](#) भी सभी विशेषताओं से युक्त होते हैं। उदाहरण के रूप में उपरोक्त द्विघातीय समीकरण को न्यूनतम वर्ग रीति से प्राक्कलित किया गया है –

$$Y = aX^2 + bX + c \dots\dots\dots (1)$$

जहाँ, a, b, c निर्धारक (Parameters) हैं जिनका प्राक्कलन करना है।

सर्वप्रथम, उपरोक्त अरैखिक समीकरण को रैखिक समीकरण में बदला जाता है –

$$Y = a X^* + b X + c \dots\dots\dots(2)$$

जहाँ,  $X^* = X^2$  है।

समीकरण (2), दो स्वतंत्र चरों वला एक रैखिक समीकरण है। जिसका प्राक्कलन पूर्व में बहुचरीय प्रतीपगमन समीकरण में बताए गए सूत्र की सहायता से किया जाता है।

$$a = \frac{(\sum x^2)(\sum yx^*) - (\sum x^*x)(\sum yx)}{(\sum x^{*2})(\sum x^2) - (\sum x^*x)^2}$$

$$b = \frac{(\sum x^{*2})(\sum yx) - (\sum x^*x)(\sum yx^*)}{(\sum x^{*2})(\sum x^2) - (\sum x^*x)^2}$$

$$c = \bar{Y} - a\bar{X}^* - b\bar{X}$$

$$\text{जहाँ, } x^* = (X^* - \bar{X}^*)$$

$$x = (X - \bar{X}) \text{ है।}$$

### 5.5.20. प्रतीपगमन विश्लेषण का महत्व या उपयोग (Importance or Uses of Regression Analysis):

प्रतीपगमन विश्लेषण का निम्नलिखित तीन महत्वपूर्ण उपयोग होता है—

#### (i). गुणांकों एवं लोच इत्यादि की गणना करना (Estimation and Testing of Relationship Coefficient, Elasticities, etc.)

प्रतीपगमन विश्लेषण में विभिन्न चरों के बीच के सम्बंधों की दिशा और कार्य-कारण चरों का ज्ञान प्राप्त होता है। जैसे किसी व्यक्ति के लिए व्यय की मात्रा उसकी आय पर निर्भर करती है। साथ ही व्यक्ति की सीमान्त उपभोग प्रवृत्ति की गणना के लिए निम्नलिखित प्रतीपगमन रेखा का आकलन किया जाता है—

$$C = a + bY$$

यहाँ **a** स्वतंत्र उपभोग तथा **b** सीमान्त उपभोग प्रवृत्ति को मापता है।

इसी तरह से माँग वक्र का आकलन करके माँग की लोच की गणना की जाती है। यदि माँग वक्र

$$Q = a - bP \text{ है तब,}$$

$$\text{माँग का लोच} = - \frac{P}{Q} \frac{dq}{dp} = - \frac{P}{Q} (-b) = \frac{P}{Q} b$$

इसी तरह पूर्ति की लोच, साधनों के बीच प्रतिस्थापन की लोच, इत्यादि की गणना की जाती है।

#### (ii). लागू की गयी नीतियों या योजनाओं का मूल्यांकन (Evaluation of Policies):

लागू की गयी नीतियों और योजनाओं के वास्तविक आँकड़ों के साथ प्रतीपगमन विश्लेषण विभिन्न चरों के प्रभावों को मापता है। उदाहरण के लिए यह पता लगाया जा सकता है कि रोजगार सृजन में भारत सरकार की मनरेगा योजना सफल रही है या असफल? इसी तरह से यह ज्ञात किया जा सकता है कि रोजगार प्राप्ति में शिक्षा की क्या भूमिका है।

#### (iii). भविष्य के बारे में अनुमान लगाना (Forecasting):

आर्थिक जगत में भविष्य के अनुमान का बहुत महत्व है। छोटे-बड़े सभी व्यवसायी भविष्य के अनुमानों पर निर्भर करते हैं। प्रतीपगमन विश्लेषण के द्वारा स्वतंत्र और निर्भर चरों के बीच स्थापित सम्बंधों को सामान्य स्थिति में स्थायी मानते हुए भविष्य का अनुमान लगाया जाता है। प्रतीपगमन विश्लेषण के आधार पर लगाया गया भविष्य का अनुमान औसत रूप से सही होते हैं। उदाहरण के लिए मौसम विभाग अपने मॉडल के आधार पर महीनों पहले वर्षा या सुखाड़ का अनुमान लगाता है। इसके आधार पर किसान और व्यावसायी वर्ग भी अपनी योजनाएँ बनाते हैं।

### 5.5.21. अनुमान की शक्ति (Power of the Forecaste):

किसी भी प्रतीपगमन मॉडल की वास्तविकता का मूल्यांकन उसके आधार पर लगाए गए अनुमानों की सत्यता से ही किया जाता है। प्रतीपगमन मॉडल की अनुमान की शक्ति (Power of the Forecaste) को दो आधार पर जाँचते हैं—

#### (i). अनुमान की दिशा (Direction of the Forecaste):

अनुमान की दिशा से तात्पर्य यह है कि यदि किसी चर के घटने का अनुमान लगाया जाता है और वह वास्तव में घटता है या बढ़ने का अनुमान लगाया जाता है और वह वास्तव में बढ़ता है। यानि अनुमान और वास्तविकता दोनों एक ही दिशा में होते हैं। अतः अनुमान की दिशा की कसौटी पर मॉडल खरा उतरता है।

इसके विपरीत यदि किसी चर के बढ़ने का अनुमान लगाया जाता है पर वास्तव में वह चर घटता है या जब चर के घटने का अनुमान लगाया जाता है पर वास्तव में चर बढ़ता है। यानि अनुमान और वास्तविकता दोनों विपरीत दिशा में हैं। अतः अनुमान की दिशा की कसौटी पर मॉडल खरा नहीं उतरता है।

#### (ii). अनुमान की सटीकता (Accuracy of the Forecaste):

अनुमान की सटीकता ही किसी शोध मॉडल की प्रमाणिकता का सूचक है। अनुमान की सटीकता का तात्पर्य उसके त्रुटि रहित होने से है। अगर मॉडल के आधार पर लगाए गए अनुमान और बाद में ज्ञात वास्तविक मूल्यों में अन्तर होता है तब मॉडल की अनुमान की ताकत कम होती है। इसके विपरीत यदि लगाए गए अनुमान और बाद में ज्ञात वास्तविक मूल्यों में अन्तर कम होता है तब मॉडल की अनुमान की ताकत अधिक होती है।

### 5.6.7.क. अनुमान में त्रुटि (Error in Forecastes):

त्रुटि से तात्पर्य चरों के वास्तविक ओर आकलित मूल्यों के बीच अन्तर से है। इसे निम्नलिखित सूत्र द्वारा व्यक्त किया जाता है —

त्रुटि = वास्तविक मूल्य – आकलित मूल्य

(Error = Actual Value – Estimated Value)

नोट: चरों के आकलित मूल्य वह मूल्य है जिसका आकलन प्रतीपगमन मॉडल के आधार पर किया जाता है। चरों का वास्तविक मूल्य अवलोकन से प्राप्त किया जाता है। उदाहरण के लिए, कोई व्यवसायी महीने भर की विक्री का पूर्वानुमान लगाता है जबकि महीने के अंत में विक्री के वास्तविक आँकड़े प्राप्त होते हैं।

### 5.5.21.क. अनुमान में त्रुटि के स्रोत (Sources of Errors in Forecaste):

जैसा कि हम जानते हैं कि सांख्यिकी में त्रुटि की सम्भावना कई स्तरों पर होती है। प्रतीपगमन मॉडल के आधार पर लगाए गए अनुमानों में त्रुटि के निम्नलिखित कारण होते हैं—

(क). आँकड़ों के संकलन में त्रुटि: मॉडल में प्रयुक्त आँकड़ों के संकलन के विभिन्न चरणों जैसे, प्रतिदर्श का चयन तथा समकों की माप इत्यादि के दौरान भी त्रुटि की सम्भावनाएँ होती है।



(ख). प्रतीपगमन मॉडल के प्राचालों या आकलित गुणाकों में त्रुटि: मॉडल के द्वारा आकलित प्रतीपगमन गुणाकों की त्रुटियाँ भी अनुमान की त्रुटियों में शामिल होता है।

(ग). मॉडल के गणितीय स्वरूप के चयन में त्रुटि: कभी कभी चरों के बीच आपस में गैर रैखिक सम्बंध होते हैं परन्तु वास्तव में सरल रैखिक प्रतीपगमन रेखा का आकलन कर लिया जाता है जिसके कारण भी अनुमान में त्रुटि की सम्भावना रहती है। इसके अलावा मॉडल में कुछ महत्वपूर्ण चर छूट जाते हैं या वेवजह के चर शामिल हो जाते हैं। यह भी त्रुटि का कारण बनता है।

(घ). स्वतंत्र चर का अपने माध्य से दूरी: स्वतंत्र चर (जिसके सापेक्ष निर्भर चर के मान का अनुमान लगाया जाता है) का अपने केन्द्रीय प्रवृत्ति/माध्य से दूरी भी त्रुटि का कारक बनता है। स्वतंत्र चर का मान उसके श्रेणी के केन्द्रीय मान से जितनी दूर होगी अनुमान में त्रुटि की सम्भावना भी उतनी अधिक होगी।

(ङ). चरों के बीच सम्बंधों की प्रकृति में परिवर्तन (**Structural changes in the relationship between variables**): प्रतीपगमन मॉडल के आधार पर अनुमान लगाने के लिए यह मान्यता महत्वपूर्ण होती है कि अनुमान काल में भी चरों के बीच सम्बंधों की प्रकृति में कोई बदलाव नहीं आती है। लेकिन वास्तविक परिस्थितियों में प्रायः सम्बंधों का स्वरूप बदलता रहता है। जिसके कारण भी अनुमान में त्रुटियाँ आती हैं।

(च). दैव त्रुटि (**Random Error**): कुछ त्रुटियाँ ऐसी होती हैं जिसकी गणना मॉडल के द्वारा सम्भव नहीं होती है। इन पर नियंत्रण नहीं होने के कारण इन्हें दैव त्रुटि कहते हैं।

#### 5.5.22. उदाहरण से सीखें (Learn by Example):

**Example: Find the coefficient of linear correlation between the variables X and Y presented in the table given below:**

<b>X</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>14</b>
<b>Y</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>

हल: (a) प्रत्यक्ष रीति

<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>XY</b>	<b>X<sup>2</sup></b>	<b>Y<sup>2</sup></b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>4</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>16</b>
<b>6</b>	<b>4</b>	<b>24</b>	<b>36</b>	<b>16</b>
<b>8</b>	<b>5</b>	<b>40</b>	<b>64</b>	<b>25</b>
<b>9</b>	<b>7</b>	<b>63</b>	<b>81</b>	<b>49</b>
<b>11</b>	<b>8</b>	<b>88</b>	<b>121</b>	<b>64</b>
<b>14</b>	<b>9</b>	<b>126</b>	<b>196</b>	<b>81</b>
<b>56</b>	<b>40</b>	<b>364</b>	<b>524</b>	<b>256</b>

**N = 8**

$$\begin{aligned} \text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} &= \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}} \\ &= \frac{8 \times 364 - (56)(40)}{\sqrt{\{8 \times 524 - (56)^2\} \{8 \times 256 - (40)^2\}}} = \frac{2912 - 2240}{\sqrt{\{4192 - 3136\} \{2048 - 1600\}}} \end{aligned}$$

$$= \frac{672}{\sqrt{1056 \times 448}} = \frac{672}{\sqrt{473088}} = \frac{672}{687.81} = 0.977.$$

हल: (b) माध्य से विचलन रीति

X	Y	x = X - $\bar{X}$	y = Y - $\bar{Y}$	x <sup>2</sup>	xy	y <sup>2</sup>
1	1	-6	-4	36	16	16
3	2	-4	-3	16	9	9
4	4	-3	-1	9	1	1
6	4	-1	-1	1	1	1
8	5	1	0	1	0	0
9	7	2	2	4	4	4
11	8	4	3	16	9	9
14	9	7	4	49	16	16
56	40			132	84	56

$$N = 8,$$

$$\bar{X} = 56/8 = 7$$

$$\bar{Y} = 40/8 = 5$$

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\{\sum x^2\}\{\sum y^2\}}} = \frac{84}{\sqrt{\{132\}\{56\}}} = \frac{84}{\sqrt{7392}} = \frac{84}{85.97} = 0.977.$$

**Example:** Find the coefficient of linear correlation between the variables X and Y presented in the table given below:

X	5	10	15	20	25	30	35	40
Y	100	90	80	70	60	50	40	30

**Solution By Step Deviaton from Assumed Mean**

X	Y	$dx' = (X-25)/5$	$dy' = (Y-70)/10$	$dx' dy'$	$dx'^2$	$dy'^2$
5	100	-4	3	-12	16	9
10	90	-3	2	-6	9	4
15	80	-2	1	-2	4	1
20	70	-1	0	0	1	0
25	60	0	-1	0	0	1
30	50	1	-2	-2	1	4
35	40	2	-3	-6	4	9
40	30	3	-4	-12	9	16
		-4	-4	-40	44	44

$$N = 8$$

$$\text{सह सम्बंध गुणांक } r_{xy} = \frac{N \sum dx' dy' - (\sum dx')(\sum dy')}{\sqrt{\{N \sum dx'^2 - (\sum dx')^2\}\{N \sum dy'^2 - (\sum dy')^2\}}}$$

$$= \frac{8 \times (-40) - (-4)(-4)}{\sqrt{\{8 \times 44 - (-4)^2\}\{8 \times 44 - (-4)^2\}}} = \frac{-320 - 16}{\sqrt{\{352 - 16\}\{352 - 16\}}} = \frac{-304}{336} = -0.9$$

### 5.5.23 सारांश (Summary):

दो या दो से अधिक चरों के बीच रैखिक सम्बंध को सांख्यिकीय रूप से मापने के लिए सहसम्बंध गुणांक की गणना की जाती है। इसके द्वारा तत्सम्बंधी चरों में परिवर्तन की दिशा और उनके बीच के सम्बंधों की प्रगाढ़ता के स्तर का ज्ञान होता है। परन्तु इस विश्लेषण की सबसे बड़ी कमी यह है कि इसके द्वारा चरों के बीच के कारक-कारण सम्बंधों की व्याख्या नहीं हो पाती है। इस कमी को दूर करने के लिए प्रतीपगमन विश्लेषण का विकास किया गया है। प्रतीपगमन विश्लेषण के द्वारा चरों के बीच आपसी निर्भरता का अध्ययन किया जाता है। जिसका उपयोग गुणांकों तथा लोचों की गणना करने के लिए, योजनाओं एवं कार्यक्रमों का मूल्यांकन करने के लिए तथा भविष्य के बारे में अनुमान लगाने के लिए किया जाता है।

### 5.5.24 अभ्यास के प्रश्न (Question for Exercise):

1. 12 पतियों एवं उनकी पत्नियों का वजन निम्नलिखित तालिका में दिए गए हैं—

पतियों का वजन (KG) = X	65	63	67	64	68	62	70	66	68	67	69	71
पत्नियों का वजन (KG) = Y	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

उपरोक्त तालिका से,

क. विखराव चित्र (Scatter Diagram) बनायें।

ख. पतियों के वजन को X तथा पत्नियों के वजन को Y मानते हुए दोनों प्रतीपगमन रेखाएँ आकलित करें। उत्तर:  $Y = 35.82 + 0.46X$  तथा  $X = -3.38 + 1.036Y$

2. चर X तथा Y के बीच कार्ल पियर्सन का सह-सम्बंध गुणांक की गणना करें।

X	1	3	4	6	9	11	14
Y	1	2	4	4	5	7	9

उत्तर:  $r = 0.997$

3. 12 गाड़ियों के इंजिन की शक्ति और उनके अधिकतम चाल निम्नलिखित तालिका में दिए गए हैं—

इंजिन की शक्ति (KW) = X	70	63	72	60	66	70	74	65	62	67	65	68
अधिकतम चाल (KG) = Y	155	150	180	135	156	168	178	160	132	145	139	152

उपरोक्त तालिका से,

क. विखराव चित्र (Scatter Diagram) बनायें।

ख. इंजिन की शक्ति (KW) = X तथा अधिकतम चाल (KG) = Y मानते हुए दोनों प्रतीपगमन रेखाएँ आकलित करें। उत्तर:  $Y = 3.22X - 60.9$  तथा  $X = 0.232Y + 31.0$

### 5.5.25 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

- Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.
- C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.
- Damodar N. Gujarati (1995). “Basic Econometrics”, Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.
- David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.
- Derek Rowntree (1981). “Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians”, Charles Scribner’s Sons, New York.
- Francis A. (1998). “Business Mathematics and Statistics”, Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.
- Gupta S. P. And P. K. (2018). “Business Statistics and Business Mathematics”, Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.
- Koutsoyiannis A. (1972). “Theory of Econometrics”, Second Edition, Palgrave.
- Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). “Designing and Managing a Research Project” Sage Publication, Inc.
- Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), “Statistics”, Schaum’s Outlines, Tata Mc Graw Hill Education PPrivate Limited, New Delhi.
- Nadar E. Narayanan (2015) “Statistics”, Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.
- O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.
- P. V. Young (2004). “Scientific Social Survey and Research” Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.
- Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). “The Practice of Research in Social Work”, Second Edition, Sage Publications.
- Ranjeet Kumar (2014). “Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners”, Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.
- S. Sampath (2006). “Sampling Theory and Methods”, Narosa Publishing House, New delhi.
- Taro Yamane (1970). “Statistics An Introductory Analysis”, Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

## परिशिष्ट (Appendix) 5.

### A-5.5. आंशिक और बहु-चरीय सहसम्बंध (Partial and Multiple correlation):

जब केवल दो चरों के बीच सह सम्बंध गुणांक की गणना की जाती है तब उसे प्रत्यक्ष सह सम्बंध कहते हैं। जब दो से अधिक चर एक साथ एक दूसरे से सम्बंधित होते हैं तब तीन तरह के सह सम्बंध गुणांक की गणना की जा सकती है; प्रत्यक्ष सह सम्बंध गुणांक (**Direct Correlation Coefficient**), आंशिक सह सम्बंध गुणांक (**Partial Correlation Coefficient**), बहु-चरीय सह सम्बंध गुणांक (**Multiple Correlation Coefficient**)। ऊपर के अध्ययन में प्रत्यक्ष सह सम्बंध गुणांक की गणना विधियों का वर्णन किया गया है।

(i). आंशिक सह सम्बंध गुणांक (**Partial Correlation Coefficient**): आंशिक सह सम्बंध गुणांक की गणना अन्य चरों को स्थिर मानते हुए किन्ही दो चरों के बीच किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि तीन चर **X**, **Y**, **Z** आपस में सम्बंधित हैं तब तीन तरह के आंशिक सह सम्बंध गुणांक की गणना की जाती है—

**X** तथा **Y** के बीच (**Z** को स्थिर मानते हुए) इसे  $r_{xy.z}$  से सूचित करते हैं।

$$\text{जहाँ, } r_{xy.z} = \frac{r_{xy} - r_{xz}r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)(1-r_{yz}^2)}}$$

**X** तथा **Z** के बीच (**Y** को स्थिर मानते हुए) इसे  $r_{xz.y}$  से सूचित करते हैं।

$$\text{जहाँ, } r_{xz.y} = \frac{r_{xz} - r_{xy}r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xy}^2)(1-r_{yz}^2)}}$$

**Y** तथा **Z** के बीच (**X** को स्थिर मानते हुए) इसे  $r_{yz.x}$  से सूचित करते हैं।

$$\text{जहाँ, } r_{yz.x} = \frac{r_{yz} - r_{yx}r_{zx}}{\sqrt{(1-r_{yx}^2)(1-r_{zx}^2)}}$$

(ii). बहु-चरीय सह सम्बंध गुणांक (**Multiple Correlation Coefficient**):

जब किसी एक चर के साथ अन्य सभी चरों के सह सम्बंध गुणांक की गणना की जाती तब उसे बहु-चरीय या कुल सह सम्बंध गुणांक (**Total correlation Coefficient**) कहते हैं। इसे **R** से सूचित करते हैं। उदाहरण के लिए, यदि निर्भर चर **Z**, दो स्वतंत्र चरों **X** तथा **Y** से सम्बंधित है तब इनके बीच समग्र सह सम्बंध गुणांक को  $R_{z.xy}$  सूचित किया जाता है।

$$\text{जहाँ, } R_{z.xy} = \sqrt{\frac{r_{zx}^2 + r_{zy}^2 - 2r_{zx}r_{zy}r_{xy}}{1-r_{xy}^2}}$$

**Note:**  $r_{xy} = r_{yx}$

## खण्ड (Section)—6

### इकाई (Unit)— 1: प्रायिकता; अर्थ, महत्व एवं प्रकार (Probability: Meaning, Importance and Types):

इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

6.1.0 उद्देश्य (Objectives):

6.1.1 परिचय (Introduction):

6.1.2 पारिभाषिक शब्दावलियाँ (Definitional Terms):

6.1.3 प्रायिकता की गणनाएँ (Calculation of Probabilities):

6.1.4 सर्शत प्रायिकता (Conditional Probability):

6.1.5 प्रायिकता वितरण (Probability Distribution):

6.1.5.क. खंडित प्रायिकता वितरण (Discrete Probability Distribution):

6.1.5.ख. सतत् प्रायिकता वितरण (Continuous Probability Distribution):

6.1.6 सारांश (Summary):

6.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

6.1.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Useful Books/Bibliography):

6.1.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रायिकता का अर्थ
- प्रायिकता की गणना करना
- प्रायिकता के प्रकार

6.1.1. परिचय (Introduction):

ऐसा कहा जाता है कि हमलोग सम्भावनाओं के संसार में जीते हैं (We are living in the world of probabilities)। सब लोग अपने भविष्य के बारे में अनुमान लगाते हैं। किसान मौसम का पूर्वानुमान लगाते हैं, उत्पादक विक्री का पूर्वानुमान लगाते हैं, उपभोक्ता मूल्यों के बारे में पूर्वानुमान लगाते हैं, खिलाड़ी अपने प्रतिद्वन्दी के चालों का अनुमान लगाते हैं। अनुमानों के सही या गलत होने की सम्भावना बनी रहती है।

किसी घटना के घटने की सम्भावना शून्य (0) से एक (1) के बीच होती है। चरम परिस्थितियों में, जब कोई घटना के घटने की पूरी गारंटी होती है तब उसकी सम्भावना (1) तथा जिस घटना के न घटने की पूरी गारंटी होती है उसकी सम्भावना शून्य (0) होती है। वास्तविक जीवन में किसी घटना के घटने की सम्भावना शून्य से एक के बीच होती है। **सम्भावना और गारंटी दोनों विपरित शब्द हैं।**

**रोजमरा के जीवन में सम्भावनाओं के कुछ उदाहरण निम्नलिखित हैं—**

प्रयोग (Experiment)	सम्भावित परिणाम/घटनाएँ
सिक्का उछालना	हेड (Head) अथवा टेल (Tail)
पासा (Dice) फेंकना	1, 2, 3, 4, 5, 6 में से कोई एक संख्या प्राप्त होना
किसी उत्पादन इकाई से एक उत्पाद की जाँच के लिए चुनाव करना	त्रुटिरहित अथवा त्रुटिपूर्ण उत्पाद
टेनिस का मैच	हार, जीत अथवा बराबरी (Tie)
मौसम का पूर्वानुमान	सही अथवा गलत
मुद्रास्फीति का पूर्वानुमान	धनात्मक, ऋणात्मक अथवा शून्य

**घटना (Event):** किसी प्रयोग के परिणाम को घटना के रूप में व्यक्त किया जाता है। उदाहरण के लिए, जब किसी सिक्के को उछाला जाता है तब दो परिणाम/घटनाएँ (हेड अथवा टेल) घटती हैं। यदि किसी पासा को उछाला जाता है तब छ परिणाम/घटनाएँ (1, 2, 3, 4, 5, 6) घटती हैं। किसी प्रयोग के सभी सम्भावित परिणामों/घटनाओं के समूह को घटना समुच्चय (Event Set) कहा जाता है।

**किसी घटना के घटने की सम्भावना = उस घटना के घटने के कुल तरीके ÷ प्रयोग के दौरान घटने वाली घटनाओं की कुल संख्या**

उदाहरण के लिए, यदि किसी प्रयोग में दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाए तो कुल चार घटनाएँ सम्भव हैं—

पहला सिक्का का हेड और दूसरा का हेड ( $H_1 H_2$ )

पहला सिक्का का हेड और दूसरा का टेल ( $H_1 T_2$ )

पहला सिक्का का टेल और दूसरा का हेड ( $T_1 H_2$ )

पहला सिक्का का टेल और दूसरा का टेल ( $T_1 T_2$ )

**अतः उपरोक्त प्रयोग के दौरान—**

$$\text{दो हेड आने की सम्भावना} = \frac{1}{4}$$

$$\text{एक हेड और एक टेल आने की सम्भावना} = \frac{2}{4}$$

$$\text{दो टेल आने की सम्भावना} = \frac{1}{4}$$

### 6.1.2 पारिभाषिक शब्दावलि (Definitional Terms):

(i). **सामान्य घटनाएँ (Simple Events):** किसी प्रयोग के सभी स्वतंत्र परिणामों को अलग अलग एक सामान्य घटना माना जाता है। उदाहरण के लिए, एक पासा को फेंकने (Toss) पर एक से लेकर छह (1, 2, 3, 4, 5, 6) में से कोई भी अंक ऊपर दिखाई दे सकता है। यहाँ पासा फेंकना (Tossing a die) एक प्रयोग है जिसके छह सम्भावित परिणाम हैं। इसका प्रत्येक परिणाम एक सामान्य घटना है। दूसरे उदाहरण में यदि किसी सिक्के को उछाला जाता है तब उसके दो सम्भावित परिणाम (Head, Tail) है। ऐसी स्थिति में एक सिक्के को उछाले जाने के प्रयोग में हेड और टेल दो सामान्य घटनाएँ हैं। इसी तरह ताश की सम्पूर्ण गड्डी में से एक पत्ता निकालने पर कुल 52 सामान्य घटनाएँ सम्भव हैं।

(ii). **मिश्रित घटनाएँ (Compound Events):** किसी प्रयोग के कई स्वतंत्र परिणामों को एक साथ मिला देने पर संयुक्त घटनाएँ (Compound Events) बनती हैं। उदाहरण के लिए, पासा फेंकने के उदाहरण में ऊपर सम संख्या (2, 4, 6) अथवा विषम संख्या (1, 3, 5) आने की सम्भावना की गणना करने के क्रम में हम पाते हैं कि तीन अलग अलग सामान्य घटनाएँ मिलकर एक संयुक्त घटना बन जाती है। मिश्रित घटनाओं को अलग अलग सामान्य घटनाओं में विभाजित किया जा सकता है।

(iii). **परस्पर अपवर्जी घटनाएँ (Mutually Exclusive Events):** दो या दो से अधिक घटनाएँ तब आपस में परस्पर अपवर्जी कहलाती हैं जब वे एक साथ नहीं घट सकती हैं। उदाहरण के लिए जब किसी सिक्के को उछाला जाता है तब या तो हेड (Head) दिखाई पड़ेगा या टेल (Tail). अर्थात् हेड और टेल दोनों एक साथ नहीं दिखाई पड़ते हैं। अतः ये दोनों घटनाएँ आपस में परस्पर अपवर्जी हैं। इसी तरह एक पासा को फेंकने पर 1 से 6 तक का कोई एक अंक ही ऊपर दिखाई पड़ता है। अतः यहाँ कुल 6 घटनाएँ आपस में परस्पर अपवर्जी हैं।

(iv). **स्वतंत्र घटनाएँ (Independent events):** एक दूसरे से स्वतंत्र रूप से घटित होने वाली घटनाएँ आपस में स्वतंत्र घटनाएँ कहलाती हैं। उदाहरण के लिए, एक सिक्के का बारी बारी दो बार उछालने पर हेड या टेल आने की घटनाएँ आपस में स्वतंत्र हैं। अर्थात् सिक्के को पहली बार उछालने पर जो परिणाम आता है उसका प्रभाव दूसरी बार उछालने पर आने वाले परिणाम को प्रभावित नहीं करता है।

(vi). **निर्भर घटनाएँ (Dependent events):** जब कोई घटना दूसरी घटनाओं पर निर्भर होती है वह निर्भर घटना कहलाती है। उदाहरण के लिए, नदियों के जल स्तर में वृद्धि होना वर्षा की मात्रा पर निर्भर करती है।

### 6.1.3 प्रायिकता की गणनाएँ (Calculation of Probabilities):

यदि कोई घटना कुल सम्भावित N तरीके से घटित हो सकती है और उसमें से कोई विशिष्ट घटना (E) कुल H तरीके से घटित हो सकती है तब उस विशिष्ट घटना के घटने की सम्भावना,

$$p = \Pr (E) = \frac{H}{N}$$

इसके विपरित किसी विशिष्ट घटना के न घटने की सम्भावना,

$$q = \Pr (\text{Not } E) = \frac{N-H}{N}$$

यहाँ,  $p + q = 1$ .

अर्थात् किसी घटना के घटने की प्रायिकता और उसके न घटने की प्रायिकता का योग एक होता है।



किसी प्रयोग में विशेष घटना के घटने की प्रायिकता = विशिष्ट घटना के घटने के सम्भावित तरीकों की संख्या ÷ घटना के समस्त सम्भावित परिणामों/तरीकों की संख्या

**उदाहरण के लिए**, किसी सामान्य सिक्के को उछालने पर कुल दो घटनायें (Events) सम्भव हैं। हेड अथवा टेल के आने की सम्भावना।

यहाँ, किसी सामान्य सिक्के को उछालने पर हेड आने की सम्भावना =  $\frac{1}{2} = 0.5$  है।

किसी पासा को फेंकने पर कुल 6 घटनायें सम्भव हैं। पाशे पर लिखे गए 1 से लेकर 6 तक के अंक ऊपर दिखाई पड़ सकते हैं।

यहाँ, किसी सामान्य पाशे को फेंकने पर ऊपर 3 अंक आने की सम्भावना =  $\frac{1}{6} = 0.166$  है।

### 6.1.4 सर्शत प्रायिकता (Conditional Probability):

(दो या दो से अधिक घटनाओं के एक साथ घटने की प्रायिकता ज्ञात करना)

यदि  $E_1$  और  $E_2$  दो घटनाएँ (Events) हैं तब,

$Pr\{E_2/E_1\} = pr \{E_2 \text{ given } E_1\}$  को  $E_2$  के घटने की सर्शत सम्भावना (Conditional Probability) जब  $E_1$  घट चुकी है, कहते हैं। इसी तरह,

$Pr\{E_1/E_2\} = pr \{E_1 \text{ given } E_2\}$  को  $E_1$  के घटने की सर्शत सम्भावना (Conditional Probability) जब  $E_2$  घट चुकी है, कहते हैं।

यदि  $E_1$  और  $E_2$  दोनों घटनाओं के साथ साथ घटने की सम्भावना को  $Pr\{E_1E_2\}$  अथवा  $Pr\{E_1 \text{ and } E_2\}$  द्वारा सूचित किया जाए तो

$$Pr\{E_1E_2\} = Pr\{E_1\}Pr\{E_2/E_1\} \dots(1)$$

जब  $E_1$  और  $E_2$  दोनों घटनाएँ असपस में एक दूसरे से स्वतंत्र हैं तब,

$$Pr\{E_1E_2\} = Pr\{E_1\}Pr\{E_2\} \dots(2)$$

यदि  $E_1$ ,  $E_2$  और  $E_3$  तीन घटनाओं (Events) के लिए,

$$Pr\{E_1E_2E_3\} = Pr\{E_1\}Pr\{E_2/E_1\}Pr\{E_3/E_1E_2\} \dots(3)$$

यदि  $E_1$ ,  $E_2$  और  $E_3$  तीनों घटनाएँ (Events) आपस में एक दूसरे से स्वतंत्र हैं तब,

$$Pr\{E_1E_2E_3\} = Pr\{E_1\}Pr\{E_2\}Pr\{E_3\} \dots(4)$$

नोट: (i). एक साथ घटने वाली घटनाओं को मिश्रित घटनाएँ (Compound Events) कहते हैं।

(ii). कहीं कहीं पर दो या दो से अधिक घटनाओं के एक साथ घटने की प्रायिकता को  $Pr\{E_1 \text{ and } E_2\}$  द्वारा भी सूचित किया जाता है।

**Example (6.1.1):** किसी सामान्य सिक्के को दो बार उछालने पर दोनों बार हेड आने की सम्भावना ज्ञात करें।

**हल:** यहाँ दोनों घटनाएँ आपस में स्वतंत्र हैं। यदि पहली बार हेड आने की सम्भावना को  $Pr\{H_1\}$  से तथा दूसरी बार हेड आने की सम्भावना को  $Pr\{H_2\}$  से तथा दोनों के एक साथ घटने की प्रायिकता को  $Pr\{H_1H_2\}$  से सूचित किया जाता है तब,

$$Pr\{H_1H_2\} = Pr\{H_1\}Pr\{H_2\} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

**Example (6.1.2):** यदि A के 20 वर्ष तक जिंदा रहने की प्रायिकता 0.6 तथा B के 20 वर्ष जिंदा रहने की प्रायिकता 0.7 है तब दोनों के 20 वर्ष तक साथ साथ जिंदा रहने की सम्भावना ज्ञात करें।

**हल:** यहाँ दोनों घटनाएँ आपस में स्वतंत्र हैं। यदि A के 20 वर्षों तक जिंदा रहने की सम्भावना को  $Pr\{A\}$  से तथा B के 20 वर्षों तक जिंदा रहने की सम्भावना को  $Pr\{B\}$  से सूचित किया जाए और दोनों के 20 वर्ष तक साथ साथ जिंदा रहने की सम्भावना को  $Pr\{AB\}$  से सूचित किया जाए तो –

$$Pr\{AB\} = Pr\{A\}Pr\{B\} = 0.6 \times 0.7 = 0.42$$

**Example (6.1.3):** एक थैले में 5 सफेद और तीन काली गेंदें हैं। थैले से दो गेंदों को बारी बारी से निकालकर अलग किया जाता है। थैले से निकाली गयी दोनों गेंदें काली होंगी इसकी प्रायिकता ज्ञात करें।

**हल:** यदि थैले से निकाली गयी पहली गेंद के काली होने की सम्भावना  $Pr\{E_1\}$ , दूसरी गेंद के काली होने की सम्भावना  $Pr\{E_2\}$  है तथा निकाली गयी दोनों गेंदों के काली होने की प्रायिकता  $Pr\{E_1E_2\}$  है तब,

$$Pr\{E_1E_2\} = Pr\{E_1\}Pr\{E_2/E_1\}$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28} \text{ है।}$$

नोट: यहाँ दोनों घटनाएँ आपस में स्वतंत्र नहीं हैं।

(दो या दो से अधिक मिश्रित घटनाओं के अलग अलग घटने की प्रायिकता ज्ञात करना):

यदि  $E_1$  और  $E_2$  दो घटनाएँ (Events) हैं इसमें से केवल  $E_1$ , केवल  $E_2$  अथवा दोनों के घटने की प्रायिकता को  $Pr\{E_1 + E_2\}$  या  $Pr\{E_1 \text{ or } E_2\}$  द्वारा सूचित करते हैं। तब,

$$Pr\{E_1 + E_2\} = Pr\{E_1\} + Pr\{E_2\} - Pr\{E_1E_2\} \dots(5)$$

उपरोक्त समीकरण को समुच्चय (Set) की भाषा में निम्न प्रकार से भी लिखते हैं–

$$Pr\{E_1 \cup E_2\} = Pr\{E_1\} + Pr\{E_2\} - Pr\{E_1 \cap E_2\} \dots(6)$$

नोट: यदि दोनों घटनाएँ आपस में अपवर्जी होती हैं तब उनके साथ साथ घटने की प्रायिकता शून्य होती है। ऐसी स्थिति में,

$$Pr\{E_1 + E_2\} = Pr\{E_1\} + Pr\{E_2\} \dots(7)$$

उपरोक्त समीकरण को समुच्चय (Set) की भाषा में निम्न प्रकार से भी लिखते हैं–

$$Pr\{E_1 \cup E_2\} = Pr\{E_1\} + Pr\{E_2\} \dots(8)$$

Example (6.1.4): ताश की सम्पूर्ण गड्डी में से एक पत्ती (card) निकालने पर उसके राजा (King) अथवा रानी (Queen) होने की सम्भावना ज्ञात करें।

हल: यदि निकाली गयी पत्ती के राजा होने की प्रायिकता को  $Pr\{E_1\}$  से तथा रानी होने की प्रायिकता को  $Pr\{E_2\}$  से सूचित किया जाए तब सूत्र से,

$$Pr\{E_1 + E_2\} = Pr\{E_1\} + Pr\{E_2\} - Pr\{E_1E_2\}$$

$$\begin{aligned} & \frac{4}{52} + \frac{4}{52} - 0 \\ & = \frac{8}{52} = \frac{2}{13} \end{aligned}$$

नोट: यहाँ दानों घटनाएँ आपस में परस्पर अपवर्जी हैं।

Example (6.1.5): ताश की सम्पूर्ण गड्डी में से एक पत्ती (card) निकालने पर उसके राजा अथवा हुकुम (Spade) के होने की प्रायिकता ज्ञात करें।

हल: ताश की गड्डी में कुल 52 पत्तों में से हुकुम (Spade) के 13 पत्ते होते हैं तथा चार राजा होता है जिसमें से एक हुकुम का राजा होता है।

यदि निकाली गयी पत्ती के राजा होने की प्रायिकता को  $Pr\{E_1\}$  से तथा हुकुम (Spade) के होने की प्रायिकता को  $Pr\{E_2\}$  से सूचित किया जाए तब सूत्र से,

$$Pr\{E_1 + E_2\} = Pr\{E_1\} + Pr\{E_2\} - Pr\{E_1E_2\}$$

$$= Pr\{E_1\} + Pr\{E_2\} - Pr\{E_1E_2\}$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52}$$

$$= \frac{4+13-1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

नोट: ताश की गड्डी में कुल 52 पत्ते (cards) होते हैं। जिसके चार भाग— चिड़ी (Clubs), ईंट (Diamonds), पान (Hearts), हुकुम (Spade) होते हैं। अतः प्रत्येक भाग में 13 पत्ते (Cards) होते हैं।

चिड़ी और हुकुम काले रंग के होते हैं जबकि ईंट और पान लाल रंग के होते हैं।

प्रत्येक भाग में एक इक्का (Ace), एक जैक (Jack), एक रानी/बेगम (Queen) तथा एक राजा (King) होता है।

जैक (Jack), रानी/बेगम (Queen) तथा राजा (King) का पत्ता चेहरायुक्त होता है।

### 6.1.5 प्रायिकता वितरण (Probability Distribution):

#### 6.1.5.क. खंडित प्रायिकता वितरण (Discrete Probability Distribution):

यदि  $X$  कोई खंडित चर है जिसके मूल्यों  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$  की प्रायिकता क्रमशः  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$  है जहाँ  $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_k = 1$  तब चर  $X$  के लिए खंडित प्रायिकता वितरण परिभाषित होती है।

फलन  $P(X) = p$  को  $X$  की प्रायिकता फलन कहते हैं। जहाँ,

$$P(X_1) = p_1$$

$$P(X_2) = p_2$$

$$P(X_3) = p_3$$

...

$$P(X_k) = p_k$$

है।

यहाँ  $X$  एक खंडित दैव चर है

उदाहरण के लिए,

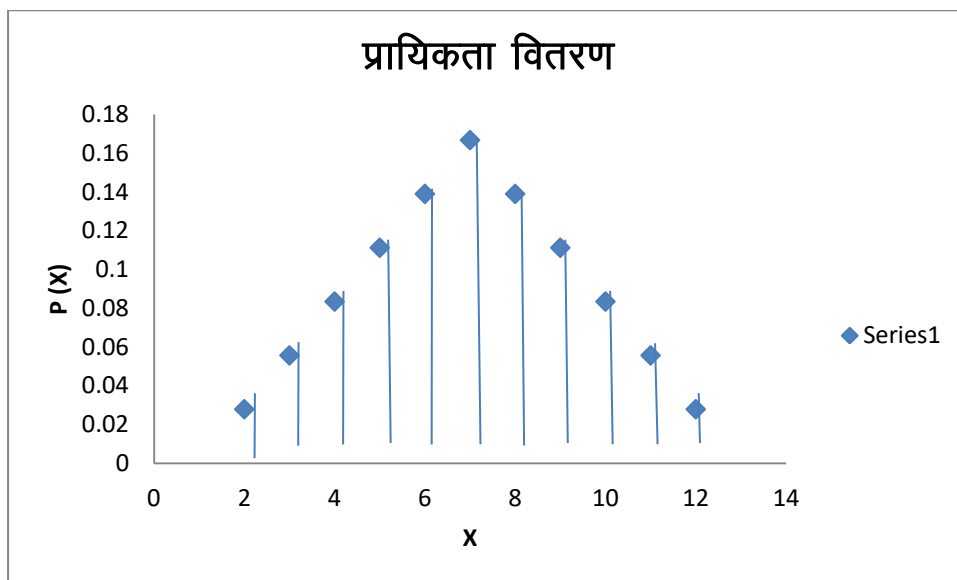
यदि दो पासों को एक साथ फेंका जाए तथा उसे प्राप्त अंकों के योग को चर  $X$  द्वारा सूचित किया जाए तब  $X$  के विभिन्न मूल्यों की प्रायिकता वितरण निम्नलिखित तालिका में व्यवस्थित किया गया है—

$X$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

यहाँ दोनों पासों से प्राप्त अंकों का योग 7 होने की प्रायिकता  $6/36 = 1/6$  है। अतः जब दोनों पासों को एक साथ 600 बार फेंका जाएगा तब 100 बार दोनों से प्राप्त अंकों का योग 7 आने की सम्भावना है।

उपरोक्त तालिका में व्यवस्थित खंडित प्रायिकता वितरण को निम्नलिखित चित्र संख्या (6.1.1) में प्रदर्शित किया गया है—

चित्र संख्या (6.1.1):

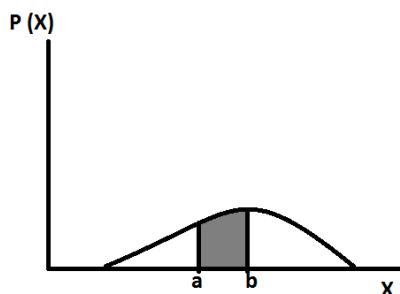


6.1.6.ख. सतत् प्रायिकता वितरण (Continuous Probability Distribution):

सतत् दैव चर के विभिन्न मूल्यों की प्रायिकता का वितरण भी प्राप्त किया जाता है जिसे सतत् प्रायिकता वितरण कहते हैं। सतत् प्रायिकता वितरण के रेखाचित्र का स्वरूप भी सतत् वक्र की तरह का होता है। सतत् प्रायिकता वितरण वक्र के अन्तर्गत समस्त क्षेत्रफल का योग भी एक होता है।

इसका समीकरण  $Y = P(X)$  होता है।

**चित्र संख्या (6.1.2):** सतत् दैव चर की प्रायिकता वितरण का रेखाचित्र



खंडित दैव चर की प्रायिकता वितरण अथवा सापेक्षिक आवृत्ति वितरण का रेखाचित्र बहुभुज (Polygon) की तरह होता है जबकि सतत् दैव चर की प्रायिकता वितरण अथवा सापेक्षिक आवृत्ति वितरण की आकृति सतत् वक्र के आकार की होती है। जिसे उपरोक्त चित्र संख्या (6.1.2) में प्रदर्शित किया गया है।  $X$  अक्ष पर वक्र से घिरे क्षेत्र का कुल क्षेत्रफल इकाई (One) के बराबर है। चित्र में छायांकित क्षेत्र के अन्तर्गत  $X$  के  $a$  से लेकर  $b$  ( $X$  lies between  $a$  to  $b$  or denoted by  $a < X < b$ ) तक मान की संचयी प्रायिकता को प्रदर्शित किया गया है।

**नोट:** यहाँ,  $P(X)$  को प्रायिकता घनत्व फलन (Probability Distribution Function) भी कहते हैं।

### 6.1.6 सारांश (Summary):

प्रायिकता का सीधा अर्थ सम्भावना है। जीवन का प्रत्येक क्षण सम्भावनाओं पर आधारित है। विद्यार्थियों के परीक्षा में उत्तीर्ण होने की सम्भावना, खेल में जीतने/हारने की सम्भावना, सड़क पर दुर्घटना की सम्भावना, गर्भवती महिला का लड़का या लड़की पैदा होने की सम्भावना आदि। आधुनिक विज्ञान में गणित के प्रयोगों द्वारा सम्भावनाओं/प्रायिकता की गणना करके भविष्य के लिए नीतियाँ बनायी जाती है। उदाहरण के लिए, विभिन्न उम्र के लोगों में सम्भावित मृत्यु दर के आधार पर बीमा कम्पनियाँ उनके लिए अलग अलग प्रीमियम की राशि तय करती है।

### 6.1.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. प्रायिकता की दृष्टि से घटना को परिभाषित कीजिए।
2. प्रायिकता से आप क्या समझते हैं? उदाहरण द्वारा स्पष्ट करें।
3. परस्पर अपवर्जी घटनाओं से क्या तात्पर्य है?
4. स्वतंत्र और निर्भर घटनाओं को उदाहरण द्वारा स्पष्ट करें।
5. एक सामान्य पासा को फेंकने पर विषम संख्या आने की सम्भावना कितनी है? उत्तर— $3/6 = 1/2$

6. दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर कम से कम एक हेड आने की सम्भावना कितनी है?  
उत्तर— $3/4$
7. ताश की पूर्ण गड्डी में से एक पत्ती निकालने पर उसके रानी होने की सम्भावना कितनी है?  
उत्तर— $4/52 = 1/13$
8. दो पासों को एक साथ फेंकने पर दोनों का योग 7 आने की सम्भावना कितनी है? उत्तर— $6/36 = 1/6$
9. एक सिक्के को 100 बार उछालने पर 60 बार हेड आता है। 101 वीं बार उछालने पर टेल आने की सम्भावना है? उत्तर— $40/100 = 0.4$
10. एक थैले में समान आकार की 6 लाल, 4 सफेद तथा 5 नीले रंग के गेंद रखे हैं। थैले में से एक गेंद को दैव चुनाव किए जाने पर इसकी क्या सम्भावना होगी कि— क. गेंद लाल रंग की होगी, ख. गेंद सफेद रंग की होगी, ग. गेंद नीले रंग की होगी, घ. लाल रंग की नहीं होगी, ङ. गेंद लाल या सफेद रंग की होगी? उत्तर— क.  $2/5$ , ख.  $4/15$ , ग.  $1/3$ , घ.  $3/5$ , ङ.  $2/3$
11. एक थैले में समान आकार की 2 लाल, 14 काली, 35 हरी तथा 8 सफेद गेंदें रखी हैं। यदि थैले से एक गेंद बिना किसी खास उद्देश्य (**Randomly**) के निकाला जाता है तब इसकी क्या सम्भावना होगी कि — क. गेंद हरी होगी? ख. गेंद सफेद होगी? ग. लाल नहीं होगी? घ. न हरी न सफेद होगी? उत्तर— क.  $35/59$ , ख.  $8/59$ , ग.  $57/59$ , ङ.  $16/59$

### 6.1.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Useful Books/Bibliography):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.

Damodar N. Gujarati (19995). “Basic Econometrics”, Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). “Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians”, Charles Scribner’s Sons, New York.

Francis A. (1998). “Business Mathematics and Statistics”, Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). “Business Statistics and Business Mathematics”, Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Koutsoyiannis A. (1972). “Theory of Econometrics”, Second Edition, Palgrave.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). “Designing and Managing a Research Project” Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), “Statistics”, Schaum’s Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) “Statistics”, Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). “Scientific Social Survey and Research” Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). “The Practice of Research in Social Work”, Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). “Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners”, Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). “Sampling Theory and Methods”, Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (1970). “Statistics An Introductory Analysis”, Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

## खण्ड (Section)- 6

### इकाई (Unit)– 2: परिकल्पना का अर्थ एवं प्रकार (Meaning and Types of Hypothesis):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

##### 6.2.0 उद्देश्य: (Objectives):

##### 6.2.1 परिचय: (Introduction):

##### 6.2.2 परिकल्पना का अर्थ एवं परिभाषाएँ (Meaning and Definitions of Hypothesis):

##### 6.2.3 परिकल्पना के प्रकार (Types of Hypothesis):

##### 6.2.4 सारांश: (Summary):

##### 6.2.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 6.2.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

##### 6.2.0 उद्देश्य: (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप समझेंगे—

- शोध में परिकल्पना के अर्थ को
- शोध में परिकल्पना के प्रकार को

##### 6.2.1 परिचय: (Introduction):

परिकल्पना का अर्थ, परिभाषा एवं प्रकार का उल्लेख खण्ड-2 के इकाई-2 में विस्तार से किया गया है। यहाँ केवल परिकल्पना की जाँच से सम्बंधित तथ्यों का विवरण दिया जा रहा है। साधारणतया शोध समस्या अथवा विषय के बारे में ज्ञात/अपुष्ट प्रारम्भिक ज्ञान को परिकल्पना का आधार माना जाता है। इस प्रारम्भिक ज्ञान की पुष्टि अथवा खंडन के लिए शोध की वैज्ञानिक पद्धति अपनायी जाती है जिसके लिए विभिन्न चरण निर्धारित हैं। परिकल्पना का निमार्ण करना वैज्ञानिक शोध का प्रारम्भिक महत्वपूर्ण चरण है तथा परिकल्पना की जाँच; पुष्टि अथवा खंडन करना शोध का अंतिम महत्वपूर्ण चरण है।

##### 6.2.2 परिकल्पना का अर्थ एवं परिभाषाएँ (Meaning and Definitions of Hypothesis):

केवल तथ्यों का समूह या संचय ही विज्ञान का स्वरूप नहीं है। परिकल्पनाएँ तथ्यों के समूह से शोध के लिए उपयोगी तथ्यों को छाँटने के लिए महत्वपूर्ण दृष्टि उपलब्ध कराती हैं। इनके अभाव में यह निश्चित करना कठिन है कि शोध कार्य के लिए किन किन तथ्यों को प्राप्त/संकलित करना अनिवार्य है। परिकल्पनाएँ हमें शोध के सम्भावित परिणामों के बारे में प्रारम्भिक अनुमान/विचार प्रस्तुत करती हैं। **पोनीकेयर (Poincare)**<sup>4</sup> के अनुसार, "प्रायः ऐसा कहा जाता है कि प्रयोग (**Experiment**) बिना किसी पूर्व कल्पित विचारों के साथ शुरू किया जाना चाहिए जो कि सम्भव नहीं है। ऐसा करना न केवल निरर्थक बल्कि असम्भव भी होगा"। (It is often said that experiment should be made without

<sup>4</sup> Poincare (1952). Science and Hypothesis. New York: Dover, P.143.



reconceived ideas. That is impossible. Not only would it make every experiment fruitless, but even if we wished to do so, it could not be done.)

**कर्लिंगर (Kerlinger)<sup>5</sup>** के अनुसार, “परिकल्पना दो या दो से अधिक चरों के मध्य सम्बंधों के बारे में अनुमानित कथन है”। (A hypothesis is a conjectural statement of the relation between two or more variables.) एक अच्छी परिकल्पना के लिए दो कसौटियाँ निम्नलिखित हैं—

**प्रथम;** परिकल्पनाएँ दो या दो से अधिक चरों के मध्य अनुमानित सम्बंधों के बारे में कथन होती है, तथा

**दूसरा;** परिकल्पनाओं में चरों के मध्य अनुमानित सम्बंधों को जाँचने के लिए स्पष्ट उपाय/प्रक्रिया निहित होती है।

उपरोक्त कोई एक या दोनों गुणों की अनुपस्थिति में वैज्ञानिक दृष्टि में परिकल्पना का कोई अर्थ नहीं रह जाता है। परिकल्पनाएँ वैज्ञानिक शोध विधि का अभिन्न अंग हैं। **कॉलेजिएट डिक्सनरी (Collegiate Dictionary)** में परिकल्पनाओं को प्रयोगात्मक सिद्धान्त या अनुमान के रूप में परिभाषित किया गया है जिसे किसी तथ्य को स्पष्ट करने तथा जाँच को निर्देशित करने के लिए अनंतिम (Provisionally) रूप से प्रयोग किया जाता है। (New Collegiate Dictionary defines hypothesis as a tentative theory or supposition provisionally adopted to explain certain facts and guide the investigation of others.)

परिकल्पनाओं का निर्माण प्रायः खोजपूर्ण (Exploratory) शोधों के दौरान किया जाता है तथा इनकी जाँच निष्कर्षात्मक (Conclusive) शोधों के दौरान किया जाता है। उदाहरण के लिए चिकित्सक मरीज से बीमारी के लक्षणों को पूछकर एक प्रारम्भिक अनुमान लगाते हैं फिर उनसे सम्बंधित वैज्ञानिक जाँच (खून जाँच, एक्सरे, बुखार जाँच, बायोप्सी आदि) करके अंतिम निष्कर्ष पर पहुँचते हैं।

### 6.2.3 परिकल्पना के प्रकार (Types of Hypothesis):

जाँच के दौरान दो प्रकार की परिकल्पना निर्मित की जाती है—

**शून्य परिकल्पना (Null Hypothesis):** शून्य परिकल्पना में चरों के बीच के अपसी सम्बंधों या निर्भरता को नकार दिया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि कहा जाए कि दूषित जल के सेवन से कोई नुकसान नहीं होता है। या, पैदल चलना स्वास्थ्य के लिए लाभदायक नहीं है, इत्यादि। परिकल्पना परीक्षण के दौरान विशिष्ट सांख्यिकी गणनाओं एवं सैद्धान्तिक तालिकाओं द्वारा ज्ञात मूल्यों की तुलना के उपरांत शून्य परिकल्पना की पुष्टि अथवा खेडन किया जाता है।

**वैकल्पिक परिकल्पना (Alternative Hypothesis):** वैकल्पिक परिकल्पना शून्य परिकल्पना के उल्टा संदेश देती है। वैकल्पिक परिकल्पनाओं का अस्तित्व शून्य परिकल्पनाओं के साथ ही जुड़ा होता है। उदाहरण के लिए, शून्य परिकल्पना “दूषित जल के सेवन से कोई नुकसान नहीं होता है” के लिए “दूषित जल के सेवन से नुकसान होता है” वैकल्पिक परिकल्पना है। इसी तरह, शून्य परिकल्पना “पैदल चलना स्वास्थ्य के लिए लाभदायक नहीं है” के लिए “पैदल चलना स्वास्थ्य के लिए लाभदायक है” वैकल्पिक परिकल्पना है।

नोट: हर शून्य परिकल्पना के लिए एक वैकल्पिक परिकल्पना होती है। दोनों एक साथ सही नहीं हो सकते हैं। जब शून्य परिकल्पना सही होगी तब वैकल्पिक परिकल्पना गलत होगी तथा इसके विपरीत जब शून्य परिकल्पना गलत होगी तब वैकल्पिक परिकल्पना सही होगी।

### 6.2.4 सारांश (Summary):

परिकल्पनाओं का निर्माण खोजपूर्ण और विश्लेषणात्मक शोधकार्यों के लिए प्रारंभिक एवं महत्वपूर्ण बिन्दु है। परिकल्पनाएँ पूर्व ज्ञान पर आधारित प्रारम्भिक विचार होती हैं जिनका शोध के अंतिम चरण में समकों के

<sup>5</sup> Kerlinger F. N. (2012). Foundations of Behavioural Research. Second Edition. Surjeet Publication, New Delhi-110007. P. 18.

विश्लेषण के द्वारा पुष्टि अथवा खंडन किया जाता है। जाँच के लिए दो तरह की परिकल्पनाएँ निर्मित की जाती हैं: शून्य परिकल्पना और वैकल्पिक परिकल्पना। ये दोनों परिकल्पनाएँ आपस में परस्पर अपवर्जी होती हैं।

### 6.2.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. परिकल्पना को परिभाषित करें।
2. परिकल्पना की विशेषताएँ बतायें।
3. शोध में परिकल्पना का महत्व बतायें।
4. शून्य और वैकल्पिक परिकल्पना को उदाहरण के साथ समझायें। (

### 6.2.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.

Damodar N. Gujarati (1999). “Basic Econometrics”, Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). “Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians”, Charles Scribner’s Sons, New York.

Francis A. (1998). “Business Mathematics and Statistics”, Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). “Business Statistics and Business Mathematics”, Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Gupta S. L. And Hitesh (2012). Research Methodology. Second Edition. International Book House PVT. LTD. 2/42, Ansari Road, Daryaganj, New Delhi.

Koutsoyiannis A. (1972). “Theory of Econometrics”, Second Edition, Palgrave.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). “Designing and Managing a Research Project” Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), “Statistics”, Schaum’s Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) “Statistics”, Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (1970). "Statistics An Introductory Analysis", Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

## खण्ड (Section)- 6

### इकाई (Unit)– 3: सामान्य वितरण की विशेषताएँ (Characteristics of Normal Distribution)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

##### 6.3.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 6.3.1 परिचय (Introductio):

##### 6.3.2 सामान्य वितरण फलन (Normal Probability Function):

##### 6.3.3 सामान्य वितरण वक्र का आकार (Shape of the Normal Distribution Curve):

##### 6.3.4 सामान्य वितरण वक्र की विशेषताएँ (Characteristics of the Normal Curve):

##### 6.3.5 मानक सामान्य प्रायिकता वितरण (Standard Normal Probability Distribution):

##### 6.3.6 सारांश (Summary):

##### 6.3.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 6.3.8 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

##### 6.3.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- सामान्य आवृत्ति वितरण का परिचय
- सामान्य आवृत्ति वितरण की विशेषताओं को

##### 6.3.1.परिचय (Introductio):

सतत दैव चरों के संदर्भ में सामान्य प्रायिकता वितरण (Normal Probability Distribution) की अवधारणा सबसे महत्वपूर्ण है। सामान्य प्रायिकता वितरण की अवधारणा फ्रेंच गणितज्ञ अब्राहम डे मोइवर (Abraham de Moivre) ने अपने प्रकाशित लेख द डॉक्ट्रिन ऑफ चांस (Doctrine of Chance): 1733 में दी थी। सामान्य वितरण का आकार घंटी (Bell-Shaped) के आकार का होता है।

##### 6.3.2. सामान्य वितरण फलन (Normal Probability Function):

सामान्य वितरण फलन का समीकरण निम्नलिखित है—

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

जहाँ,  $\mu$  माध्य (Mean) है

$\sigma$  प्रमाप विचलन (Standard Deviation) है

$$\pi = 3.14159$$

$$e = 2.71828$$

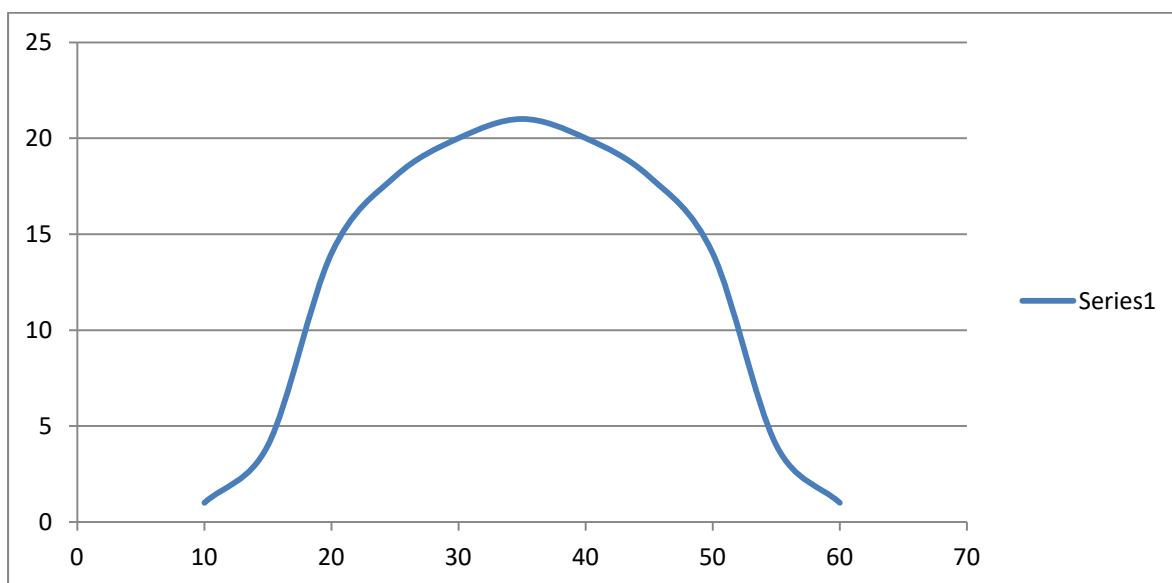
**6.3.3. सामान्य वितरण वक्र का आकार (Shape of the Normal Distribution Curve):**  
सामान्य वितरण का आकार घंटी (**Bell-Shaped**) के आकार का होता है।

तालिका संख्या (6.3.1): सामान्य बारम्वारता वितरण का उदाहरण।

X	F
10	1
15	4
20	14
25	18
30	20
35	21
40	20
45	18
50	14
55	4
60	1

$$\bar{X} = 35$$

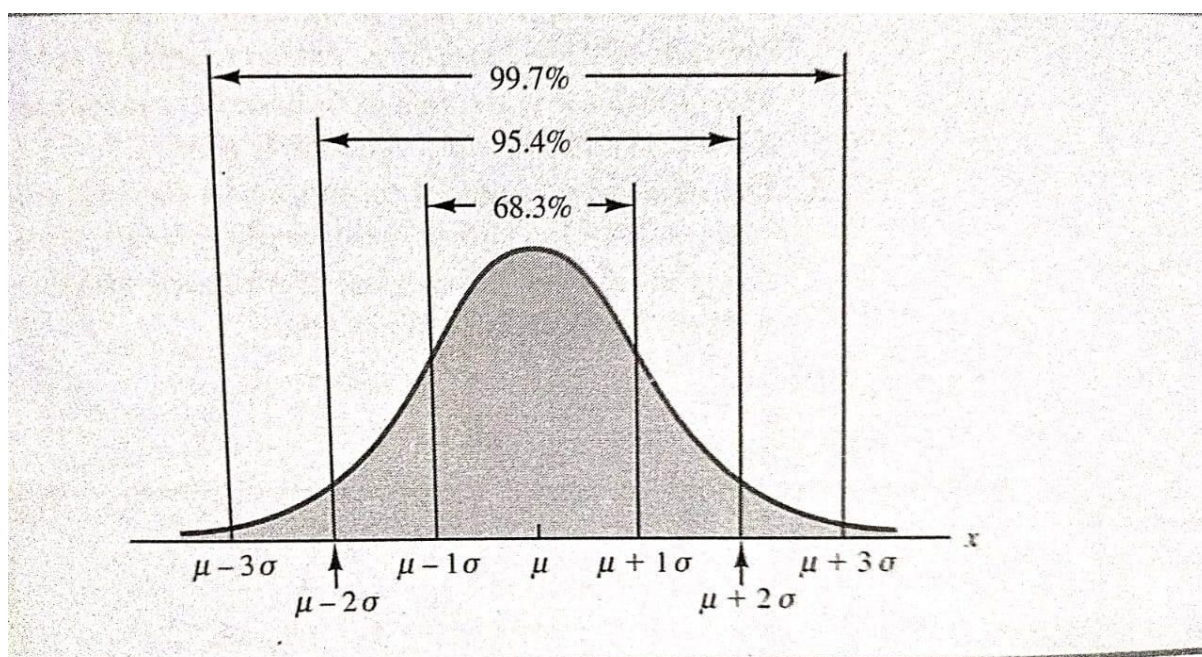
चित्र संख्या (6.3.1): सामान्य बारम्वारता वितरण का रेखचित्र।



### 6.3.4 सामान्य वितरण वक्र की विशेषताएँ (Characteristics of the Normal Distribution Curve):

- (i). सामान्य वितरण वक्र का आकार वितरण के माध्य और प्रमाप विचलन के मान पर निर्भर करता है।
- (ii). सामान्य वितरण का माध्य, माध्यिका और बहुलक का मान समान होता है।
- (iii). सामान्य वितरण में विषमता (Skewness) का मान शून्य होता है।
- (iv). सामान्य वितरण में कुकृदता (Kurtosis) का मान 0.263 होता है।
- (v). सामान्य वितरण रेखा अपने दोनों किनारों पर उपगामी (Asymptotic) होता है। अर्थात् इसके दोनों किनारे कभी भी क्षैतिज अक्ष को नहीं छूते हैं।
- (vi). सामान्य वितरण वक्र का आकार सममित (Symmetric) होता है।
- (vii). सामान्य दैव चर की प्रायिकता सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल के द्वारा ज्ञात होता है। सामान्य वितरण वक्र के अन्तर्गत सम्पूर्ण क्षेत्रफल एक के बराबर होता है। सममित आकार के होने के कारण माध्य से दाएँ तथा बाएँ दोनों ओर आधा आधा क्षेत्रफल बँटा होता है।
- (viii). सामान्य वितरण वक्र के अन्तर्गत—
  - (a). माध्य के दोनों ओर प्रमाप विचलन के अन्तर्गत 68.3% क्षेत्रफल शामिल होता है। यानि,  $(\bar{X} \pm \sigma) = 68.3\%$
  - (b). माध्य के दोनों ओर दो गुणा प्रमाप विचलन के अन्तर्गत 95.4% क्षेत्रफल शामिल होता है। यानि,  $(\bar{X} \pm 2\sigma) = 95.4\%$
  - (c). माध्य के दोनों ओर तीन गुणा प्रमाप विचलन के अन्तर्गत 99.7% क्षेत्रफल शामिल होता है। यानि,  $(\bar{X} \pm 3\sigma) = 99.7\%$

चित्र संख्या (6.3.2): सामान्य प्रायिकता वितरण के अन्तर्गत क्षेत्रफल/प्रायिकता का वितरण।



**6.3.5 मानक सामान्य प्रायिकता वितरण (Standard Normal Probability Distribution):** जिन दैव चरों के सामान्य प्रायिकता वितरण का माध्य शून्य और प्रमाप विचलन एक होता है उसे मानक सामान्य प्रायिकता वितरण कहते हैं। इस तरह के दैव चरों को प्रायः अंग्रेजी के Z अक्षर से सूचित किया जाता है।

मानक सामान्य वितरण फलन (Normal Probability Function) निम्नलिखित है—

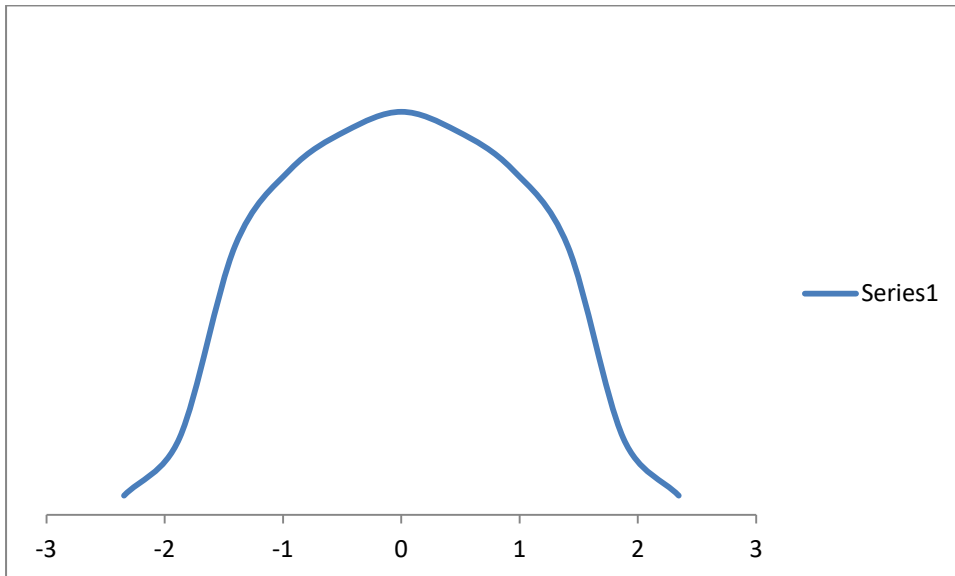
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$$

उपरोक्त तालिका संख्या (6.3.1): में व्यवस्थित समकों को  $U = (X - \bar{X})/S.D.\text{of } X$  के रूप में परिवर्तित करने एवं U तथा F का रेखचित्र बनाने पर मानक प्रायिकता वितरण का निम्नलिखित स्वरूप प्राप्त होता है।

तालिका संख्या (6.3.2): परिवर्तित समकों का प्रायिकता वितरण अथवा मानक सामान्य वितरण।

X	F	F.X	X <sup>2</sup>	F.X <sup>2</sup>	$\bar{X}$	S.D. X	X- $\bar{X}$	$\frac{X - \bar{X}}{S.D. X}$	F
10	1	10	100	100	35	10.66	-25	-2.34522	1
15	4	60	225	900	35	10.66	-20	-1.87617	4
20	14	280	400	5600	35	10.66	-15	-1.40713	14
25	18	450	625	11250	35	10.66	-10	-0.93809	18
30	20	600	900	18000	35	10.66	-5	-0.46904	20
35	21	735	1225	25725	35	10.66	0	0	21
40	20	800	1600	32000	35	10.66	5	0.469043	20
45	18	810	2025	36450	35	10.66	10	0.938086	18
50	14	700	2500	35000	35	10.66	15	1.407129	14
55	4	220	3025	12100	35	10.66	20	1.876173	4
60	1	60	3600	3600	35	10.66	25	2.345216	1
	135	4725		180725					

चित्र संख्या (6.3.3): मानक सामान्य प्रायिकता वितरण के अन्तर्गत क्षेत्रफल/प्रायिकता का वितरण।



**नोट: दैव चर (Random Variable):** वैसे चरों को कहते हैं जिनके बारे में अनुमान नहीं लगाया जा सकता है। अर्थात् दैव चरों का मान दैव कारकों पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए, जब दो पासों (Dices) को एक साथ उछाला जाता है और दोनों के अंकों को जोड़ा जाता है तब योगफल न्यूनतम  $(1+1)=2$  से लेकर अधिकतम  $(6+6)=12$  के बीच में कोई भी संख्या हो सकता है। जिसके बारे में कोई सटिक अनुमान नहीं लगाया जा सकता है।

### 6.3.6 सारांश (Summary):

सामान्य आवृत्ति या प्रायिकता वितरण एक विशिष्ट प्रकार का वितरण है जिसका सांख्यिकी में खासका परिकल्पनाओं की जाँच में काफी महत्व है। सामान्य आवृत्ति वितरण की स्थिति में समकमाला का माध्य, माध्यिका तथा बहुलक का मान समान होता है। इसका आकार घंटे के आकार का मध्य से दोनों तरफ एक समान यानि सममित होता है।

### 6.3.7 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. सामान्य वितरण से आप क्या समझते हैं?
2. सामान्य वितरण की विशेषताओं का उल्लेख करें।

### 6.3.7. उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.

Damodar N. Gujarati (19995). “Basic Econometrics”, Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). “Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians”, Charles Scribner’s Sons, New York.



Francis A. (1998). "Business Mathematics and Statistics", Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). "Business Statistics and Business Mathematics", Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Gupta S. L. And Hitesh (2012). Research Methodology. Second Edition. International Book House PVT. LTD. 2/42, Ansari Road, Daryaganj, New Delhi.

Koutsoyiannis A. (1972). "Theory of Econometrics", Second Edition, Palgrave.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), "Statistics", Schaum's Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) "Statistics", Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (1970). "Statistics An Introductory Analysis", Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

## खण्ड (Section)—6

इकाई (Unit)— 4: एकपक्षीय और द्विपक्षीय परीक्षण, प्रथम प्रकार की त्रुटि एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि

(One Tail and two tail test, Type –I and Type – II Errors)

इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

6.4.0 उद्देश्य (Objectives):

6.4.1 परिचय (Introduction):

6.4.2 एक-पक्षीय परीक्षण (One Tail test):

6.4.3 द्वि-पक्षीय जाँच (Two Tail Test):

6.4.4 प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type –I and Type –II Errors):

6.4.5 सारांश (Summary):

6.4.6 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

6.4.7 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची(Usefull Books/Bibliography):

6.4.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- एक पक्षीय परीक्षण
- द्विपक्षीय परीक्षण
- प्रथम प्रकार की त्रुटि
- द्वितीय प्रकार की त्रुटि

6.4.1 परिचय (Introduction):

शोध की शुरुआत में निर्मित परिकल्पना का शोध के अंतिम चरण में परीक्षण किया जाता है तथा इसके आधार पर शोध का निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है। परिकल्पनाओं की प्रकृति और जाँच के लिए अपनायी गयी सांख्यिकी विधियों के अनुसार एक पक्षीय या द्विपक्षीय परीक्षण का निर्णय लिया जाता है। सांख्यिकी विधियाँ प्रायिकता के सिद्धान्तों पर आधारित हैं। जिसमें कुछ त्रुटियों की सम्भावनाएँ बनी रहती हैं। परिकल्पनाओं के परीक्षण में दो तरह की त्रुटि होने की सम्भावना रहती है।

6.4.2 एक-पक्षीय परीक्षण (One Tailed Test):

शोध के लिए निर्मित परिकल्पना के आधार पर यह तय किया जाता है कि परिकल्पना की जाँच का स्वरूप एक पक्षीय अथवा द्विपक्षीय होगा। जब शून्य परिकल्पना माप के किसी ज्ञात बिन्दु से अधिक या कम के रूप में होती है तब वैकल्पिक परिकल्पना भी क्रमशः कम या अधिक के रूप में होती है। इस तरह की परिकल्पनाओं की जाँच के लिए एकपक्षीय जाँच (One-Tail Test) प्रक्रिया अपनायी जाती है। इस

तरह की जाँच को एक पक्षीय इसलिए कहा जाता है क्योंकि इसमें शून्य परिकल्पना को नकारने के लिए सामान्य प्रायिकता वितरण के एक ही पक्ष का उपयोग किया जाता है।

एकपक्षीय जाँच प्रक्रिया भी दो प्रकार की होती है; निम्न पक्षीय जाँच (**Lower Tail Test**) तथा उच्च पक्षीय जाँच (**Upper tail test**)। इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**(i). निम्न पक्षीय जाँच (Lower Tail Test):** जब शून्य परिकल्पना को नकारने के लिए सामान्य प्रायिकता वितरण के वायें/निम्न पक्ष का उपयोग किया जाता है तब इसे निम्न पक्षीय (**Lower Tail Test**) जाँच कहते हैं। इसके लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्न प्रकार से करते हैं—

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_1: \mu \leq \mu_0$$

जहाँ  $\mu$  समग्र का माध्य है तथा

$\mu_0$  समग्र के माध्य का पूर्व निश्चित मान है।

निम्न पक्षीय जाँच प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

मान लिया कि कम्पनी के मानक के अनुसार बिजली के बल्ब का औसत जीवन काल 1100 घंटे से कम नहीं होना चाहिए। इस स्थिति में शोध की परिकल्पना निम्न प्रकार से बनाते हैं

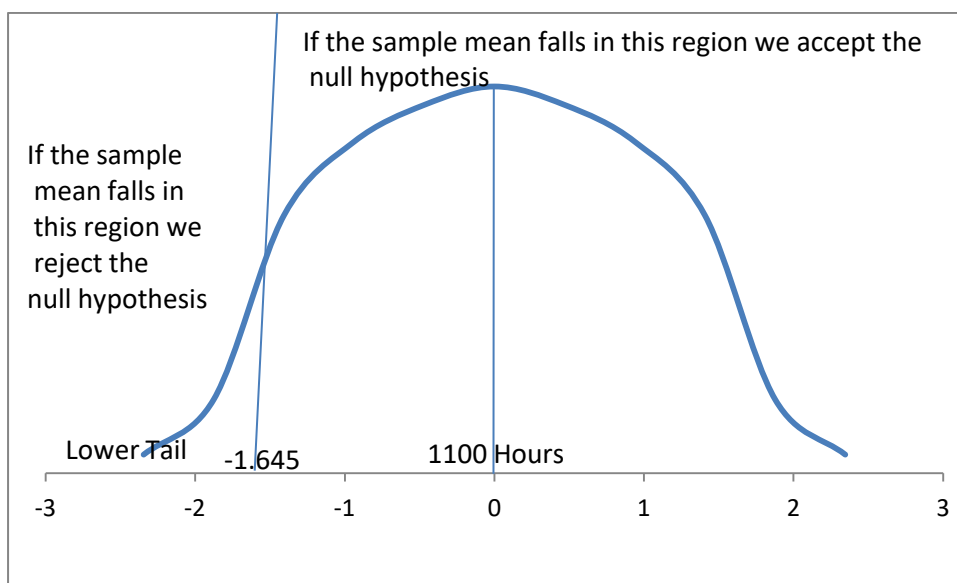
$$H_0: \mu \geq 1100$$

$$H_1: \mu \leq 1100$$

यहाँ जब बल्ब का औसत जीवन काल सांख्यिकी जाँच में 1100 घंटा से कम पाया जाता है तब शून्य परिकल्पना को नकार देते हैं।

ऐसी स्थिति में निम्न पक्षीय जाँच के अस्वीकार्य क्षेत्र (**Rejection Region**) को निम्नलिखित रेखाचित्र द्वारा दर्शाया गया है —

**चित्र संख्या (6.4.1): निम्न पक्षीय जाँच के अस्वीकार्य क्षेत्र (Rejection Region)**



( ii). **उच्च पक्षीय जाँच (Upper Tail test):** जब शून्य परिकल्पना को नकारने के लिए सामान्य प्रायिकता वितरण के दायें/उच्च पक्ष का उपयोग किया जाता है तब इसे उच्च पक्षीय (Upper Tail Test) जाँच कहते हैं। इसके लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्न प्रकार से करते हैं—

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

$$H_1: \mu \geq \mu_0$$

जहाँ  $\mu$  समग्र का माध्य है तथा

$\mu_0$  समग्र के माध्य का पूर्व निश्चित मान है।

उच्च पक्षीय जाँच प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

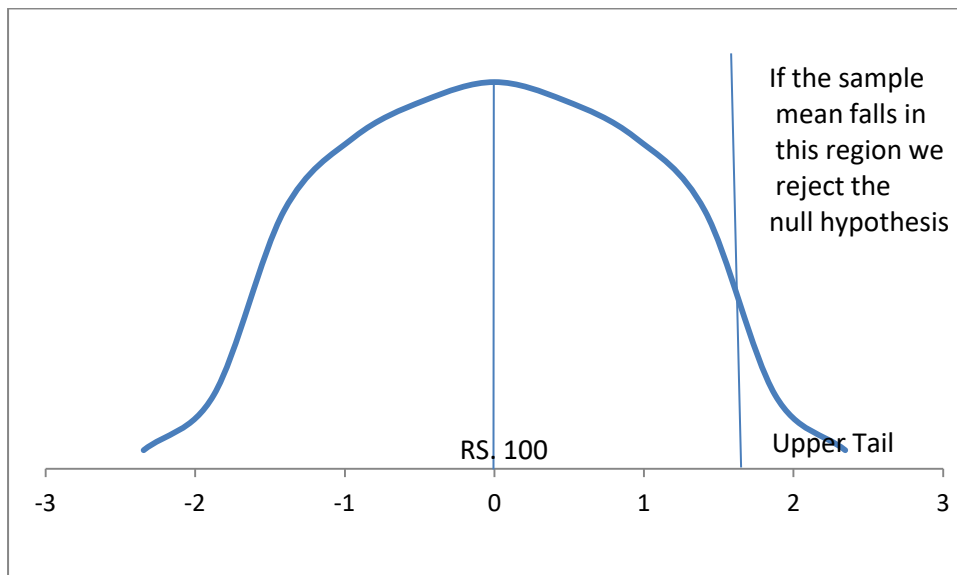
मान लिया कि कोई कम्पनी अपने कर्मचारियों की यात्रा पर औसतन 100 रूपया से अधिक खर्च नहीं करना चाहती है। इस स्थिति में शोध की परिकल्पना निम्न प्रकार से बनाते हैं

$$H_0: \mu \leq 100$$

$$H_1: \mu \geq 100$$

ऐसी स्थिति में उच्च पक्षीय जाँच के अस्वीकार्य क्षेत्र (**Rejection Region**) को निम्नलिखित रेखाचित्र द्वारा दर्शाया गया है —

चित्र संख्या (6.4.2): उच्च पक्षीय जाँच के अस्वीकार्य क्षेत्र (**Rejection Region**)



### 6.4.3 द्वि-पक्षीय जाँच (Two Tail Test):

द्वि-पक्षीय जाँच प्रक्रिया तब अपनायी जाती है जब जाँच का उद्देश्य यह तय करना होता है कि कोई निर्धारक (Parameter) किसी निश्चित मूल्य के बराबर है अथवा नहीं। ऐसी परिस्थितियों में क्रांतिक क्षेत्र (Critical Region) ज्ञात करने के लिए दिए गए सार्थकता स्तर (level of Significance) के आधे का प्रयोग करते हैं।

उदाहरण के लिए किसी समग्र का माध्य शून्य है अथवा नहीं या 10 है अथवा नहीं। इस तरह की जाँच के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित प्रकार से किया जाता है –

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

जहाँ  $\mu$  समग्र का माध्य है तथा

$\mu_0$  समग्र के माध्य का पूर्व निश्चित मान है।

उच्च पक्षीय जाँच प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है–

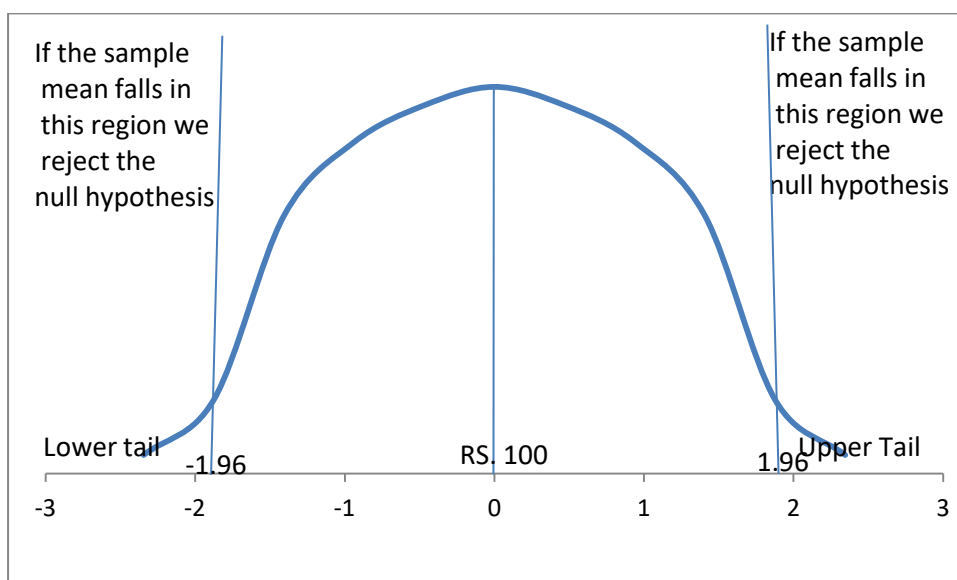
जब कोई कम्पनी यह तय करती है कि उसके द्वारा उत्पादित बिजली के बल्ब का औसत जीवन काल 80,000 घंटा होना चाहिए। तब इसकी जाँच के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित प्रकार से किया जाता है–

$$H_0: \mu = 80,000$$

$$H_1: \mu \neq 80,000$$

नोट: ऐसी स्थिति में अस्वीकार क्षेत्र (Rejection Region) दोनों तरफ किनारों में होता है। क्योंकि 80,000 से ज्यादा अथवा कम दोनों परिस्थितियों में शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है। इसीलिए इस विधि को द्विपक्षीय जाँच विधि कहते हैं।

चित्र संख्या (6.4.3): द्वि-पक्षीय जाँच के अस्वीकार्य क्षेत्र (Rejection Region)



नोट: एकपक्षीय जाँच में क्रांतिक क्षेत्र (Critical Region) ज्ञात करने के लिए दिए गए सम्पूर्ण सार्थकता स्तर (level of Significance) का प्रयोग करते हैं। अर्थात् यदि दिया गया सार्थकता स्तर 5 % है तो

निर्णायक तालिका में 5% सार्थकता स्तर वाले खाने में ही क्रांतिक मूल्य खोजते हैं। जबकि द्विपक्षीय जाँच के दौरान दिए गए सार्थकता स्तर के आधे का प्रयोग क्रांतिक क्षेत्र ज्ञात करने के लिए करते हैं। क्योंकि द्वि-पक्षीय जाँच के दौरान सार्थकता स्तर आधा आधा दोनों पक्षों में बंट जाता है। अर्थात् द्विपक्षीय जाँच की स्थिति में यदि दिया गया सार्थकता स्तर 5 % है तो निर्णायक तालिका में 2.5% सार्थकता स्तर वाले खाने में ही क्रांतिक मूल्य खोजते हैं।

एक-पक्षीय और द्विपक्षीय जाँच के लिए जेड टेस्ट का क्रांतिक मान (Critical Value of Z) निम्नलिखित तालिका में दर्शाया गया है—

**तालिका संख्या (6.4.1): एक-पक्षीय और द्विपक्षीय जाँच के लिए जेड टेस्ट का क्रांतिक मान (Critical Value of Z)**

सार्थकता स्तर	0.10	0.05	0.01	0.005	0.002
एक पक्षीय जाँच के लिए Z का क्रांतिक मान	-1.28 अथवा 1.28	-1.645 अथवा 1.645	-2.33 अथवा 2.33	-2.58 अथवा 2.58	-2.88 अथवा 2.88
द्वि पक्षीय जाँच के लिए Z का क्रांतिक मान	-1.645 तथा 1.645	-1.96 तथा 1.96	-2.58 तथा 2.58	-2.81 तथा 2.81	-3.08 तथा 3.08

अर्थात्, एक-पक्षीय जाँच की स्थिति में 10 % सार्थकता स्तर (Level of Significance) पर शून्य परिकल्पना को नकारने के लिए Z का मान वायें पक्ष जाँच की स्थिति में -1.28 तथा दायें पक्ष जाँच की स्थिति में 1.28 है। अगर Z का निरपेक्ष मान (ऋणत्मक चिन्ह को छोड़कर) 1.28 से कम होने पर शून्य परिकल्पना को स्वीकार कर लिया जाता है।

वहीं द्वि-पक्षीय जाँच की स्थिति में 10 % सार्थकता स्तर (Level of Significance) दोनों पक्षों में आधा आधा बंटकर 5 % रह जाता है। ऐसी स्थिति में शून्य परिकल्पना को नकारने के लिए Z का मान  $\pm 1.645$  है।

#### 6.4.4 प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type –I and Type –II Errors):

सांख्यिकी में जाँच के सिद्धान्त पूरी तरह से दैव प्रायिकता के सिद्धान्तों (Random Probability Theories) पर निर्भर होते हैं। अतः इसमें 100 % शुद्धता की आशा नहीं की जा सकती है। जाँच के विभिन्न चरणों में चाहे जितनी सावधानी बरती जाए कुछ न कुछ त्रुटि की सम्भावना बनी रहती है। सांख्यिकीय जाँच में दो तरह की त्रुटियों की सम्भावना रहती है; प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type –I and Type –II Errors)

(i). प्रथम प्रकार की त्रुटि (Type – I Error): इस तरह की त्रुटि को अल्फा त्रुटि ( $\alpha - Error$ ) भी कहते हैं। जब किन्हीं कारणों/गलती से सही परिकल्पना अस्वीकृत हो जाती है यानि स्वीकार करने योग्य शून्य परिकल्पना गलती से अस्वीकार कर दी जाती है तब ऐसी त्रुटि को प्रथम प्रकार की त्रुटि अथवा अल्फा त्रुटि कहते हैं। (Rejecting a null hypothesis when it is true is called a Type- I error)

(ii). द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type – II Error): इस तरह की त्रुटि को बीटा त्रुटि ( $\beta - Error$ ) भी कहते हैं। जब किन्हीं कारणों/भूल से गलत परिकल्पना स्वीकृत हो जाती है यानि अस्वीकार काने योग्य शून्य परिकल्पना स्वीकार कर ली जाती है तब ऐसी त्रुटि को द्वितीय प्रकार की त्रुटि

अथवा वीटा त्रुटि कहते हैं। (Accepting a null hypothesis when it is wrong is called a Type- II error)

परिकल्पनाओं की जाँच के दौरान कुल चार तरह की निम्नलिखित सम्भावनाएँ बनती हैं—

- (i). स्वीकार करने योग्य शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है (सही निर्णय)
- (ii). अस्वीकार करने योग्य शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है (सही निर्णय)
- (iii). स्वीकार करने योग्य शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है (प्रथम प्रकार की त्रुटि)
- (iv). अस्वीकार करने योग्य शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है (द्वितीय प्रकार की त्रुटि):

#### 6.4.4 सारांश (Summary):

परिकल्पनाओं की प्रकृति और जाँच के लिए अपनायी गयी सांख्यिकी विधियों के अनुसार एक पक्षीय या द्विपक्षीय परीक्षण का निर्णय लिया जाता है। सांख्यिकी विधियाँ प्रायिकता के सिद्धान्तों पर आधारित हैं। जिसमें कुछ त्रुटियों की सम्भावनाएँ बनी रहती हैं। परिकल्पनाओं के परीक्षण में दो तरह की त्रुटि होने की सम्भावना रहती है।

#### 6.4.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. एक पक्षीय और द्विपक्षीय जाँच से आप क्या समझते हैं?
2. एक पक्षीय जाँच और द्विपक्षीय जाँच में क्या अंतर है?
3. जाँच में त्रुटि से क्या तात्पर्य है?
4. जाँच में संभावित त्रुटियों को स्पष्ट करें।

#### 6.4.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.

Damodar N. Gujarati (1999). “Basic Econometrics”, Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). “Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians”, Charles Scribner’s Sons, New York.

Francis A. (1998). “Business Mathematics and Statistics”, Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). “Business Statistics and Business Mathematics”, Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Koutsoyiannis A. (1972). "Theory of Econometrics", Second Edition, Palgrave.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), "Statistics", Schaum's Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) "Statistics", Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The Practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (1970). "Statistics An Introductory Analysis", Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.



## खण्ड (Section)—6

### इकाई (Unit)— 5: टी- परीक्षण एवं जेड परीक्षण (T-test and Z- test):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 6.5.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 6.5.1 परिचय (Introduction):

##### 6.5.2 जेड परीक्षण (Z- test):

##### 6.5.2.क. Z वितरण के लिए क्रांतिक क्षेत्र की तालिका (Z- Table):

##### 6.5.3 जेड टेस्ट का व्यावहारिक प्रयोग: (Z-Test in Practice):

##### 6.5.4 टी-टेस्ट (t-test):

##### 6.5.5 टी वितरण की विशेषताएँ (Characteristics of t-Distribution):

##### 6.5.6. टी-टेस्ट का व्यावहारिक प्रयोग: (t-test in Practice):

##### 6.5.6.क. t – तालिका (t- table):

##### 6.5.7 सारांश (Summary):

##### 6.5.8 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 6.5.9 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

##### 6.5.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- टी- परीक्षण (T-test):
- जेड परीक्षण (Z- test):

##### 6.5.1. परिचय (Introduction):

विश्लेषणात्मक सांख्यिकीय अध्ययनों में सामान्यतः प्रतिदर्श के प्रतिनिधि मूल्यों (Estimates) के आधार पर समग्र के प्राचलों (Parameters) के बारे में अनुमान अथवा निष्कर्ष (Inference) दिया जाता है। प्रतिदर्श का प्रयोग समग्र के प्राचलों के बिन्दु आकलन (Point Estimates) तथा अंतराल आकलन (Interval Estimates) के लिए किया जाता है। इसके अगले चरण में समग्र के प्राचलों के बारे में पूर्व निर्मित अवधारणाओं/परिकल्पनाओं की जाँच की जाती है। इस विधि में प्रतिदर्श के प्रतिनिधि मूल्यों का समग्र के ज्ञात या सैद्धांतिक प्राचल मूल्यों से तुलना की जाती है। इससे दो बातें स्पष्ट होती हैं

(i). यदि प्रतिदर्श समग्र का प्रतिनिधित्व करता है तब प्रतिदर्श से प्राप्त गणनाओं के आधार पर समग्र के प्राचलों का बिन्दु मान अथवा अंतराल मान का आकलन किया जाता है।

(ii). यदि समग्र के प्राचलों का मान ज्ञात है तो यह ज्ञात किया जाता है कि कोई प्रतिदर्श इसका प्रतिनिधित्व करता है अथवा नहीं।

नोट: एकल चर वाले अध्ययनों में किसी समग्र के दो प्राचल/निर्धारक (Parameters) माध्य (Mean) तथा प्रसरण अथवा प्रमाप विचलन (Variance or Standard deviation) होते हैं।

एक से अधिक चरों वाले सांख्यिकीय अध्ययनों में प्रत्येक चर का माध्य और प्रसरण के अलावा उनके बीच के सह- प्रसरण (Covariances) भी होते हैं।

\*समग्र के माध्यों के बारे में अनुमान (Inference) लगाने के लिए जेड टेस्ट (Z-Test), टी टेस्ट (t-Test) तथा एफ टेस्ट (F-Test) उपयोगी विधि है जबकि प्रसरण अथवा प्रमाप विचलन के बारे में अनुमान लगाने के लिए काई वर्ग विधि (Chai-Square Test) का प्रयोग किया जाता है।

### 6.5.2 जेड परीक्षण (Z- test):

जेड टेस्ट का प्रयोग करने के लिए प्रतिदर्श का सामान्य रूप से वितरित होना अनिवार्य शर्त है। यदि प्रतिदर्श सामान्य रूप से वितरित नहीं है परन्तु सामान्य रूप से वितरित समग्र से लिया गया है तथा प्रतिदर्श का आकार 30 या इससे ज्यादा है तब भी इसका प्रयोग किया जा सकता है।

सामान्य रूप से वितरित प्रतिदर्श की श्रेणी ( $X_i$ ) को निम्नलिखित सूत्र द्वारा जेड की श्रेणी ( $Z_i$ ) में बदला जाता है—

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S.D._x}$$

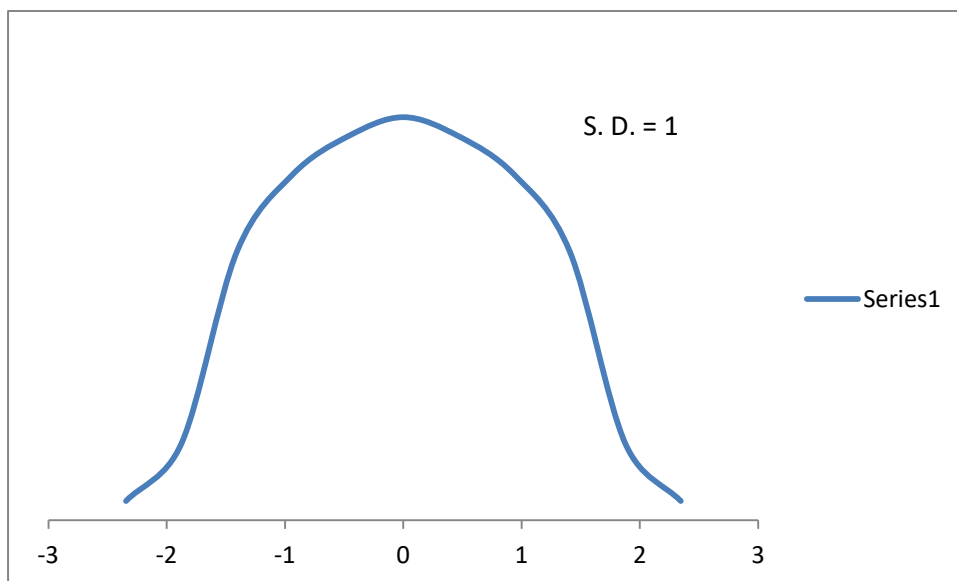
यहाँ  $\bar{X}$  श्रेणी का माध्य तथा  $S.D._x$  श्रेणी का प्रमाप विचलन है।

यहाँ  $Z_i$  को मानक चर के रूप में परिभाषित किया जाता है जिसका माध्य शून्य तथा प्रमाप विचलन एक होता है।

मानक सामान्य वितरण फलन (Normal Probability Function) निम्नलिखित है—

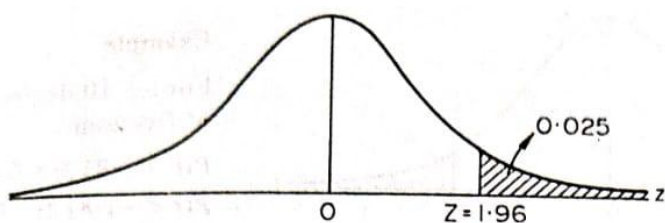
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$$

चित्र संख्या (6.1.1): मानक सामान्य प्रायिकता वितरण के अन्तर्गत क्षेत्रफल/प्रायिकता का वितरण।



6.5.2.क. Z वितरण के लिए क्रांतिक क्षेत्र की तालिका (Z- Table):

तलिका संख्या (6.5.1): मानक सामान्य / Z वितरण के लिए क्रांतिक क्षेत्र का विवाण।



Example

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P(Z > 1.96) = .0250$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0022	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010

स्रोत (Source): Koutsoyiannis A. "Theory of Econometrics" Second Edition. Palgrave Macmillan. Page – 659

तलिका देखना (Observation of the Z- Table):

उपरोक्त जेड तालिका का दो प्रकार से प्रयोग किया जाता है—

(i). Z के ज्ञात मान के लिए क्रांतिक क्षेत्रफल/सार्थकता स्तर ज्ञात (Critical Region/Level of Significance) ज्ञात करना:

उदाहरण के लिए,  $Z = 1.96$  के लिए क्रांतिक क्षेत्रफल अथवा सार्थकता स्तर ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम तालिका के 1.9 वाली पंक्ति (Row) में दाहिनी ओर 0.06 खाने में दिए गए मान (0.0250) को ज्ञात कर लेते हैं। 0.0250 को प्रतिशत में बदलने पर यह 2.5 % है।

चूँकि यह तालिका सममित (Symmetric) है इसलिए  $Z = -1.96$  के लिए भी क्रांतिक क्षेत्रफल/सार्थकता स्तर  $0.0250 = 2.5\%$  ही है।

**(ii). ज्ञात क्रांतिक क्षेत्रफल/सार्थकता स्तर ज्ञात (Critical Region/Level of Significance) के लिए  $Z$  का मान ज्ञात करना:**

उदाहरण के लिए, क्रांतिक क्षेत्रफल/सार्थकता स्तर 0.0183 के लिए  $Z$  का मान ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दिए गए मान 0.0183 को तालिका में खोजते हैं। यह मान तालिका के पंक्ति  $Z = 2$  तथा खाना 0.09 में स्थित है। अतः क्रांतिक क्षेत्रफल/सार्थकता स्तर 0.0183 के लिए  $Z$  का मान 2.09 है।

चूँकि यह तालिका सममित (Symmetric) है इसलिए क्रांतिक क्षेत्रफल/सार्थकता स्तर  $0.0183 = 1.83\%$  के लिए  $Z$  का मान - 2.09 भी है।

### 6.5.3 जेड टेस्ट का व्यवहारिक प्रयोग: (Z-Test in Practice):

जेड टेस्ट का व्यवहारिक प्रयोग प्रायः माध्य के बीच अंतर की जाँच करने के लिए किया जाता है। इसका प्रयोग प्रायः बड़े आकार के प्रतिदर्शों ( $N > 30$ ) के साथ किया जाता है। इसका प्रयोग निम्नलिखित स्थितियों में किया जाता है—

**(i). प्रतिदर्श माध्य के आधार पर अज्ञात समग्र माध्य के लिए अन्तराल ज्ञात करना**

समग्र माध्य  $\mu$  के लिए विश्वास अंतराल निम्नलिखित है —

$$\bar{X} \pm Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$\bar{X}$  = प्रतिदर्श माध्य

$Z_c$  = दिए गए विश्वास स्तर (1- सार्थकता स्तर) पर  $Z$  का मान है। उदाहरण के लिए यदि सार्थकता स्तर  $0.05 = 5\%$  है तो विश्वास स्तर  $(1 - 0.05 = 0.95) = 95\%$  है।  $Z_c$  का मान  $Z$  तालिका से ज्ञात किया जाता है।  $Z_{0.95} = 1.96$  है।

$\sigma$  = समग्र का प्रमाप विचलन

नोट: समग्र का प्रमाप विचलन या तो पूर्व से ज्ञात होता है अथवा उसकी गणना प्रतिदर्श श्रेणी के समकों से की जाती है।

$\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$  = माध्य का प्रमाप विचलन

उदाहरण के लिए, 95 % विश्वास स्तर पर समग्र के माध्य के लिए विश्वास अंतराल

$$\bar{X} \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \text{ यानि,}$$

$$(\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}}) = 95\% \text{ विश्वास अंतराल है।}$$

अर्थात्, समग्र के माध्य का उपरोक्त अंतराल में रहने की सम्भावना 95 % है।

विश्वास स्तर बढ़ने पर विश्वास अंतराल भी बढ़ जाता है।

उदाहरण के लिए, 99 % विश्वास स्तर पर समग्र के माध्य के लिए विश्वास अंतराल

$$\bar{X} \pm 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \text{ यानि, यहाँ, } Z_{0.99} = 2.58 \text{ है}$$

$$(\bar{X} - 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \leq \mu \leq \bar{X} + 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{N}}) = 99 \% \text{ विश्वास अंतराल है।}$$

अर्थात्, समग्र के माध्य का उपरोक्त अंतराल में रहने की सम्भावना 99 % है।

**(i.a). प्रतिदर्श अनुपात (Proportion) के आधार पर अज्ञात समग्र अनुपात (Proportion) के लिए अन्तराल ज्ञात करना:**

समग्र अनुपात  $p$  के लिए विश्वास अंतराल निम्नलिखित है –

$$P \pm Z_c \sqrt{pq/N}$$

जहाँ,  $q = (1-p)$  है।

$P$  प्रतिदर्श अनुपात है।

$p$  समग्र अनुपात है।

$Z_c =$  दिए गए विश्वास स्तर (1- सार्थकता स्तर) पर  $Z$  का मान है।

\* प्रतिदर्श माध्य  $\bar{X}$  के आधार पर समग्र माध्य  $\mu$  के लिए विश्वास अंतराल (Confidence Interval) ज्ञात करने के लिए आम तौर पर  $Z$  तालिका का प्रयोग किया जाता है। लेकिन कुछ प्रचलित विश्वास अंतराल निम्नलिखित तालिका में दिया गया है –

तालिका संख्या (6.5.2): प्रचलित विश्वास अंतराल

विश्वास स्तर	99.73%	99%	98%	96%	95.45%	95 %	90%	80%	68.2%
$Z$ का मान	3.00	2.58	2.33	2.05	2.0	1.96	1.645	1.288	1.00

**(ii). प्रतिदर्श माध्य और ज्ञात समग्र माध्य के बीच अंतर की जाँच करना:**

जब प्रतिदर्श माध्य ( $\bar{X}$ ) और समग्र माध्य ( $\mu$ ) तथा प्रतिदर्श माध्य का प्रमाप विचलन ज्ञात हो है तब प्रतिदर्श माध्य और समग्र माध्य के बीच के अन्तर को जाँचने के लिए निम्नलिखित सूत्र द्वारा  $Z$  का मान ज्ञात किया जाता है–

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S.D.\bar{X}} \text{ यहाँ,}$$

$$S.D.\bar{X} = \frac{S.D.of X}{\sqrt{N}}$$

नोट: सूत्र में कहीं कहीं **Standard Deviation** की जगह **Standard Error** का प्रयोग भी किया जाता है।

$S.D. of X$  प्रतिदर्श का प्रमाप विचलन है। समग्र का प्रमाप विचलन ( $\sigma$ ) ज्ञात रहने की स्थिति में प्रतिदर्श के विचलन की जगह समग्र के विचलन का प्रयोग माध्य के विचलन की गणना के लिए किया जाता है। अर्थात्  $S.D. \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$  का प्रयोग करते हैं।

उपरोक्त सूत्र से आकलित  $Z$  के मान का उपयुक्त सार्थकता स्तर पर  $Z$  के तालिका मान से तुलना करके जाँच का निष्कर्ष निकाला जाता है।

नोट: द्विपक्षीय जाँच की स्थिति में सार्थकता स्तर को आधा आधा दोनों पक्षों में बाँटकर तालिका से  $Z$  का मान देखते हैं जबकि एक पक्षीय जाँच की स्थिति में सम्पूर्ण सार्थकता स्तर पर तालिका से  $Z$  का मान देखते हैं।

उदाहरण के लिए,

Ex. (6.5.2): बिजली का बल्व बनाने वाली एक कम्पनी द्वारा एक अध्ययन में 100 बल्वों का औसत जीवनकाल 1570 घंटा तथा प्रमाप विचलन 120 घंटा पाया जाता है। जाँच करें कि बल्वों के समग्र का औसत जीवनकाल 1600 घंटा है। जबकि वैकल्पिक परिकल्पना समग्र का औसत जीवनकाल 1600 घंटा नहीं ( $\mu \neq 1600$ ) है। सार्थकता स्तर 5% तथा 1% पर परिकल्पना की जाँच करें।

हल:

प्रश्न से,  $\bar{X} = 1570$

$$S.D. \bar{x} = \frac{S.D. of X}{\sqrt{100}} = \frac{120}{10} = 12$$

$$H_0: \mu = 1600$$

$$H_1: \mu \neq 1600$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S.D. \bar{x}} = \frac{1570 - 1600}{12} = -30/12 = -2.5$$

(i) सार्थकता स्तर 5% परिकल्पना की जाँच:

प्रश्नानुसार द्विपक्षीय जाँच प्रक्रिया अपनायी गयी है।  $Z$  तालिका के अनुसार 5% सार्थकता स्तर पर  $Z$  का मान 1.96 है। यहाँ,

$$(Z_{5\%} = \pm 1.96) < (Z = \pm 2.5)$$

अतः 5% सार्थकता स्तर पर शून्य परिकल्पना ( $H_0: \mu = 1600$ ) अस्वीकार किया जाता है और वैकल्पिक परिकल्पना ( $H_1: \mu \neq 1600$ ) स्वीकार किया जाता है।

(ii) सार्थकता स्तर 1% परिकल्पना की जाँच:

$Z$  तालिका के अनुसार 1% सार्थकता स्तर पर  $Z$  का मान 2.58 है।

यहाँ,

$$(Z_{1\%} = \pm 2.58) > (Z = \pm 2.5)$$

अतः 1% सार्थकता स्तर पर शून्य परिकल्पना ( $H_0: \mu = 1600$ ) स्वीकार किया जाता है और वैकल्पिक परिकल्पना ( $H_1: \mu \neq 1600$ ) अस्वीकार किया जाता है।

**(ii.a).** प्रतिदर्श अनुपात का समग्र के अनुपात से अन्तर की जाँच

यदि  $N$  आकार के किसी प्रतिदर्श में सफलता का अनुपात  $P$  है तथा समग्र में सफलता का अनुपात  $p$  है तब,

प्रतिदर्श अनुपात अथवा समग्र अनुपात का प्रमाप विचलन  $= \sqrt{pq/N}$  होता है।

जहाँ,  $q = (1-p)$  है।

ऐसी स्थिति में ( $N \geq 30$ ) प्रतिदर्श अनुपात और समग्र अनुपात के बीच अन्तर की जाँच करने के लिए  $Z$  टेस्ट किया जाता है। यहाँ,

$$Z = \frac{P-p}{\sqrt{pq/N}}$$

यदि  $X = NP$  तथा  $\mu = Np$  तब

$$Z = \frac{X-\mu}{\sqrt{Npq}}$$

प्रतिदर्श तथा समग्र के अनुपातों के बीच अन्तर की जाँच प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है—

**Ex. (6.5.3):** एक सिक्के को 64 बार उछालने पर 26 बार हेड आता है। क्या वह सिक्का सामान्य है?

**हल:** यहाँ सिक्के का सामान्य होने से तात्पर्य उसकी प्रत्येक उछाल पार हेड या टेल आने की सम्भावना  $0.5 = 50\%$  है। ऐसी स्थिति में सिक्के को 64 बार उछालने पर 32 बार हेड आना चाहिए। यहाँ प्रमाप विचलन  $\sqrt{Npq} = \sqrt{64(0.5)(0.5)} = 4$

सूत्र से,

$$Z = \frac{X-\mu}{\sqrt{Npq}} = Z = \frac{26-32}{4} = \frac{-6}{4} = -1.5$$

यहाँ,

शून्य परिकल्पना  $H_0: \mu = 32$

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: \mu \neq 32$

जाँच का निर्णय:

यदि सार्थकता स्तर 5% है तब  $Z$  का सैद्धान्तिक मान  $\pm 1.96$  है तथा सार्थकता स्तर 1% है तब  $Z$  का सैद्धान्तिक मान  $\pm 2.58$  है दोनों ही परिस्थितियों में  $Z$  का आकलित मान  $(-1.5)$   $Z$  के सैद्धान्तिक मान से कम है अतः शून्य परिकल्पना  $H_0: \mu = 32$  को स्वीकार किया जाता है। अर्थात् सिक्का सामान्य है।

पहले सूत्र का प्रयोग करने पर

$$Z = \frac{P-p}{\sqrt{pq/N}} = \frac{\frac{26}{64}-0.5}{\sqrt{26/64(0.5)/64}} = \frac{0.4062-0.5000}{\sqrt{(0.4062)(0.5000)/64}} = \frac{-0.09388}{\sqrt{0.2031/64}} = \frac{-0.0938}{\sqrt{0.003173}}$$

$$= \frac{-0.0938}{\sqrt{0.003173}} = \frac{-0.0938}{0.05632} = -1.665$$

नोट: दोनों सूत्रों से  $Z$  के मान में थोड़ा सा अन्तर दशमलव की गणनाओं के कारण आ रहा है।

**(iii).** दो प्रतिदर्श माध्यों के आधार पर दोनों समग्र माध्यों के बीच अन्तर की जाँच करना:

दो प्रतिदर्शों के माध्यों के आधार पर दोनों के समग्र माध्यों के बीच अन्तर की जाँच करने के लिए  $Z$  की गणना निम्नलिखित सूत्र के द्वारा किया जाता है—

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}}$$

ऐसी स्थिति में शून्य परिकल्पना  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  or  $(\mu_1 - \mu_2) = 0$  तथा

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  or  $(\mu_1 - \mu_2) \neq 0$  होता है।

यहाँ,  $\sigma_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}$  दोनों माध्यों के अन्तर का प्रमाप विचलन है।

$$\sigma_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)} = \sqrt{(\sigma^2_1/N_1) + (\sigma^2_2/N_2)}$$

**जाँच का निर्णय (Judgement of Test):**

जब आकलित  $Z$  का मान दिए गए सार्थकता स्तर पर  $Z$  के तालिका मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है। इसके विपरीत जब आकलित  $Z$  का मान दिए गए सार्थकता स्तर पर  $Z$  के तालिका मान से कम होता है तब शून्य परिकल्पना स्वीकार की जाती है।

**(iii.a).** दो प्रतिदर्श अनुपातों के आधार पर दोनों समग्र अनुपातों के बीच अन्तर की जाँच करना:

दो प्रतिदर्शों अनुपातों के आधार पर दोनों के समग्र अनुपातों के बीच अन्तर की जाँच करने के लिए  $Z$  की गणना निम्नलिखित सूत्र के द्वारा किया जाता है—

$$Z = \frac{P_1 - P_2 - (p_1 - p_2)}{\sigma_{p_1 - p_2}} = \frac{P_1 - P_2 - (p_1 - p_2)}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}$$

जहाँ,  $q = (1-p)$  है।

यहाँ,  $\sigma_{p_1 - p_2}$  दोनों अनुपातों के अन्तर का प्रमाप विचलन है।

ऐसी स्थिति में शून्य परिकल्पना  $H_0: p_1 = p_2$  or  $(p_1 - p_2) = 0$  तथा

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: p_1 \neq p_2$  or  $(p_1 - p_2) \neq 0$  होता है।



(iv). प्रतीपगमन रेखाओं के लिए प्राकलित गुणकों की सार्थकता जाँच के लिए:

$$Y = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X$$

$$Z = \frac{\hat{b}_i - b_i}{\sigma_{\hat{b}_i}}$$

$\hat{b}_i$  = प्रतिदर्श के आधार पर आकलित प्रतीपगमन गुणक

$b_i$  = समग्र का प्रतीपगमन गुणक

$\sigma_{\hat{b}}$  = प्रतीपगमन गुणक का प्रमाप विचलन

शून्य परिकल्पना  $H_0: \hat{b}_i = b_i$  तथा

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: \hat{b}_i \neq b_i$  होता है।

प्रातीपगमन विश्लेषण में सार्थकता की जाँच के अन्तर्गत प्रायः यह जाँच किया जाता है कि प्रतीपगमन गुणांक का मान शून्य तो नहीं है। जब कोई प्रतीपगमन गुणांक का मान शून्य पाया जाता है तो यह समझा जाता है कि उस गुणांक से सम्बंधित स्वतंत्र चर का निर्भर चर पर कोई प्रभाव नहीं है। तब उपरोक्त सूत्र में निम्नलिखित परिवर्तन हो जाता है –

$$Z = \frac{\hat{b}_i}{\sigma_{\hat{b}_i}}$$

ऐसी स्थिति में शून्य परिकल्पना  $H_0: b_i = 0$  तथा

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: b_i \neq 0$  होता है।

### जाँच का निर्णय (Judgement of the Test):

जब आकलित  $Z$  का मान  $Z$  के सैद्धान्तिक/तालिका मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है तथा जब जब आकलित  $Z$  का मान  $Z$  के सैद्धान्तिक/तालिका मान से कम होता है तब शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है।

### 6.5.4 टी-टेस्ट (t-test):

टी वितरण का आकार भी सामान्य वितरण की तरह ही होता है। इसका प्रयोग छोटे आकार के प्रतिदर्शों के लिए परिकल्पनाओं की जाँच के लिए किया जाता है। सर्व प्रथम इसका प्रयोग डब्लू एस गोसेट (W. A. Gosset -1908)<sup>6</sup> ने अपने लेख में किया था।

यदि कोई सामान्य रूप से वितरित समग्र (जिसका माध्य  $\mu$  तथा प्रसरण  $\sigma^2$  है) से एक प्रतिदर्श का चुनाव किया जाता है जिसका सदस्य क्रमशः  $X_1, X_1, X_1, \dots, X_N$  है। तब,

$$t = \frac{X - \mu}{\sqrt{\frac{\sum(X - \bar{X})^2}{N-1}}} = \frac{X - \mu}{\hat{\sigma}}$$

यह  $t$ - वितरण का अनुकरण करता है।

<sup>6</sup> W. S. Gosset (1908). "The Probable Error of the mean," Biometrika.

यहाँ,  $N - 1$  स्वतंत्रता की श्रेणी (Degree of freedom) को प्रदर्शित करता है। तथा

$\sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{N-1}} = \hat{\sigma}$  समग्र के प्रमाप विचलन ( $\sigma$ ) का झूकाव रहित आकलन (Unbiased Estimate) है।

t- वितरण के अन्तर्गत प्रायिकता की गणना t- तालिका (t- table) के आधार पर किया जाता है।

### 6.5.5 टी वितरण की विशेषताएँ (Characteristics of t-Distribution):

टी वितरण में विशेषताएँ निम्नलिखित हैं—

- (i). यह एक सटीक/यथार्थ (Exact) वितरण है।
- (ii). टी (t) का मान  $-\infty$  से  $+\infty$  के बीच होता है।
- (iii). यह एक सममित (Symmetric) वितरण है।
- (iv). इसका फैलाव सामान्य वितरण की अपेक्षा अधिक होती है।
- (v). प्रतिदर्श का आकार जैसे जैसे बढ़ता जाता है इसका आकार सामान्य वितरण के समान होने लगता है। अनन्त आकार के प्रतिदर्श के लिए यह पूरी तरह से सामान्य वितरण बन जाता है।
- (vi). टी तालिका (t- table) द्वारा प्रायिकता ज्ञात करने के लिए स्वतंत्रता की श्रेणी (Degree of Freedom) की आवश्यकता पड़ती है।

### 6.5.6 टी-टेस्ट का व्यवहारिक प्रयोग: (t-test in Practice):

- (i). प्रतिदर्श माध्य के आधार पर अज्ञात समग्र माध्य के लिए अन्तराल ज्ञात करना:
- (ii). प्रतिदर्श माध्य और ज्ञात समग्र माध्य के बीच अंतर की जाँच करना
- (iii). दो प्रतिदर्श माध्यों के आधार पर दोनों समग्र माध्यों के बीच अन्तर की जाँच करना:
- (iv). प्रतीपगमन रेखाओं के लिए प्राक्कलित गुणकों की सार्थकता जाँच के लिए:

टी-टेस्ट का व्यवहारिक प्रयोग प्रायः माध्य के बीच अंतर की जाँच करने के लिए किया जाता है। इसका प्रयोग प्रायः छोटे आकार के प्रतिदर्शों ( $N < 30$ ) के साथ किया जाता है। इसका प्रयोग निम्नलिखित स्थितियों में किया जाता है—

- (i). प्रतिदर्श माध्य के आधार पर अज्ञात समग्र माध्य के लिए अन्तराल ज्ञात करना

समग्र माध्य  $\mu$  के लिए विश्वास अंतराल निम्नलिखित है —

जब समग्र का प्रमाप विचलन ज्ञात है

$$\mu = \bar{X} \pm t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$\bar{X}$  = प्रतिदर्श माध्य

$t_{\alpha/2}$  = यहाँ  $\alpha$  सार्थकता स्तर तथा  $(1 - \alpha)$  विश्वास स्तर पर  $t$  का सैद्धान्तिक मान है। उदाहरण के लिए यदि सार्थकता स्तर  $0.05 = 5\%$  है तो विश्वास स्तर  $(1 - 0.05 = 0.95) = 95\%$  है।  $t_{\alpha/2}$  का मान  $t$  तालिका से ज्ञात किया जाता है।  $t$  तालिका में सबसे बायीं ओर प्रारम्भ के खाने में स्वातंत्र्य श्रेणी (Degree of Freedom) तथा सबसे ऊपर प्रथम पंक्ति में सार्थकता स्तर (Level of Significance) दिया रहता है।

नोट: एक माध्य के लिए अध्ययन करने पर स्वातंत्र्य श्रेणी  $(N-1)$  होता है।

$\sigma$  = समग्र का प्रमाप विचलन

$\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$  = माध्य का प्रमाप विचलन

जब समग्र का प्रमाप विचलन अज्ञात है तब इसकी गणना प्रतिदर्श के समकों से निम्नलिखित प्रकार से की जाती है

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(X - \bar{X})^2}{N-1}}$$

ऐसी स्थिति में माध्य का प्रमाप विचलन  $= \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$

तथा विश्वास अंतराल

$$\mu = \bar{X} \pm t_{\alpha/2} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$$

उदाहरण के लिए,  $(1 - \alpha)\%$  विश्वास स्तर पर समग्र के माध्य के लिए विश्वास अंतराल

समग्र का प्रमाप विचलन ज्ञात रहने पर

द्वि-पक्षीय जाँच प्रक्रिया के अन्तर्गत

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \text{ यानि,}$$

$$(\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}) = (1 - \alpha) \% \text{ विश्वास अंतराल है।}$$

यदि, सार्थकता स्तर  $5\%$  है तो विश्वास स्तर  $(100 - 5) = 95\%$  है।

अर्थात् समग्र के माध्य का उपरोक्त अंतराल में रहने की सम्भावना  $95\%$  है।

सार्थकता स्तर कम होने पर विश्वास स्तर तथा विश्वास अंतराल बढ़ जाता है। तथा इसके वितरित सार्थकता स्तर अधिक होने पर विश्वास स्तर तथा विश्वास अंतराल कम जाता है।

### (ii). प्रतिदर्श माध्य और ज्ञात/सैद्धान्तिक समग्र माध्य के बीच अंतर की जाँच करना:

जब प्रतिदर्श माध्य ( $\bar{X}$ ) और समग्र माध्य ( $\mu$ ) तथा प्रतिदर्श माध्य का प्रमाप विचलन ज्ञात हो है तब प्रतिदर्श माध्य और समग्र माध्य के बीच के अन्तर को जाँचने के लिए निम्नलिखित सूत्र द्वारा  $Z$  का मान ज्ञात किया जाता है—

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S.D.\bar{X}} \text{ यहाँ,}$$

$$S.D.\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \text{ यहाँ,}$$

$\sigma$ , समग्र का प्रमाप विचलन है।

समग्र का प्रमाप विचलन ( $\sigma$ ) अज्ञात रहने की स्थिति में प्रतिदर्श के प्रमाप विचलन,  $\hat{\sigma}$  का प्रयोग किया जाता है।

छोटे आकार के प्रतिदर्शों के लिए प्रमाप विचलन की गणना कि लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करते हैं—

$$\hat{\sigma} = \frac{\sum(X-\bar{X})^2}{N-1}$$

ऐसी स्थिति में  $S.D.\bar{x} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$  का प्रयोग करते हैं।

नोट: द्विपक्षीय जाँच की स्थिति में सार्थकता स्तर को आधा आधा दोनों पक्षों में बाँटकर, (N - 1) स्वातंत्र श्रेणी के लिए तालिका से t का मान देखते हैं जबकि एक पक्षीय जाँच की स्थिति में सम्पूर्ण सार्थकता स्तर पर तालिका से t का मान देखते हैं।

(iii). दो प्रतिदर्श माध्यों के आधार पर दोनों समग्र माध्यों के बीच अन्तर की जाँच करना:

क. (दोनों प्रतिदर्शों के समग्र का माध्य और प्रमाप विचलन ज्ञात रहने पर)

दो प्रतिदर्शों के माध्यों के आधार पर दोनों के समग्र माध्यों के बीच अन्तर की जाँच करने के लिए t की गणना निम्नलिखित सूत्र के द्वारा किया जाता है—

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma^2_1/N_1) + (\sigma^2_2/N_2)}}$$

ऐसी स्थिति में शून्य परिकल्पना  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  or  $(\mu_1 - \mu_2) = 0$  तथा

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  or  $(\mu_1 - \mu_2) \neq 0$  होता है।

यहाँ,  $\sigma_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}$  दोनों माध्यों के अन्तर का प्रमाप विचलन है।

$$\sigma_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)} = \sqrt{(\sigma^2_1/N_1) + (\sigma^2_2/N_2)}$$

**जाँच का निर्णय (Judgement of Test):**

जब आकलित t का मान दिए गए सार्थकता स्तर एवं (N - 2) स्वातंत्र श्रेणी पर t के तालिका/सैद्धांतिक मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है। इसके विपरीत जब t का आकलित मान दिए गए सार्थकता स्तर एवं स्वातंत्र श्रेणी पर t के तालिका/सैद्धान्तिक मान से कम होता है तब शून्य परिकल्पना स्वीकार की जाती है।

ख. (दोनों प्रतिदर्शों के समग्र का प्रमाप विचलन अज्ञात रहने पर)

दोनों प्रतिदर्शों के समग्र का प्रमाप विचलन  $\sigma_1$  तथा  $\sigma_2$  अज्ञात रहने पर इनकी जगह प्रतिदर्शों के आकलित प्रमाप विचलन  $\hat{\sigma}_1$  तथा  $\hat{\sigma}_2$  का प्रयोग करते हैं। जिसकी गणना निम्नलिखित प्रकार से किया जाता है —

$\hat{\sigma}_j = \frac{\sum(X_{ji}-\bar{X}_j)^2}{N_j-1}$  यहाँ दो प्रतिदर्शों के लिए  $j = 1, 2$  है।

ऐसी स्थिति में,

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\hat{\sigma}_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\hat{\sigma}_1^2/N_1 + \hat{\sigma}_2^2/N_2}}$$

यहाँ,  $\hat{\sigma}_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}$  दोनों माध्यों के अन्तर का प्रमाप विचलन है।

$$\hat{\sigma}_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)} = \sqrt{\left(\frac{\hat{\sigma}_1^2}{N_1}\right) + \left(\frac{\hat{\sigma}_2^2}{N_2}\right)}$$

(iv). प्रतीपगमन रेखाओं के लिए प्राकलित गुणकों की सार्थकता जाँच के लिए:

$$Y = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X$$

$$t = \frac{\hat{b}_i - b_i}{\sigma_{\hat{b}_i}}$$

$\hat{b}_i$  = प्रतिदर्श के आधार पर आकलित प्रतीपगमन गुणांक

$b_i$  = समग्र का प्रतीपगमन गुणक

$\sigma_{\hat{b}}$  = प्रतीपगमन गुणक का प्रमाप विचलन

शून्य परिकल्पना  $H_0: \hat{b}_i = b_i$  तथा

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: \hat{b}_i \neq b_i$  होता है।

प्रतीपगमन विश्लेषण में सार्थकता जाँच के अन्तर्गत प्रायः यह जाँच किया जाता है कि प्रतीपगमन गुणांक का मान शून्य तो नहीं है। जब कोई प्रतीपगमन गुणांक का मान शून्य पाया जाता है तो यह समझा जाता है कि उस गुणांक से सम्बन्धित स्वतंत्र चर का निर्भर चर पर कोई प्रभाव नहीं है। तब उपरोक्त सूत्र में निम्नलिखित परिवर्तन हो जाता है -

$$t = \frac{\hat{b}_i}{\sigma_{\hat{b}_i}}$$

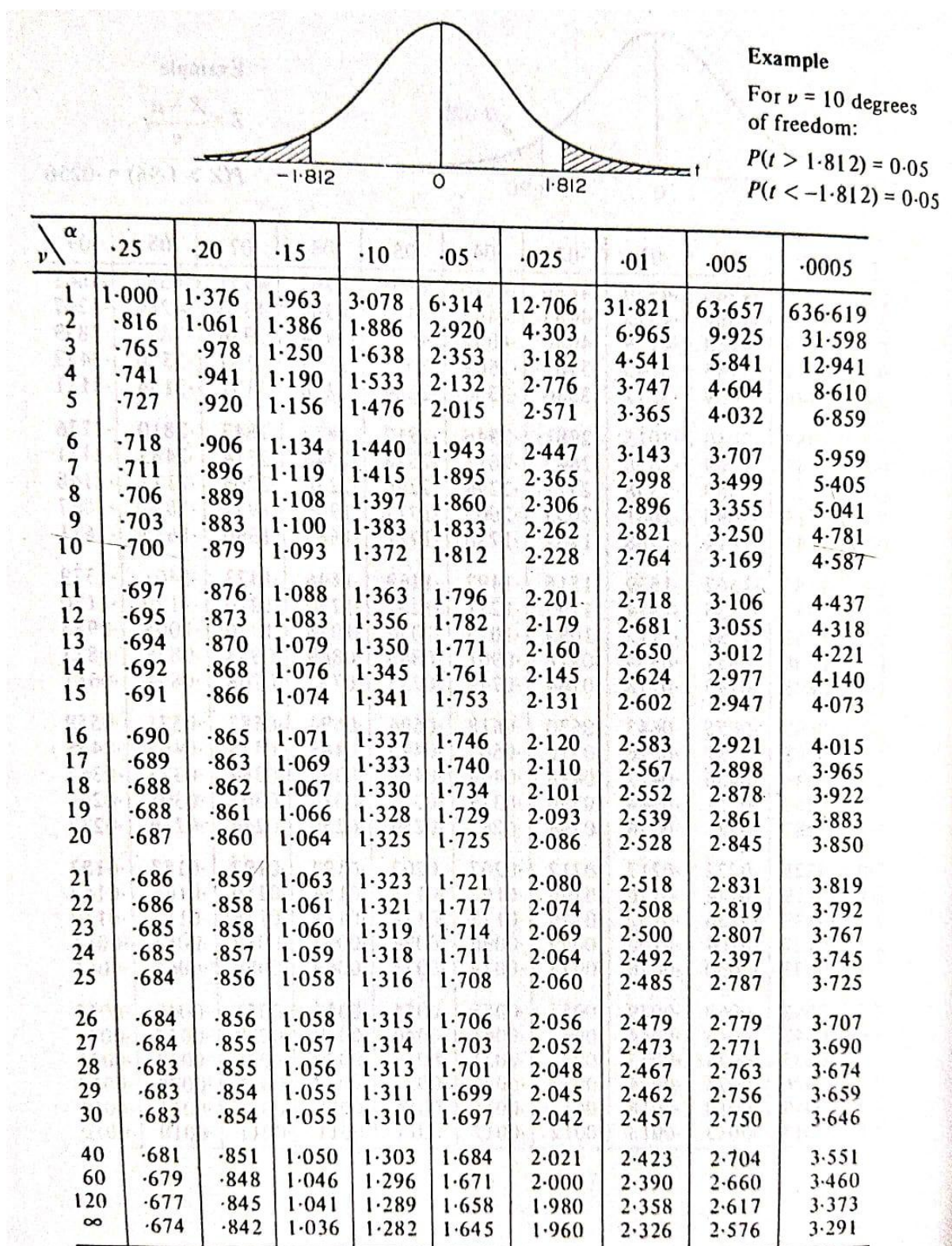
ऐसी स्थिति में शून्य परिकल्पना  $H_0: b_i = 0$  तथा

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: b_i \neq 0$  होता है।

**जाँच का निर्णय (Judgement of the Test):**

जब आकलित  $t$  का मान दिए गए सार्थकता स्तर एवं स्वातंत्र श्रेणी पर  $t$  के सैद्धान्तिक/तालिका मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है तथा जब जब आकलित  $t$  का मान  $t$  के सैद्धान्तिक/तालिका मान से कम होता है तब शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है।

6.5.6.क. t – तालिका (t- table):



स्रोत (Source): Koutsoyiannis A. "Theory of Econometrics" Second Edition. Palgrave Macmillan. Page- 660

**Ex.(5.6.1)** एक सामान्य सिक्के को 100 बार उछालने पर हेड की आवृत्ति 40 से 60 के बीच रहने की सम्भावना ज्ञात करें।

हल: यहाँ  $N = 100$  है अतः मानक प्रायिकता वितरण के सिद्धान्त का प्रयोग किया जाएगा।

प्रश्न से,

$$\mu_p = Np = 100(0.5) = 50$$

$$\text{तथा प्रमाप विचलन } \sigma_p = \sqrt{Npq} = \sqrt{100(0.5)(0.5)} = 5$$

39.5 और 50 के बीच हेड आने की सम्भावना ज्ञात करने के लिए,

$$Z = \frac{39.5-50}{5} = \frac{-10.5}{5} = -2.1$$

50 और 60.5 के बीच हेड आने की सम्भावना ज्ञात करने के लिए,

$$Z = \frac{60.5-50}{5} = \frac{10.5}{5} = 2.1$$

40 और 60 के बीच हेड आने की कुल सम्भावना ज्ञात करने के लिए,

चूँकि,  $Z$  सममित है। इसलिए -2.1 तथा 2.1 के बीच का क्षेत्रफल

$$= 2 (0 \text{ से } 2.1 \text{ के बीच का क्षेत्रफल}) = 2 (0.4821) = 0.9642 = 96.42\%$$

### 6.5.7 सारांश (Summary):

परिकल्पनाओं की जाँच के लिए जेड टेस्ट (**Z- Test**) और टी टेस्ट (**t -Test**) काफी प्रचलित विधियाँ हैं। दोनों में काफी समरूपता है। जेड टेस्ट (**Z- Test**) का प्रयोग बड़े आकार के प्रतिदर्शों के लिए किया जाता है जबकि टी टेस्ट (**t -Test**) का प्रयोग छोटे आकार के प्रतिदर्शों के लिए किया जाता है।

### 6.5.8 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. जेड टेस्ट से आप क्या समझते हैं? इसके प्रयोग की शर्तों का उल्लेख करें।
2. टी टेस्ट से आप क्या समझते हैं? इसके प्रयोग की शर्तों का उल्लेख करें।

### 6.5.9 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). "Statistics for Business and Economics", Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

Damodar N. Gujarati (19995). "Basic Econometrics", Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). "Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians", Charles Scribner's Sons, New York.

Francis A. (1998). "Business Mathematics and Statistics", Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). "Business Statistics and Business Mathematics", Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Koutsoyiannis A. (1972). "Theory of Econometrics", Second Edition, Palgrave.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), "Statistics", Schaum's Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) "Statistics", Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi- 110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). "The practice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (1970). "Statistics An Introductory Analysis", Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.



## खण्ड (Section)—6

### इकाई (Unit)— 6: काई—वर्ग परीक्षण (Chai- Square / $\chi^2$ - Test)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

##### 6.6.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 6.6.1 परिचय (Introduction):

##### 6.6.2 एकल प्रतिदर्श के लिए समग्र के प्रसरण का अनुमान (Inference about a population Variance):

##### 6.6.3 समग्र के प्रसरण का अंतराल आकलन (Interval Estimate of the Population variance):

##### 6.6.4 समग्र के प्रसरण से सम्बंधित परिकल्पनाओं की जाँच (Testing hypothesis about Population Variances):

##### 6.6.5 दो समग्र के प्रसरण से सम्बंधित परिकल्पनाओं की जाँच (Testing hypothesis about Two Population Variances):

##### 6.6.6 समानुकता की जाँच (Goodness of Fit Test):

##### 6.6.7 निर्भरता/स्वतंत्रता की जाँच (Test of Independence):

##### 6.6.8 सामान्य वितरण जाँच (Normal Distribution Test):

##### 6.6.9 सारांश (Summary):

##### 6.6.10 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 6.6.11 उपयोगी पुस्तकें /संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

##### 6.6.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- काई—वर्ग परीक्षण का परिचय
- काई—वर्ग परीक्षण की विशेषताएँ
- काई—वर्ग परीक्षण के विभिन्न उपयोगों के बारे में

##### 6.6.1. परिचय (Introduction):

जेड—टेस्ट (Z-Test) और टी— टेस्ट (T-test) के द्वारा समग्र के माध्य के बारे में आनुमानिक (Inferential) अध्ययन किया जाता है। काई वर्ग ( $\chi^2$ ) जाँच विधि के अन्तर्गत समग्र के प्रमाप विचलन एवं प्रसरण के बारे में आनुमानिक अध्ययन किया जाता है। प्रायः उत्पादन के प्रक्रिया में विचरण की माप निर्णय लेने के लिए महत्वपूर्ण होता है। उदाहरण के लिए, साबुन बनाने वाली कोई कम्पनी हर पैकेट का औसत वजन 125 ग्राम तय करती है परन्तु इसमें बहुत ज्यादा अन्तर न हो इसके लिए समय समय पर

प्रतिदर्श लेकर उससे प्रसरण की गणना करती है। तय सीमा से ज्यादा प्रसरण होने की स्थिति में कम्पनी उत्पादन प्रक्रिया को फिर से पुर्नगठित करती है।

### 6.6.2 एकल प्रतिदर्श के लिए समग्र के प्रसरण का अनुमान (Inference about a Population Variance):

सर्वप्रथम प्रतिदर्श का प्रसारण निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है—

$$S^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{N-1} \dots \dots (1)$$

प्रतिदर्श का प्रसरण ( $S^2$ ) समग्र के प्रसरण ( $\sigma^2$ ) का बिन्दु अकलन (Point Estimates) कहलाता है।

$$(N - 1).S^2 = \sum(X_i - \bar{X})^2$$

$$\frac{(N-1).S^2}{\sigma^2} = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \dots \dots (2)$$

सामान्य वितरण वाले समग्र से N आकार के साधारण दैव प्रतिचयन विधि द्वारा चुने गए प्रतिदर्श के लिए  $\frac{(N-1).S^2}{\sigma^2}$ , (N-1) स्वातंत्र श्रेणी के साथ काई वर्ग वितरण का अनुसरण करती है।

### 6.6.3 समग्र के प्रसरण का अंतराल आकलन (Interval Estimate of the Population variance): 95 % विश्वास स्तर पर समग्र के प्रसरण का विश्वास अंतराल निम्नलिखित है—

$$\chi^2_{.975} \leq \frac{(N-1)S^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{.025}$$

$$\text{या, } \frac{(N-1)S^2}{\chi^2_{.025}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(N-1)S^2}{\chi^2_{.975}}$$

$$\text{या, } \frac{(N-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(N-1)S^2}{\chi^2_{(1-\alpha/2)}}$$

समग्र के प्रसरण के विश्वास स्तर के निर्धारण को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Ex. (6.6.1):** साबुन के 20 पैकेटों के प्रतिदर्श से आकलित प्रसरण ( $S^2$ ) का मान 0.0025 है। समग्र के प्रसरण के लिए 95 % विश्वास स्तर पर विश्वास अंतराल ज्ञात करें।

$$\text{हल: } \frac{(N-1)S^2}{\chi^2_{.025}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(N-1)S^2}{\chi^2_{.975}}$$

$$\text{या, } \frac{(19)(0.0025)}{32.852} \leq \sigma^2 \leq \frac{(19)(0.0025)}{8.907}$$

$$\text{या, } 0.0014 \leq \sigma^2 \leq 0.0053$$

नोट: प्रमाप विचलन के लिए विश्वास अंतराल ज्ञात करने के लिए प्रसरण के विश्वास अंतराल का वर्गमूल ज्ञात कर लेते हैं। यहाँ,

$$0.0380 \leq \sigma \leq 0.0730$$

### 6.6.4 समग्र के प्रसरण से सम्बंधित परिकल्पनाओं की जाँच (Testing hypothesis about Variances):

#### जाँच सांख्यिकी (Test Statistics)

$$\chi^2 = \frac{(N-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

दिए गए प्रतिदर्श के आधार पर समग्र के प्रसरण से सम्बंधित परिकल्पनाएँ निम्नलिखित तीन प्रकार की होती हैं—

#### (i). निम्न पक्षीय जाँच (Lower Tailed test):

$$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

इस स्थिति में दिया गया सार्थकता स्तर ( $\alpha$ ) एवं N-1 स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) है। जाँच का निर्णय करने के लिए कोई वर्ग के  $(1 - \alpha)$  स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मान ज्ञात करते हैं। जब कोई वर्ग का आकलित मान,  $(1 - \alpha)$  स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मान से कम ( $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha}$ ) होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है।

#### (ii). उच्च पक्षीय जाँच (Upper Tailed test):

$$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

इस स्थिति में दिया गया सार्थकता स्तर ( $\alpha$ ) एवं N-1 स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) है। जाँच का निर्णय करने के लिए कोई वर्ग के  $(\alpha)$  स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मान ज्ञात करते हैं। जब कोई वर्ग का आकलित मान  $(\alpha)$  स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक ( $\chi^2 \geq \chi^2_\alpha$ ) होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है।

#### (iii). द्विपक्षीय जाँच (Two Tailed test):

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

इस स्थिति में दिया गया सार्थकता स्तर ( $\alpha$ ) एवं N-1 स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) है। जाँच का निर्णय करने के लिए कोई वर्ग के  $(\alpha/2)$  स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मान ज्ञात करते हैं। जब कोई वर्ग का आकलित मान,  $(\alpha/2)$  सार्थकता स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक ( $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha/2}$ ) होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है।

### 6.6.5 दो समग्र के प्रसरण से सम्बंधित परिकल्पनाओं की जाँच (Testing hypothesis about Two Population Variances):

#### जाँच सांख्यिकी (Test Statistics)

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \text{ यहाँ, अंश का स्वातंत्र श्रेणी } N_1 - 1 \text{ तथा हर का स्वातंत्र श्रेणी } N_2 - 1$$

नोट: यह जाँच सांख्यिकी, ( $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ ) अंश का स्वातंत्र श्रेणी  $N_1 - 1$  तथा हर का स्वातंत्र श्रेणी  $N_2 - 1$  पर F वितरण का अनुसरण करता है।

दिए गए प्रतिदर्शों के आधार पर दो समग्रों के प्रसरण से सम्बंधित परिकल्पनाएँ निम्नलिखित दो प्रकार की होती हैं—

#### (i). उच्च पक्षीय जाँच (Upper Tailed Test):

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

इस स्थिति में दिए गए सार्थकता स्तर ( $\alpha$ ) पर जब आकलित F का मान तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक ( $F \geq F_\alpha$ ) होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है।

#### (ii). द्विपक्षीय जाँच (Two Tail test):

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

इस स्थिति में दिए गए सार्थकता स्तर ( $\alpha$ ) पर जब आकलित F का मान तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक ( $F \geq F_{\alpha/2}$ ) होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है। ऐसी स्थिति में सार्थकता स्तर दोनों पक्षों में आधा अधा बंट जाता है।

दो समग्रों के प्रसरणों/प्रमाण विचलनों में अंतर की जाँच को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Ex. (6.6.2):** यदि,  $N_1 = 21$ ,  $S_1^2 = 8.2$ ,  $N_2 = 26$ ,  $S_2^2 = 4$  है तब 5 % सार्थकता स्तर पर दोनों समग्रों के प्रसरणों में अन्तर की जाँच करें।

$$\text{हल: } F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{8.2}{4} = 2.05$$

यहाँ, अंश का स्वातंत्र श्रेणी  $N_1 - 1 = 20$  तथा हर का स्वातंत्र श्रेणी  $N_2 - 1 = 25$

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

उपरोक्त स्वातंत्र श्रेणी पर तालिका से  $F_{0.025} = 2.30$  है जो कि F के आकलित मान 2.05 से अधिक है अतः शून्य परिकल्पना स्वीकार की जाती है।

नोट: जाँच सांख्यिकी F की गणना करते समय अधिक प्रसरण को अंश में तथा छोटे प्रसरण को हर में रखते हैं।

### 6.6.6. समानुकता की जाँच (Goodness of Fit Test):

दो से अधिक श्रेणियों वाले बहुपदीय समग्रों ((Multinomial Populations) में विभिन्न श्रेणियों की सैद्धान्तिक (Theoretical) और अवलोकित (Observed) अनुपातों में क्रमशः अन्तर की जाँच करने के लिए भी काई वर्ग विधि का प्रयोग किया जाता है।

उदाहरण के लिए, मोबाईल बनाने वाली तीन कम्पनियों (A, B, C) की बाजार हिस्सेदारी क्रमशः  $P_A = 30\%$ ,  $P_B = 50\%$  तथा  $P_C = 20\%$  है। इस बीच कम्पनी C एक नया उत्पाद बाजार में लाता है। कम्पनी C द्वारा नया उत्पाद बाजार में लाने के बाद तीनों कम्पनियों के बाजार हिस्सेदारी पूर्ववत बना रहता है अथवा इसमें परिवर्तन आता है इसकी जाँच के लिए भी काई वर्ग विधि का प्रयोग किया जाता है

प्रतिदर्श द्वारा प्राप्त समकों और पूर्व ज्ञात अथवा सैद्धान्तिक समकों के आधार पर काई वर्ग विधि का प्रयोग करने के लिए निम्नलिखित विधि अपनायी जाती है –

शून्य परिकल्पना: तीनों कम्पनियों की बाजार हिस्सेदारी पूर्ववत रहेगी।

( $H_0$ ):  $P_A = 0.30$ ,  $P_B = 0.50$ ,  $P_C = 0.20$

वैकल्पिक परिकल्पना: तीनों कम्पनियों की बाजार हिस्सेदारी पूर्ववत नहीं है।

( $H_1$ ):  $P_A \neq 0.30$ ,  $P_B \neq 0.50$ ,  $P_C \neq 0.20$  नहीं है।

### जाँच की सांख्यिकी (Test Statistics):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$O_i$  = i th श्रेणी के लिए अवलोकित बारम्बारता

$E_i$  = i th श्रेणी के लिए सैद्धान्तिक बारम्बारता

$K$  = श्रेणियों की कुल संख्या

$\chi^2 (= \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i})$  K-1 स्वातंत्र श्रेणी पर काई वर्ग वितरण का अनुसारेण करता है।

नोट: इस विधि का प्रयोग तभी किया जाता है जब सभी श्रेणियों की आवृत्तियाँ 5 से अधिक होती है।

### जाँच का निर्णय:

इस तरह की जाँच उच्च पक्षीय होती है इसलिए दिए गए सार्थकता स्तर पर काई वर्ग का अवलोकित मान यदि सैद्धान्तिक/तालिका से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना अस्वीकार किया जाता है।

(Goodness of Fit Test) की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है –

**Ex. (6.6.3):** तीन कम्पनियों का प्रारम्भिक बाजार हिस्सेदारी क्रमशः 30%, 50%, 20% है। तीसरी कम्पनी अपनी बाजार हिस्सेदारी बढ़ाने के लिए एक नया उत्पाद लॉच करती है। वर्तमान बाजार

हिस्सेदारी का अध्ययन करने के लिए 200 उपभोक्ताओं का एक प्रतिदर्श लेकर तीनों कम्पनियों के उत्पादों के बारे में उनकी पसंद पूछा जाता है। उनमें से 48 ने पहली कम्पनी को, 98 ने दूसरी कम्पनी को तथा 54 ने तीसरी कम्पनी के उत्पाद को पसंद किया है। उपरोक्त सूचना के आधार पर जाँच करें कि तीनों कम्पनियों की बाजार हिस्सेदारी पूर्ववत है अथवा उनमें बदलाव आया है।

**हल:**

प्रतिदर्श का आकार 200 है। समग्र में तीन श्रेणियाँ ( $K = 3$ ) हैं।

उनसे प्राप्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित गणनाएँ की गयी हैं—

तालिका संख्या (6.6.1)

	अवलोकित आवृत्तियाँ (O)	अवलोकित बाजार हिस्सेदारी	सैद्धांतिक आवृत्तियाँ (E)	सैद्धान्तिक बाजार हिस्सेदारी	(O - E)	$(O - E)^2$	$\frac{(O - E)^2}{E}$
A	48	0.24	60	0.30	-12	144	144/60 = 2.40
B	98	0.49	100	0.50	- 2	4	4/100 = 0.04
C	54	0.27	40	0.20	14	196	196/40 = 4.90
योग	200	1.00	200	1.00	00		$\chi^2 = 7.34$

**जाँच का निर्णय:**

यहाँ स्वातंत्र्य श्रेणी =  $K - 1 = 3 - 1 = 2$  तथा 5% सार्थकता स्तर पर  $\chi^2$  का सैद्धान्तिक/तालिका मान 5.991 है जो आकलित मान 7.34 से कम है। अतः ऐसी स्थिति में शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है। अर्थात् तीसरी कम्पनी द्वारा नये उत्पाद जारी करने के बाद से तीनों कम्पनियों की बाजार हिस्सेदारी में बदलाव आया है।

### 6.6.7. निर्भरता/स्वतंत्रता की जाँच (Test of Independence):

दो या दो से अधिक चरों के आपस में निर्भरता अथवा स्वतंत्रता की जाँच के लिए भी  $\chi^2$  जाँच विधि का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए, किसी कम्पनी के शराब के तीन प्रकारों हल्का (Light), सामान्य (Regular) तथा मजबूत (Strong) बाजार में उपलब्ध हैं। कम्पनी महिला और पुरुष शराब पीने वालों के बीच इन तीनों प्रकार के शराबों की विक्री के आँकड़ों के आधार पर विक्री पर लिंग के प्रभाव का अध्ययन करती है। इससे यह पता चलता है कि कोई विशेष प्रकार किसी खास वर्ग के बीच ज्यादा या कम लोकप्रिय है। इस जाँच के निष्कर्षों के आधार पर कम्पनी किसी खास वर्ग में विशेष प्रकार के उत्पादों के प्रचार प्रसार की योजना बनाती है।

ऐसी स्थिति में जाँच की प्रक्रिया को निम्नलिखित रूप में विकसित किया जाता है —

सर्वप्रथम परिकल्पनाओं का निर्माण करते हैं—

शून्य परिकल्पना: शराब की विभिन्न प्रकारों के लिए पसंदगी शराब पीने वालों के लिंग से स्वतंत्र है।

**( $H_0$ : Wine Preference is independent of the gender of the wine drinker)**

वैकल्पिक परिकल्पना: शराब की विभिन्न प्रकारों के लिए पसंदगी शराब पीने वालों के लिंग से स्वतंत्र नहीं है।

**(H<sub>1</sub>: Wine Preference is not independent of the gender of the wine drinker)**

इसके बाद प्रतिदर्श के द्वारा समकों को संकलित किया जाता है—

संकलित समकों को निम्नलिखित तालिका (Table) में व्यवस्थित किया गया है—

तालिका संख्या (6.6.2)

	हल्का	सामान्य	मजबूत	योग
पुरुष	20	40	20	80
स्त्री	30	30	10	70
योग	50	70	30	150

शराब के विभिन्न प्रकारों के लिए पसंदगी के लिंग से स्वतंत्र होने की स्थिति में विभिन्न वर्गों की अपेक्षित आवृत्तियों की गणना प्रतिदर्श में प्राप्त समकों के आधार पर निम्नलिखित तालिका में किया गया है —

तालिका संख्या (6.6.3)

	हल्का	सामान्य	मजबूत	योग
पुरुष	$\frac{80 \times 50}{150} = 26.67$	$\frac{80 \times 70}{150} = 37.33$	$\frac{80 \times 30}{150} = 16$	80
स्त्री	$\frac{70 \times 50}{150} = 23.33$	$\frac{70 \times 70}{150} = 32.67$	$\frac{70 \times 30}{150} = 14$	70
योग	50	70	30	150

प्रतिदर्श द्वारा प्राप्त अवलोकित समकों एवं उसके आधार पर आकलित अपेक्षित समकों के आधार पर कोई वर्ग सांख्यिकी की गणना निम्नलिखित तालिका में की गयी है—

तालिका संख्या (6.6.4)

लिंग	पसंदगी	अवलोकित आवृत्तियाँ (O)	अपेक्षित आवृत्तियाँ (E)	(O-E)	$(O - E)^2$	$\frac{(O - E)^2}{E}$
पुरुष	हल्का	20	26.67	- 6.67	44.44	1.67
पुरुष	सामान्य	40	37.33	2.67	7.11	0.19
पुरुष	मजबूत	20	16.00	4.00	16.00	1.00
स्त्री	हल्का	30	23.33	6.67	44.44	1.90
स्त्री	सामान्य	30	32.67	2.677	7.11	0.22
स्त्री	मजबूत	10	14.00	- 4.00	16.00	1.14
योग						$\chi^2 = 6.12$

जाँच का निर्णय:

यहाँ स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) =

$$(\text{No. of Rows} - 1) \times (\text{No. of Columns} - 1) = (\text{Types of Wine} - 1) \times (\text{Types of Customers} - 1) = (3 - 1) \times (2 - 1) = 2 \times 1 = 2$$

वर्तमान जाँच की प्रवृत्ति उच्च पक्षीय है। तालिका में 2 स्वातंत्र श्रेणी के लिए 5 % सार्थकता स्तर पर कोई वर्ग सांख्यिकी का मान 5.991 तथा 1 % सार्थकता स्तर पर 9.210 है।

अर्थात् 5 % सार्थकता स्तर पर शून्य परिकल्पना अस्वीकार किया जाता है। जबकि 1 % सार्थकता स्तर पर शून्य परिकल्पना स्वीकार किया जाता है।

### 6.6.8. सामान्य वितरण जाँच (Normal Distribution Test):

कोई वर्ग विधि का प्रयोग दिए गए प्रतिदर्श के वितरण की प्रकृति की जाँच करने के लिए भी किया जाता है। इसके अन्तर्गत यह निर्णय किया जाता है कि दिया गया प्रतिदर्श का वितरण सामान्य है अथवा नहीं? इस तरह की जाँच के लिए निम्नलिखित प्रक्रिया अपनायी जाती है—

(i). सर्वप्रथम एक प्रतिदर्श का चुनाव किया जाता है। जिसका समग्र के बारे में यह माना जाता है कि इसका वितरण माध्य और प्रमाप विचलन के सापेक्ष सामान्य है।

(ii). प्रतिदर्श के समकों का इस तरह से वर्गीकरण करते हैं कि एक वर्ग में औसतन 5 समंक रह सकें। इस तरह से 50 आकार के एक प्रतिदर्श को 10 वर्गों में विभाजित किया जाना चाहिए।

(iii). प्रतिदर्श के समकों से माध्य और प्रमाप विचलन की गणना की जाती है। ये प्रतिदर्श माध्य और प्रमाप विचलन समग्र माध्य और प्रमाप विचलन का प्रतिनिधित्व करते हैं।

(iv). आकलित माध्य, प्रमाप विचलन तथा मानक जेड तालिका से 10 से लेकर 90 प्रतिशत की सैद्धान्तिक सीमा निर्धारित किया जाता है। इसके लिए जेड तालिका का उपयोग निम्न प्रकार से किया जाता है —

**तालिका संख्या (6.6.5):** माध्य, प्रमाप विचलन तथा मानक जेड तालिका से 10 से लेकर 90 प्रतिशत की सैद्धान्तिक सीमा

प्रतिशत (Percentage)	Z	Theoretical Boundry
10%	- 1.28	$\bar{X} - 1.28(\sigma)$
20%	- 0.84	$\bar{X} - 0.84(\sigma)$
30%	- 0.52	$\bar{X} - 0.52(\sigma)$
40%	- 0.25	$\bar{X} - 0.25(\sigma)$
50%	00	$\bar{X} - 00(\sigma)$
60%	0.25	$\bar{X} + 0.25(\sigma)$
70%	0.52	$\bar{X} + 0.52(\sigma)$
80%	0.84	$\bar{X} + 0.84(\sigma)$
90%	1.28	$\bar{X} + 1.28(\sigma)$



उपरोक्त प्रतिदर्श के समकों का माध्य **68.42** तथा प्रमापविचलन **10.41** है। आकलित माध्य और प्रमाप विचलन के आधार पर मानक प्रायिकता वितरण तालिका का प्रयोग करते हुए **10 %** से लेकर **90 %** तक की सीमा रेखा निम्नलिखित तालिका में ज्ञात किया गया है –

तालिका संख्या (6.6.6): माध्य, प्रमाप विचलन तथा मानक जेड तालिका से 10 से लेकर 90 प्रतिशत की सैद्धान्तिक सीमा

प्रतिशत (Percentage)	Z	Theoretical Boundry
10%	- 1.28	$68.42 - 1.28(10.41) = 55.10$
20%	- 0.84	$68.42 - 0.84(10.41) = 59.68$
30%	- 0.52	$68.42 - 0.52(10.41) = 63.01$
40%	- 0.25	$68.42 - 0.25(10.41) = 65.82$
50%	00	$68.42 - 00(10.41) = 68.42$
60%	0.25	$68.42 + 0.25(10.41) = 71.02$
70%	0.52	$68.42 + 0.52(10.41) = 73.83$
80%	0.84	$68.42 + 0.84(10.41) = 77.16$
90%	1.28	$68.42 + 1.28(10.41) = 81.74$

नोट: माध्य = **68.42** तथा प्रमाप विचलन = **10.41** है।

उपरोक्त विधि को विस्तार से निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

मान लिया 50 आकार का एक प्रतिदर्श प्राप्त किया गया है जिसका विवरण निम्न लिखित है—

71 66 61 65 54 93 60 86 70 70 73 73

55 63 56 62 76 54 82 79 76 68 53 58

85 80 56 61 61 64 65 62 90 69 76 79

77 54 64 74 65 65 61 56 63 80 56 71

79 84

उपरोक्त तालिका संख्या (6.6.6) और प्रतिदर्श के समकों के आधार पर तालिका संख्या (6.6.7) में सैद्धान्तिक और अवलोकित आवृत्ति वितरण तथा उसके आधार पर काई वर्ग सांख्यिकी की गणना की गयी है –

तालिका संख्या (6.6.7)

वर्गान्तर (Interval)	अवलोकित आवृत्तियाँ (Observed Frequency)	अपेक्षित आवृत्तियाँ (Expected Frequency)	(O - E)	$(O - E)^2$	$\frac{(O - E)^2}{E}$
Less than 55.10	5	5	0	0	0.0
55.10 – 59.68	5	5	0	0	0.0
59.68 – 63.01	9	5	4	16	3.2

63.01 – 65.82	6	5	1	1	0.2
65.2 – 68.42	2	5	-3	9	1.8
68.42 – 71.02	5	5	0	0	0.0
71.02 – 73.83	2	5	-3	9	1.8
73.83 – 77.16	5	5	0	0	0.0
77.16 – 81.74	5	5	0	0	0.0
81.74 and above	6	5	1	1	0.2
	50	50			$\chi^2 = 7.2$

### जाँच का निर्णय:

यहाँ, स्वातंत्र्य श्रेणी (Degree of Freedom) =  $K - 3$  है। जहाँ  $K$  वर्गों की संख्या है। वर्तमान प्रश्न में वर्गों की संख्या 10 है अतः स्वतंत्र श्रेणी का मान 7 है।

जाँच की प्रवृत्ति उच्च पक्षीय है।

दिए गए सार्थकता स्तर ( $\alpha$ ) तथा स्वातंत्र्य श्रेणी 7 पर कोई वर्ग सांख्यिकी का मान तालिका से ज्ञात करके उसकी तुलना कोई वर्ग सांख्यिकी के आकलित मान से करने पर जाँच का निष्कर्ष प्राप्त होता है।

जब कोई वर्ग सांख्यिकी का तालिका/सैद्धान्तिक मान अवलोकित मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना स्वीकार की जाती है। अर्थात् प्रतिदर्श के समक सामान्य वितरण का अनुसरण करते हैं।

सार्थकता स्तर (5%) तथा स्वातंत्र्य श्रेणी 7 पर कोई वर्ग सांख्यिकी का तालिका/सैद्धान्तिक मान 14.06 है। इस स्थिति में कोई वर्ग सांख्यिकी का आकलित मान 7.2 कोई वर्ग सांख्यिकी के तालिका/सैद्धान्तिक मान से कम है। अतः शून्य परिकल्पना स्वीकार की जाती है। अर्थात्, प्रतिदर्श के समक सामान्य वितरण का अनुसरण करते हैं।

सार्थकता स्तर (1%) तथा स्वातंत्र्य श्रेणी 7 पर कोई वर्ग सांख्यिकी का तालिका/सैद्धान्तिक मान 18.475 है। इस स्थिति में भी कोई वर्ग सांख्यिकी का आकलित मान 7.2 कोई वर्ग सांख्यिकी के तालिका/सैद्धान्तिक मान से कम है। अतः शून्य परिकल्पना स्वीकार की जाती है। अर्थात्, प्रतिदर्श के समक सामान्य वितरण का अनुसरण करते हैं।

### 6.6.9 सारांश (Summary):

कोई वर्ग परीक्षण के द्वारा प्रसरण तथा प्रमाप विचलनों में अन्तर की जाँच की जाती है। इसके साथ साथ चरों के आपसी निर्भरता अथवा स्वतंत्रता की जाँच, सामान्य वितरण की जाँच आदि के लिए भी इसका प्रयोग किया जाता है।

### 6.6.10 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. कोई वर्ग परीक्षण से आप क्या समझते हैं? इसके प्रयोग की शर्तों का उल्लेख करें।
2. कोई वर्ग परीक्षण की विशेषताओं का उल्लेख करें।
3. कोई वर्ग परीक्षण के विभिन्न उपयोगों का वर्णन करें।
4. 20 आकार के एक प्रतिदर्श का प्रमाप विचलन 5 है। इसके आधार पर समग्र के प्रसरण तथा प्रमाप विचलन का 95% विश्वास अंतराल ज्ञात करें।

5. 16 आकार के प्रतिदर्श का प्रमाप विचलन 9.5 है। 5 % सार्थकता स्तर पर निम्नलिखित परिकल्पना की जाँच करें—

$$H_0: \sigma^2 \leq 50$$

$$H_1: \sigma^2 > 50$$

6. यदि,  $N_1 = 26$ ,  $S_1^2 = 48$ ,  $N_2 = 16$ ,  $S_2^2 = 20$  है तब 5 % सार्थकता स्तर पर दोनों समग्रों के प्रसरणों में अन्तर की जाँच करें।

7. किसी समग्र में तीन श्रेणियों (A, B, C) का सैद्धान्तिक अनुपात क्रमशः  $P_A = 0.40$ ,  $P_B = 0.40$  तथा  $P_C = 0.20$  है। 200 आकार के एक प्रतिदर्श में इन तीनों श्रेणियों की आवृत्तियाँ क्रमशः 60, 120 तथा 20 पायी जाती है। 1% सार्थकता स्तर पर  $\chi^2$  जाँच के आधार पर जाँच करें कि प्रतिदर्श से प्राप्त समंक्र समग्र के समंकों की पुष्टि करते हैं?

### 6.6.11 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.

Damodar N. Gujarati (1999). “Basic Econometrics”, Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). “Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians”, Charles Scribner’s Sons, New York.

Francis A. (1998). “Business Mathematics and Statistics”, Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). “Business Statistics and Business Mathematics”, Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Koutsoyiannis A. (1972). “Theory of Econometrics”, Second Edition, Palgrave.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). “Designing and Managing a Research Project” Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), “Statistics”, Schaum’s Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) “Statistics”, Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (20099). "The ractice of Research in Social Work", Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). "Sampling Theory and Methods", Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (19700). "Statistics An Introductory Analysis", Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

**Table: Values of Chai- Squares**

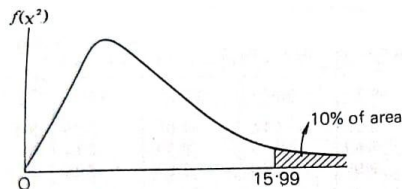


Table 3. Percentage Points of the  $\chi^2$  Distribution

Example  
For  $\nu = 10$  degrees of freedom:  
 $P(\chi^2 > 15.99) = .10$

$\nu$	P	.995	.99	.975	.95	.90	.75	.50	.25	.10	.05	.025	.01	.005	$P$
1		0.004393	0.02157	0.02982	0.023	0.0158	0.102	0.455	1.323	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	1
2		0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	0.575	1.386	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	2
3		0.0717	0.115	0.216	0.352	0.584	1.213	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	3
4		0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	1.923	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	4
5		0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	5
6		0.676	0.872	1.237	1.635	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	6
7		0.989	1.239	1.690	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.3	7
8		1.344	1.646	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.53	20.1	22.0	8
9		1.735	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.7	23.6	9
10		2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.5	23.2	25.2	10
11		2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.70	17.28	19.68	21.9	24.7	26.8	11
12		3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.0	23.3	26.2	28.3	12
13		3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.4	24.7	27.7	29.8	13
14		4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	14
15		4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	15
16		5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	16
17		5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.5	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7	17
18		6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.6	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	18
19		6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	19
20		7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.8	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	20

Table 3. Percentage Points of the  $\chi^2$  Distribution (contd.)

$P \backslash \nu$	.995	.99	.975	.95	.90	.75	.50	.25	.10	.05	0.25	.01	.005	$P \backslash \nu$
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.3	24.9	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	21
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.3	26.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	22
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	18.14	22.3	27.1	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	23
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.3	28.2	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6	24
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.3	29.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	25
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.8	25.3	30.4	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	26
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	21.7	26.3	31.5	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	27
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.7	27.3	32.6	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	28
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.6	28.3	33.7	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	29
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.6	24.5	29.3	34.8	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7	30
40	20.7	22.2	24.4	26.5	29.1	33.7	39.3	45.6	51.8	55.8	59.3	63.7	66.8	40
50	28.0	29.7	32.4	34.8	37.7	42.9	49.3	56.3	63.2	67.5	71.4	76.2	79.5	50
60	35.5	37.5	40.5	43.2	46.5	52.3	59.3	67.0	74.4	79.1	83.3	88.4	92.0	60
70	43.3	45.4	48.8	51.7	55.3	61.7	69.3	77.6	85.5	90.5	95.0	100.4	104.2	70
80	51.2	53.5	57.2	60.4	64.3	71.1	79.3	88.1	96.6	101.9	106.6	112.3	116.3	80
90	59.2	61.8	65.6	69.1	73.3	80.6	89.3	98.6	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3	90
100	67.3	70.1	74.2	77.9	82.4	90.1	99.3	109.1	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2	100
$Z_\alpha$	-2.58	-2.33	-1.96	-1.64	-1.28	-0.674	0.000	0.674	1.282	1.645	1.960	2.33	2.58	$Z_\alpha$

For  $\nu > 100$  take  $\chi^2 = \frac{1}{2}(Z_\alpha + \sqrt{2\nu - 1})^2$ .  $Z_\alpha$  is the standardised normal deviate corresponding to the  $\alpha$  level of significance, and is shown in the bottom of the table.

Source: This table is abridged from 'Table of percentage points of the  $\chi^2$  distribution' by Catherine M. Thompson, *Biometrika*, vol. 32, 1941, pp. 187-191, and is published here by permission of the author and editor of *Biometrika*.

## खण्ड (Section)—6

### इकाई (Unit)—7 : प्रसरण विश्लेषण (Analysis of variance):

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

#### 6.7.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 6.7.1 परिचय (Introduction):

#### 6.7.2 प्रसरण विश्लेषण की मान्यताएँ (Assumptions for Analysis of variance):

#### 6.7.3 माध्यों के बीच अन्तर की जाँच (Test of Differences between mean):

#### 6.7.4 जाँच का निर्णय (Conclusion of test):

#### 6.7.5 सारांश (Summary):

#### 6.7.6 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

#### 6.7.7 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

#### 6.7.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रसरण विश्लेषण (Analysis of variance)
- एफ-टेस्ट के बारे में

#### 6.7.1 परिचय (Introduction):

प्रसरण विश्लेषण की विधि का विकास आर. ए. फिशर (R. A. Fisher) ने प्रयोगात्मक समंकों (Experimental Data) के विश्लेषण के लिए किया था। प्रयोगों की विशेषता यह होती है कि इसमें कुछ चरों के साथ प्रयोग करते हैं और बाकी चरों को नियंत्रित करते हैं। उदाहरण के लिए यदि किसी दवा के प्रभाव का अध्ययन करते हैं तो एक समूह को दवा दी जाती है और दूसरे समूह को दवा नहीं दी जाती है। जिस ग्रुप को दवा दी जाती है उसे प्रयोगात्मक समूह (Experimental Group) तथा जिसे दवा नहीं दी जाती है उसे नियंत्रित समूह (Controlled Group) कहा जाता है। इन दोनों समूहों में बीमारी के ठीक होने की दर की तुलना करके दवा की प्रभाविकता को तय किया जाता है।

इस विधि का प्रयोग सर्व प्रथम कृषि क्षेत्र में विभिन्न प्रकार के ऊर्वरकों और बीजों के प्रयोग का उत्पादन पर प्रभाव का अध्ययन/विश्लेषण करने के लिए किया गया था। बाद में यह विधि हर तरह के वैज्ञानिक अध्ययनों में लोकप्रिय हो गया है।

इस विधि में अलग अलग स्वतंत्र चर के कारण निर्भर चर में होने वाले कुल परिवर्तन को स्वतंत्र चरों के सापेक्ष में अलग अलग किया जाता है जिसके कारण विभिन्न स्वतंत्र चरों के प्रभावों की आपस में तुलना की जाती है। उदाहरण के लिए, किसी कार में अलग अलग ब्रांड के पेट्रोल भराने पर कार के प्रति लीटर

माईलेज भी अलग अलग आ सकता है अथवा एक समान भी। प्रसरण विश्लेषण विधि के द्वारा इस बात की जाँच की जाती है कि अलग अलग ब्रांड के कारण माईलेज में दिखने वाला अन्तर सांख्यिकीय रूप से सार्थक (Statistically Significant) है अथवा मात्र एक संयोग (By Chance)?

निर्भर चर (Y) को प्रभावित करने वाले कई स्वतंत्र कारक (Factors) हो सकते हैं परन्तु इस विधि को सरलता से समझने के लिए एक कारक (X) लिया गया है:

मान लिया कि कार का माईलेज निर्भर चर (Y) है, तथा इंधन स्वतंत्र चर (X) है जिसका अलग अलग मानक के तीन ब्रांड ( $X_1, X_2$  तथा  $X_3$ ) हैं।

(a). प्रति लीटर माईलेज को प्रभावित करने के लिए इंधन का ब्रांड एक कारक है अथवा नहीं इसका निर्णय अलग अलग ब्रांड के लिए प्राप्त औसत माईलेज में अन्तर के आधार पर किया जाता है। दूसरे शब्दों में प्रसरण विश्लेषण विधि के प्रयोग से यह तय किया जाता है कि अलग अलग ब्रांड के लिए प्राप्त औसतों में दिखने वाला अंतर सांख्यिकीय रूप से सार्थक (Statistically Significant) है अथवा महज संयोग (By Chance) है।

(b). प्रतिदर्श माध्यों (Sample Means) के बीच अन्तर का पता प्रतिदर्श माध्य के वितरण (Sampling Distribution of Sample Mean) के प्रसरण के आधार पर चलता है।

प्रतिदर्श माध्य ( $\bar{X}$ ) का वितरण (Distribution) निम्न प्रकार का होता है—

$$\bar{X} = \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \dots\dots\dots 7.1$$

यहाँ,  $\bar{X}$  किसी प्रतिदर्श का माध्य तथा  $\sigma^2$  उसका प्रसरण है। अर्थात्  $\bar{X}$  तथा  $\sigma^2$  की गणना प्रतिदर्श में X के मूल्यों से किया जाता है।

### 6.7.2. प्रसरण विश्लेषण की मान्यताएँ (Assumptions for Analysis of variance):

प्रसरण विश्लेषण निम्नलिखित मान्यताओं पर निर्भर है—

- (i). निर्भर चर (Response Variable) का वितरण सामान्य है।
- (ii). सभी निर्भर चर का प्रसरण  $\sigma^2$  सभी समग्रों में समान है।
- (iii). प्रतिदर्श में चुने गए समक आपस में स्वतंत्र हैं। अर्थात् उनका चुनाव एक दूसरे पर निर्भर नहीं है।

### 6.7.3 माध्यों के बीच अन्तर की जाँच (Test of Differences between mean):

मान लिया कि तीन अलग अलग प्रतिदर्शों से तीन अलग अलग माध्य की गणना की गयी है। प्रथम प्रतिदर्श का आकार  $N_1$ , दूसरे प्रतिदर्श का आकार  $N_2$  तथा तीसरे प्रतिदर्श का आकार  $N_3$  है। इनसे गणना की गयी माध्य क्रमशः  $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2$  तथा  $\bar{Y}_3$  है।

नोट: प्रतिदर्शों की संख्या को **K** से सूचित करते हैं। यहाँ **K= 3** है।

मान लिया जाता है कि तीनों प्रतिदर्श अलग अलग समग्र का प्रतिनिधित्व करते हैं जिनका औसत/माध्य क्रमशः  $\mu_1, \mu_2$  तथा  $\mu_3$  है।

सामान्यीकरण (Generalisation) के लिए यदि प्रतिदर्शों की संख्या **K** है तो उनका आकार क्रमशः  $N_1, N_2, N_3, \dots, N_K$ , प्रतिदर्शों के माध्य क्रमशः  $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \bar{Y}_3 \dots, \bar{Y}_K$  तथा उनके समग्रों का औसत/माध्य क्रमशः  $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \dots, \mu_K$  है।

प्रतिदर्श माध्यों के बीच अंतर तभी सम्भव है जब उनके समग्र के माध्यों में भी अन्तर हो। इस आधार पर निम्नलिखित परिकल्पना निर्मित किया जाता है—

शून्य परिकल्पना ( $H_0$ ):  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \dots = \mu_K$

वैकल्पिक परिकल्पना ( $H_1$ ): सभी बराबर नहीं हैं (Not all equal).

उपरोक्त परिकल्पना की जाँच करने के लिए  $F^*$  की गणना निम्न प्रकार से की जाती है—

$$F^* = \frac{\text{estimated variance from "between" means variation}}{\text{estimated variance from "within" samples variation}}$$

$F^* =$  माध्यों के बीच विचलन द्वारा प्राक्कलित प्रसरण  $\div$  प्रतिदर्शों के अन्दर विचलन द्वारा प्राक्कलित प्रसरण

$$F^* = \frac{\left[ \sum_{j=1}^k N_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 \right] / (k-1)}{\left[ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2 \right] / (N-K)}$$

माध्यों के बीच विचलन द्वारा प्राक्कलित प्रसरण  $\left[ \sum_{j=1}^k N_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 \right] / (k-1)$  की गणना विधि:

$\left[ \sum_{j=1}^k N_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 \right] / (k-1)$  का  $K$  प्रतिदर्शों की स्थिति में विस्तार निम्न प्रकार से है—

$$\frac{\sum_{j=1}^k N_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2}{(k-1)} = \frac{N_1 (\bar{Y}_1 - \bar{Y})^2 + N_2 (\bar{Y}_2 - \bar{Y})^2 + N_3 (\bar{Y}_3 - \bar{Y})^2 + \dots + N_K (\bar{Y}_K - \bar{Y})^2}{(k-1)}$$

यहाँ प्रतिदर्शों की संख्या  $K$  तथा स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) =  $K-1$  है।

प्रतिदर्शों के अन्दर विचलन द्वारा प्राक्कलित प्रसरण  $\left[ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2 \right] / (N-K)$  की गणना विधि:

$$\frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2}{(N-K)} = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} (Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2 + \sum_{i=1}^{N_2} (Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2 + \sum_{i=1}^{N_3} (Y_{3i} - \bar{Y}_3)^2 + \dots + \sum_{i=1}^{N_K} (Y_{Ki} - \bar{Y}_K)^2}{(N-K)}$$

यहाँ  $N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_K$  तथा स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) =  $N - K$  है।

#### 6.7.4. जाँच का निर्णय (Conclusion of test):

जाँच का निर्णय  $F$ - Table में विभिन्न स्वातंत्र श्रेणी के लिए सैद्धान्तिक मूल्यों और प्राप्त समकों से आकलित  $F^*$  के मान की तुलना के आधार पर किया जाता है।

यदि,  $F^* > F$ -table तो शून्य परिकल्पना को नकार दिया जाता है। अर्थात् यह माना जाता है कि प्राप्त किये गए प्रतिदर्श अलग अलग समग्रों को प्रतिनिधित्व करते हैं।

$F^* < F$ -table तो शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है। अर्थात् यह माना जाता है कि प्राप्त किये गए प्रतिदर्श एक ही समग्र का प्रतिनिधित्व करते हैं।

प्रसरण विश्लेषण विधि को निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट किया गया है —



Ex. (6.7.1): प्रयोगशाला में एक ही इंजन में तीन अलग अलग इंधनों को डालकर उनसे प्रति लीटर माईलेज प्राप्त किया जाता है। यह प्रयोग 10 दिनों तक चलता है। इस तरह से तीन अलग अलग प्रतिदर्श (Sample) प्राप्त होते हैं। जिससे प्राप्त समकों को निम्नलिखित तालिका में प्रस्तुत किया गया है –

तालिका संख्या (6.7.1)

Sample-1 Brand -1 $N_1=10$	Sample-1 Brand -2 $N_1=10$	Sample-1 Brand -3 $N_1=10$	Total Observation $N_1 + N_2 + N_3 = N$ $10 + 10 + 10 = 30$
32	35	44	32
30	38	46	30
35	37	47	35
33	40	47	33
35	41	46	35
34	35	43	34
29	37	47	29
32	41	45	32
36	36	48	36
34	40	47	34
			35
			38
			37
			40
			41
			35
			37
			41
			36
			40
			44
			46
			47
			47
			46
			43
			47
			45
			48
			47
$\sum Y_{1i}=330$	$\sum Y_{2i}=380$	$\sum Y_{3i}=460$	$\sum_j \sum_i Y_{ji}=1170$
$\bar{Y}_1=33$	$\bar{Y}_2=38$	$\bar{Y}_3=46$	$\bar{Y}=39$
$S_1^2 = (Y_{1i}-\bar{Y}_1)^2/N_1$	$S_2^2 = (Y_{2i}-\bar{Y}_2)^2/N_2$	$S_3^2 = (Y_{3i}-\bar{Y}_3)^2/N_3$	

$= \frac{46}{10} = 4.6$	$= \frac{50}{10} = 5$	$= \frac{22}{10} = 2.2$	
-------------------------	-----------------------	-------------------------	--

उपरोक्त उदाहरण में तीन प्रतिदर्श हैं अतः यहाँ निम्नलिखित परिकल्पनाएँ निर्मित की गयी है –

शून्य परिकल्पना ( $H_0$ ):  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

वैकल्पिक परिकल्पना ( $H_1$ ): तीनों आपस में बराबर नहीं हैं।

उपरोक्त परिकल्पना की जाँच करने के लिए  $F^*$  की गणना निम्न प्रकार से की जाती है—

$$F^* = \frac{\text{estimated variance from "between" means variation}}{\text{estimated variance from "within" samples variation}}$$

$F^*$  = माध्यों के बीच विचलन द्वारा प्राक्कलित प्रसरण ÷ प्रतिदर्शों के अन्दर विचलन द्वारा प्राक्कलित प्रसरण

$$F^* = \frac{\left[ \sum_{j=1}^k N_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 \right] / (k-1)}{\left[ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2 \right] / (N-K)}$$

अंश भाग की गणना:

यहाँ प्रतिदर्शों की संख्या 3 तथा स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) = 3-1 = 2 है।

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{j=1}^k N_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2}{(k-1)} &= \frac{N_1 (\bar{Y}_1 - \bar{Y})^2 + N_2 (\bar{Y}_2 - \bar{Y})^2 + N_3 (\bar{Y}_3 - \bar{Y})^2}{(k-1)} \\ &= \frac{10 (33-39)^2 + 10 (38-39)^2 + 10 (46-39)^2}{(3-1)} = 430 \end{aligned}$$

हर भाग की गणना:

यहाँ  $N = N_1 + N_2 + N_3$  तथा स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) =  $N - 3 = 30 - 3 = 27$  है।

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2}{(N-K)} &= \frac{\sum_{i=1}^{10} (Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2 + \sum_{i=1}^{10} (Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2 + \sum_{i=1}^{10} (Y_{3i} - \bar{Y}_3)^2}{(30-3)} \\ &= \frac{46+50+22}{27} = 118/27 = 4.37 \end{aligned}$$

उपरोक्त तालिका संख्या (7.1.1) में की गयी गणना के अनुसार।

$$\text{अतः } F^* = \frac{430}{4.37} = 98.4$$

यहाँ अंश का स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom)  $V_1 = 2$  तथा हर का स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom)  $V_2 = 27$  है।

दिए गए स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) पर  $F$  का सैद्धान्तिक मान 3.37 है जो कि आकलित मान  $F^* = 98.4$  से कम है अर्थात् शून्य परिकल्पना को नकार दिया गया है।

### 6.7.5 सारांश (Summary):

प्रसरण विश्लेषण की विधि का विकास आर. ए. फिशर (R. A. Fisher) ने प्रयोगात्मक समंकों (Experimental Data) के विश्लेषण के लिए किया था। प्रयोगों की विशेषता यह होती है कि इसमें कुछ चरों के साथ प्रयोग करते हैं और बाकी चरों को नियंत्रित करते हैं। उदाहरण के लिए यदि किसी दवा के प्रभाव का अध्ययन करते हैं तो एक समूह को दवा दी जाती है और दूसरे समूह को दवा नहीं दी जाती है। जिस ग्रुप को दवा दी जाती है उसे प्रयोगात्मक समूह (Experimental Group) तथा जिसे दवा नहीं दी जाती है उसे नियंत्रित समूह (Controlled Group) कहा जाता है। इन दोनों समूहों में बीमारी के ठीक होने की दर की तुलना करके दवा की प्रभाविकता को तय किया जाता है।

इस विधि का प्रयोग सर्व प्रथम कृषि क्षेत्र में विभिन्न प्रकार के ऊर्वरकों और बीजों के प्रयोग का उत्पादन पर प्रभाव का अध्ययन/विश्लेषण करने के लिए किया गया था। बाद में यह विधि हर तरह के वैज्ञानिक अध्ययनों में लोकप्रिय हो गया है।

### 6.7.6 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. पांच पांच विद्यार्थियों के तीन समूहों को अलग अलग विधि से गणित पढ़ाया जाता है तथा यह अध्ययन किया जाता है कि क्या पढ़ाने की अलग अलग विधियाँ उनके परिणाम/ग्रेड पर प्रभाव डालते हैं? पांच पांच आकार के तीन दैव प्रतिदर्शों के परिणाम/ग्रेड निम्नलिखित तालिका संख्या (6.7.2) में दिया गया है। अधिकतम 10 के पैमाने पर ग्रेडिंग किया गया है। (Three different methods of teaching mathematics are used on three groups of students and we wish to test whether these different methods have had an effect on the grade. Random sample of size five are taken from each group and the results are shown in table (7.2). The grades are on a 10 point maximum basis.)

तालिका संख्या (6.7.2): चुने गए प्रतिदर्शों में विद्यार्थियों के ग्रेड का विवरण।

Group A	Group B	Group C
3	4	7
6	7	6
5	7	7
4	4	7
7	8	8

संकेत (Hint):

$$F^* = \frac{5}{2.17} = 2.3$$

**Theoretical value of F (at  $V_1 = 2$  and  $V_2 = 12$  and at the 5 % level of significance) = 3.88.**

2. किसी कम्पनी में प्रतिदिन तीन अलग अलग विधियों से एक मशीन का उत्पादन किया जाता है। अलग अलग विधियों के लिए समान आकार के तीन प्रतिदर्शों का विवरण तालिका संख्या (6.7.3) में दिया गया है। प्रसरण विश्लेषण के आधार पर जाँच करें कि तीनों विधियों के औसत उत्पादन में अन्तर है अथवा नहीं?

तालिका संख्या (6.7.3): चुने गए प्रतिदर्शों में अलग अलग विधियों के प्रयोग से प्रतिदिन निर्मित मशीनों की संख्या का विवरण। :

Method: A	Method: B	Method: C
58	58	48
64	69	57
55	71	59
66	64	47
67	68	49

संकेत (Hint):

$$F^* = \frac{260}{28.33} = 9.18$$

3. 6 कर्मचारियों का समग्र है। उनकी आयु क्रमशः 24, 37, 27, 33, 29 तथा 41 है। समग्र का माध्य और प्रमाप विचलन ज्ञात करें। ( A population consists of N = 6 employees. Their ages are 24,37,27,33, 29, 41. Find the population mean and standard deviation. Ans. Mean = 31.83 and standard deviation = 5.84)

### 6.7.7. उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). “Statistics for Business and Economics”, Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers.

Damodar N. Gujarati (1995). “Basic Econometrics”, Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). “Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians”, Charles Scribner’s Sons, New York.

Francis A. (1998). “Business Mathematics and Statistics”, Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). “Business Statistics and Business Mathematics”, Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Koutsoyiannis A. (1972). “Theory of Econometrics”, Second Edition, Palgrave.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). “Designing and Managing a Research Project” Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), “Statistics”, Schaum’s Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) “Statistics”, Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). “Scientific Social Survey and Research” Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). “The Practice of Research in Social Work”, Second Edition, Sage Publications.

S. Sampath (2006). “Sampling Theory and Methods”, Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (1970). “Statistics An Introductory Analysis”, Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

Table (6.7.4): Values of  $F_{0.01}$  at  $V_1$  and  $V_2$  degree of freedom

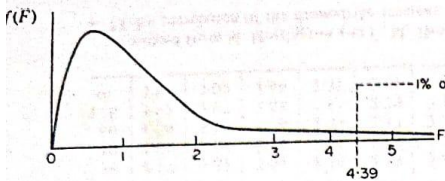


Table 4B. Values of  $F_{0.01, \nu_1, \nu_2}$

Example  
For  $\nu_1 = 9, \nu_2 = 12$  degrees of freedom  
 $P(F > 4.39) = 0.01$

$\nu_1 =$  degrees of freedom for numerator

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6023	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.3	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27	2.17
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
$\infty$	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

Abridged from M. Merrington and C. M. Thompson, 'Tables of percentage points of the inverted beta ( $F$ ) distribution' *Biometrika*, vol. 33, 1943, p. 73. By permission of the *Biometrika* trustees.

Source: Koutsoyiannis A. “Theory of Econometrics” Second Edition. Palgrave Macmillan. Koutsoyiannis A. “Theory of Econometrics” Second Edition. Palgrave Macmillan.

Table (6.7.5): Values of  $F_{0.05}$  at  $V_1$  and  $V_2$  degree of freedom

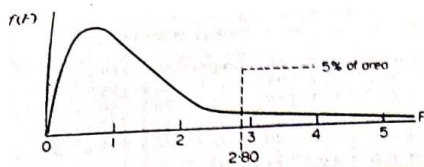


Table 4A. Values of  $F_{0.05, \nu_1, \nu_2}$

Example  
 For  $\nu_1 = 9, \nu_2 = 12$  degrees of freedom  
 $P(F > 2.80) = 0.05$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

Abridged from M. Merrington and C. M. Thompson, 'Tables of percentage points of the inverted beta ( $F$ ) distribution' *Biometrika*, vol. 33, 1943, p. 73. By permission of the *Biometrika* trustees.

Source: Koutsoyiannis A. "Theory of Econometrics" Second Edition. Palgrave Macmillan. Koutsoyiannis A. "Theory of Econometrics" Second Edition. Palgrave Macmillan.

## खण्ड (Section)—6

### इकाई (Unit)— 8: अप्राचल या वितरण रहित परिकल्पनाओं का परीक्षण (Testing Non Parametric Hypothesis):

इकाई की रूपरेखा (Unit Plan):

6.8.0 उद्देश्य (Objectives):

6.8.1 परिचय (Introduction):

6.8.2. चिन्ह जाँच (Sign Test):

6.8.2.a. छोटे प्रतिदर्श के लिए (Small Sample Case):

6.8.2.b. बड़े प्रतिदर्श के लिए (Large Sample case):

6.8.2.c.. क्रमागत माप (Ordinal Scale) वाले चरों के बीच अंतर की जाँच:

6.8.2.d. माध्यिका के लिए परिकल्पना की जाँच (Hypothesis Test About a Median):

6.8.3. विलकोक्सन चिन्ह रैंक जाँच (Wilcoxon Signed- Rank Test):

6.8.4. मान-विटनी- विलकोक्सन जाँच (Mann - Whitney - Wilcoxon Test):

6.8.4.a छोटे प्रतिदर्श के लिए (Small Sample Case):

6.8.4.b बड़े प्रतिदर्श के लिए (Large Sample case):

6.8.5.क्रुस्कल- वालिस जाँच (Kruskal - Wallis Test):

6.8.6 स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक (Spearman Rank Correlation Coefficient):

6.8.7 अनियमितता के लिए रन्स जाँच (The Runs Test for Randomness):

6.8.8 सारांश (Summary):

6.8.9 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

6.8.10 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

### 6.8.1. परिचय: (Introduction):

एकल चर की अवस्था में माध्य और प्रसरण अथवा प्रमाप विचलन समग्र के निर्धारक/प्राचल (Parameters) होते हैं। Z- test, t- test तथा F- test के लिए समग्र अथवा प्रतिदर्श के माध्य और प्रमाप विचलन का प्रयोग किया जाता है। अतः इन जाँच विधियों को प्राचल विधि (Parametric Method) कहा जाता है।

इन विधियों को प्रायः उन चरों के लिए अपनाया जाता है जिनकी माप के लिए अंतराल तथा अनुपात पैमाने (Interval and Ratio Scale) का प्रयोग किया जाता है। साथ ही समग्र के सामान्य रूप से वितरित (Normally Distributed) होने की शर्त होती है तथा प्रतिदर्श चयन की विधियों के बारे में भी कुछ मान्यताएँ मानी जाती हैं। जिसमें दैव प्रतिचयन विधि (Random Sampling Method) द्वारा प्रतिदर्शों के चुनाव पर खास जोर दिया जाता है।

सांख्यिकी में परिकल्पनाओं की जाँच के लिए प्राचल विधियों के प्रयोग की कुछ प्रमुख शर्तें निम्नलिखित हैं –

- (i). समग्र का सामान्य रूप से वितरित होना।
- (ii). प्रतिदर्श के लिए दैव प्रतिचयन विधि का प्रयोग करना।
- (iii). चरों से सम्बंधित समंकों को मापने के लिए अंतराल अथवा अनुपात पैमाने का प्रयोग किया गया हो।

व्यवहार में जब उपरोक्त शर्तें पूरी नहीं होती हैं तब सांख्यिकी में परिकल्पनाओं की जाँच करने के लिए कुछ अप्राचल विधियों का प्रयोग किया जाता है। इसके प्रयोग के लिए समंकों को मापने के लिए अंतराल या अनुपात पैमाने का प्रयोग करना अनिवार्य शर्त नहीं है। इस विधि में प्रतिकात्मक और क्रमांक पैमाने (Nominal and Ordinal Scale) द्वारा मापे गए चरों द्वारा भी परिकल्पनाओं की जाँच की जा सकती है। प्रायः व्यवहार में दैव प्रतिचयन की बजाए अन्य सुविधाजनक प्रतिचयन विधियों का प्रयोग भी किया जाता है। ऐसे में कुछ गैर प्राचल विधियों (Non Parametric Methods) का प्रयोग किया जाता है। उनमें से कुछ प्रमुख विधियों का उल्लेख यहाँ पर किया जा रहा है—

### 6.8.2. चिन्ह जाँच (Sign Test):

जैसा कि इस जाँच के नाम से ही स्पष्ट है इसमें सूचकों द्वारा दिए गए पसंद (Preferences) को पक्ष/धन चिन्ह (+) और विपक्ष/ऋण चिन्ह (–) द्वारा इंगित किया जाता है। यहाँ समंकों को संकेतिक पैमाने (Nominal Scale) पर मापा गया है। उदाहरण के लिए उपभोक्ता किसी ब्रांड को पसंद कर सकता है।

नोट: जब कोई सूचक अपनी पसंद व्यक्त करने में असमर्थ होता है तब उसको प्रतिदर्श से हटा देते हैं। इस तरह से प्रतिदर्श का आकार छोटा हो जाता है।

#### 6.8.2.a. छोटे प्रतिदर्श के लिए (Small Sample Case):

किसी घटना के बारे में धनात्मक और ऋणात्मक संकेतों को गिनकर जाँच का निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है। छोटे आकार के प्रतिदर्शों (N=20) के लिए द्वि-पदीय प्रायिकता वितरण तालिका (Binomial Probability Distribution Table) का उपयोग किया जाता है। जबकि बड़े आकार के प्रतिदर्शों के लिए सामान्य प्रायिकता वितरण तालिका (Normal Probability Distribution Table) का प्रयोग किया जाता है।



इस जाँच के लिए शून्य परिकल्पना इस तरह बनाया जाता है कि किसी घटना के पक्ष और विपक्ष में समान मत पड़े हैं। यानि कि आधे मत पक्ष में और आधे मत विपक्ष में पड़े हैं। उदाहरण के लिए यदि पक्ष में पड़े मतों का अनुपात 0.5 माना जाए तो

शून्य परिकल्पना,  $H_0: P = 0.50$

तथा, वैकल्पिक परिकल्पना,  $H_1: P \neq 0.50$

शून्य परिकल्पना के स्वीकार होने की स्थिति में केवल इतना ज्ञात होता है कि किसी घटना के पक्ष और विपक्ष में समान मत पड़े हैं। शून्य परिकल्पना के अस्वीकार होने की स्थिति में केवल यह ज्ञात होता है कि किसी घटना के पक्ष में आधे से अधिक या कम मत पड़े हैं। उदाहरण के लिए ज्यादा लोग चाय को पसंद कर सकते हैं अथवा कॉफी को।

छोटे आकार के प्रतिदर्श के लिए चिन्ह जाँच की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण के द्वारा स्पष्ट किया गया है –

**Ex. (6.8.1):** 12 लोगों ने चाय और कॉफी के लिए अपना पसंद इस प्रकार व्यक्त किया है—

तालिका संख्या (6.8.1)

सूचक	ब्रांड	चिन्ह
1	चाय	(-)
2	चाय	(-)
3	चाय	(+)
4	चाय	(-)
5	चाय	(-)
6	चाय	(-)
7	चाय	(-)
8	चाय	(-)
9	चाय	(+)
10	चाय	(-)
11	चाय	(-)
12	चाय	(-)

उपरोक्त अवलोकन तालिका से स्पष्ट है कि 12 में से केवल 2 लोग चाय को पसंद किए हैं। ऐसी स्थिति में

शून्य परिकल्पना यह बनाया जाता है कि आधे सूचक चाय को पसंद करते हैं। यानि चाय को पसंद करने की सम्भावना  $P = 0.5$  है। जबकि वैकल्पिक परिकल्पना यह बनाते हैं कि चाय को पसंद करने की सम्भावना 0.5 नहीं है। यानि,  $P \neq 0.5$ .

द्विपद प्रायिकता वितरण तालिका में  $P = 0.5$  और  $N = 12$  पर निम्नलिखित सम्भाव्यता वितरण प्राप्त होता है—

### तालिका संख्या (6.8.2)

धन चिन्हों की संख्या (No. of Plus Signs)	सम्भावना (Probability)
0	0.0002
1	0.0029
2	0.0161
3	0.0537
4	0.1208
5	0.1934
6	0.2256
7	0.1934
8	0.1208
9	0.0537
10	0.0161
11	0.0029
12	0.0002
Total	0.9998

प्रतिदर्श की सूचनाओं से ज्ञात है कि केवल दो लोगों ने चाय को पसंद किया है। यानि कि चाय की पसंदगी के लिए केवल दो धन चिन्ह हैं। 2 धन चिन्ह द्विपद प्रायिकता वितरण तालिका के निम्न पक्ष (Lower Tail) में स्थित है। इसलिए इस निम्न पक्ष की कुल सम्भावना = 2 धन चिन्हों की सम्भावना + 1 धन चिन्ह की सम्भावना + शून्य धन चिन्ह की सम्भावना है। अर्थात्, निम्न पक्ष की कुल सम्भावना

$$= 0.0002 + 0.0029 + 0.0161 = 0.192$$

यहाँ जाँच की प्रकृति दो पक्षीय (Two Tailed) है इसलिए p - value (जिसके आधार पर जाँच का निष्कर्ष निकाला जाता है) की गणना के लिए निम्न पक्ष की कुल सम्भावना को दुगना का दिया जाता है। अतः p- value = 2 (0.192) = 0.384 है।

चूँकि, p- value = 2 (0.192) = 0.384 सार्थकता स्तर 0.05 = 5 % से कम है। अतः शून्य परिकल्पना (P = 0.5) अस्वीकार किया जाता है। अतः चाय को पसंद करने वालों की संख्या आधे से कम है।

#### 6.8.2.b. बड़े प्रतिदर्श के लिए (Large Sample case):

जब प्रतिदर्श का आकार 20 से बड़ा होता है तब जाँच के लिए द्विपद प्रायिकता वितरण की जगह सामान्य प्रायिकता वितरण का उपयोग किया जाता है। ऐसा इसलिए किया जाता है क्योंकि जैसे जैसे प्रतिदर्श का आकार बढ़ता है द्विपद प्रायिकता वितरण सामान्य प्रायिकता वितरण की तरह का आकार ग्रहण करता है। जिसका माध्य,  $\mu = pN = 0.5N$  तथा

$$\text{प्रसरण } \sigma^2 = pqN = (0.5)(0.5)N = 0.25N, \text{ तथा}$$

$$\text{प्रमाप विचलन, } \sigma = \sqrt{pqN} = \sqrt{0.25N} \text{ है।}$$

बड़े प्रतिदर्श के संदर्भ में भी शून्य परिकल्पना यह बनाते हैं कि दोनों पक्षों की औसत प्रायिकता 0.5 है। अर्थात्, शून्य परिकल्पना,  $H_0: P = 0.50$

तथा, वैकल्पिक परिकल्पना,  $H_1: P \neq 0.50$

उपरोक्त परिकल्पना की जाँच करने के लिए  $Z$  सांख्यिकी की गणना करते हैं।

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

जाँच का निर्णय:

दिए गए सार्थकता स्तर पर जब  $Z$  का आकलित मान इसके तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना अस्वीकार किया जाता है।

**p-Value** के अनुसार निर्णय करने के लिए यह देखा जाता है कि जब **p-Value** का मान सार्थकता स्तर से कम होता है तब शून्य परिकल्पना अस्वीकार किया जाता है।

बड़े आकार के प्रतिदर्श के संदर्भ में चिन्ह जाँच प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Ex. (6.8.2):** 175 में से 72 लोगों ने चाय को पसंद किया है जबकि 103 लोगों ने कॉफी को पसंद किया है। जाँच करें कि चाय और कॉफी की पसंदगी में सार्थक अन्तर है?

हल: सबसे पहले परिकल्पना का निर्माण करते हैं—

शून्य परिकल्पना,  $H_0: P = 0.50$  यहाँ, चाय को पसंद करने की प्रायिकता 0.5 माना गया है।

तथा, वैकल्पिक परिकल्पना,  $H_1: P \neq 0.50$

$N = 175$  के लिए,

माध्य,  $\mu = pN = 0.5(175) = 87.5$  तथा

प्रमाप विचलन,  $\sigma = \sqrt{pqN} = \sqrt{0.25N} = \sqrt{0.25(175)} = 6.6$  है।

उपरोक्त परिकल्पना की जाँच करने के लिए  $Z$  सांख्यिकी की गणना करते हैं। यहाँ प्रतिदर्श में चाय को पसंद करने वालों की संख्या 72 है। यानि,  $(X = 72)$  है।

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{72 - 87.5}{6.6} = -2.35$$

5% सार्थकता स्तर पर  $Z$  का तालिका/सैद्धान्तिक मान 1.96 तथा 1% सार्थकता स्तर पर  $Z$  का तालिका/सैद्धान्तिक मान 2.58 है।

$Z$  का आकलित मान -2.35 है। अतः 5 % सार्थकता स्तर पर शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है परन्तु 1 % सार्थकता स्तर पर शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है।

**P-Value** की गणना:

मानक सामान्य प्रायिकता वितरण तालिका के अनुसार,  $Z = -2.35$  से बायें/बाहर की प्रायिकता/क्षेत्रफल 0.0094 है। द्वि-पक्षीय जाँच के कारण इसको दुगना कर लिया जाता है। अतः वर्तमान जाँच के लिए  $p\text{-Value} = 2(0.0094) = 0.0188 = 1.88\%$  है।

नोट: जब **p- Value** का मान सार्थकता स्तर से कम होता है तब शून्य परिकल्पना अस्वीकार कर दिया जाता है।

नोट: अगर जाँच की दिशा बदल दी जाए यानि कॉफी को पसंद करने पर घनात्मक चिन्ह अंकित किया जाए और चाय को पसंद करने पर ऋणात्मक चिन्ह अंकित किया जाए तब **N = 175** के लिए,

माध्य,  $\mu = pN = 0.5(175) = 87.5$  तथा

प्रमाप विचलन,  $\sigma = \sqrt{pqN} = \sqrt{0.25N} = \sqrt{0.25(175)} = 6.6$  है।

उपरोक्त परिकल्पना की जाँच करने के लिए **Z** सांख्यिकी की गणना करते हैं। यहाँ प्रतिदर्श में कॉफी को पसंद करने वालों की संख्या 103 है। यानि,  $(X = 103)$  है।

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{103 - 87.5}{6.6} = 2.35$$

5% सार्थकता स्तर पर **Z** का तालिका/सैद्धान्तिक मान 1.96 तथा 1% सार्थकता स्तर पर **Z** का तालिका/सैद्धान्तिक मान 2.58 है।

**Z** का आकलित मान 2.35 है। अतः 5 % सार्थकता स्तर पर शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है परन्तु 1 % सार्थकता स्तर पर शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है।

### 6.8.2.c.. क्रमागत माप (Ordinal Scale) वाले चरों के बीच अंतर की जाँच:

चिन्ह जाँच विधि का प्रयोग क्रमागत माप (Ordinal Scale) वाले चरों के बीच अंतर की जाँच करने के लिए भी किया जाता है। इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Ex. (6.8.3):** मान लिया कि 10 विद्यार्थियों के दो समूहों को अलग अलग विधि द्वारा ट्रेनिंग दी जाती है तथा ट्रेनिंग के बाद उनके मुल्यांकन का स्कोर/अंक निम्नलिखित है—

#### तालिका संख्या (6.8.3)

वर्ग A का स्कोर/अंक	25 15 12 22 20 19 8 18 34 17
वर्ग B का स्कोर/अंक	24 16 12 25 15 18 10 15 24 14

चिन्ह जाँच की सहायता से दोनों वर्गों के स्कोर में अन्तर की जाँच करें।

हल:

सर्व प्रथम दोनों वर्गों के स्कोर के अन्तर को धन अथवा ऋण चिह्नों के माध्यम से व्यक्त करते हैं—

#### तालिका संख्या (6.8.4)

वर्ग A का स्कोर/अंक	25 15 12 22 20 19 08 18 34 17
वर्ग B का स्कोर/अंक	24 16 12 25 15 18 10 15 24 14
स्कोर /अंकों के अंतर का चिन्ह	+ - 0 - + + - + + +

नोट: शून्य अंतर वाले समंकों को छोड़कर **N = 9** है। धनात्मक चिन्हों की संख्या 6 तथा ऋणात्मक चिन्हों की संख्या 3 है। दोनों वर्गों के स्कोरों में अंतर को स्पष्ट करने वाले चिन्हों की संख्या के बीच अन्तर की जाँच करने के लिए

शून्य परिकल्पना परिकल्पना,  $H_0: P = 0.50$

यानि, धनात्मक और ऋणात्मक चिन्हों की संख्या समान है।

तथा, वैकल्पिक परिकल्पना,  $H_1: P \neq 0.50$

यानि, धनात्मक और ऋणात्मक चिन्हों की संख्या समान नहीं है।

द्विपद प्रायिकता वितरण तालिका से  $P = 0.5$  तथा  $N = 9$  के लिए प्रायिकता वितरण का स्वरूप निम्नलिखित है –

### तालिका संख्या (6.8.5)

X= धन चिन्हों की संख्या	Probability प्रायिकता
0	0.0020
1	0.0176
2	0.0703
3	0.1641
4	0.2461
5	0.2461
6	0.1641
7	0.0703
8	0.0176
9	0.0020
Total	1.0002

चूँकि धनात्मक चिन्हों की संख्या 6 है इसलिए यहाँ जाँच की प्रकृति उच्च पक्षीय है।

6 एवं 6 से अधिक धनात्मक चिन्हों की प्रायिकता

$$p(X \geq 6) = P(6) + P(7) + P(8) + P(9)$$

$$= 0.1641 + 0.0703 + 0.0176 + 0.0020 = 0.2540$$

एकपक्षीय जाँच के लिए  $p$ -value = (0.2540)

द्विपक्षीय जाँच के लिए  $p$ -value =  $2(0.2540) = 0.5080$

**जाँच का निर्णय:** जाँच का निर्णय सार्थकता स्तर और  $p$ -Value की तुलना द्वारा लिया जाता है। जब  $p$ -Value का मान सार्थकता स्तर से कम होता है तब शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है। यहाँ एक पक्षीय और द्विपक्षीय दोनों स्थितियों में  $p$ -Value का मान  $0.05 = 5\%$  तथा  $0.01 = 1\%$  से काफी अधिक है इसलिए सार्थकता स्तर  $0.05 = 5\%$  एवं  $0.01 = 1\%$  पर भी शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है। अर्थात् दोनों वर्गों के स्कोरों में सार्थक अंतर नहीं है।

### 6.8.2.d. माध्यिका के लिए परिकल्पना की जाँच (Hypothesis Test About a Median):

माध्यिका श्रेणी को दो बराबर भागों में बाँटती है। अर्थात् माध्यिका से कम मूल्य वाले पदों और अधिक मूल्य वाले पदों की संख्या बराबर होनी चाहिए। इसकी जाँच करने के लिए भी चिन्ह जाँच विधि (Sign Test Method) का प्रयोग करते हैं।

प्रतिदर्श के आकार के अनुसार चिन्ह जाँच की द्विपद प्रायिकता वितरण तालिका अथवा मानक सामान्य प्रायिकता वितरण तालिका का प्रयोग किया जाता है।

इसके लिए शून्य परिकल्पना

$$H_0: M = M_0$$

दूसरे अर्थों में यह माना जाता है कि श्रेणी के आधे पद माध्यिका के मान से अधिक तथा आधे कम हैं। यानि माध्यिका श्रेणी को दो बराबर भागों में बाँटती है।

$$\text{तथा, } H_1: M \neq M_0$$

दूसरे अर्थों में यह माना जाता है कि श्रेणी के माध्यिका श्रेणी को दो बराबर भागों में नहीं बाँटती है।

इसकी क्रियाविधि निम्न प्रकार है—

- सर्वप्रथम प्रतिदर्श के ज्ञात समकों से माध्यिका के मान की गणना की जाती है।
- फिर माध्यिका से अधिक मूल्य वाले पदों को धनात्मक चिन्ह तथा माध्यिका से कम मूल्य वाले पदों को ऋणात्मक चिन्हों से अंकित करते हैं।
- माध्यिका के बराबर मूल्य वाले पदों को प्रतिदर्श से हटा देते हैं। क्योंकि इनका चिन्ह न तो धनात्मक है न ऋणात्मक।

इसके बाद 20 से बड़े आकार के प्रतिदर्श के लिए, निम्नलिखित सूत्र द्वारा

$$\text{माध्य, } \mu = pN = 0.5N \quad \text{तथा}$$

$$\text{प्रमाप विचलन, } \sigma = \sqrt{pqN} = \sqrt{0.25N} \quad \text{की गणना करते हैं।}$$

इन आकलित माध्य और प्रमाप विचलन के मान के आधार पर

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \text{की गणना करते हैं।}$$

इस आकलित  $Z$  के मान की तय सार्थकता स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मान से तुलना करके जाँच का निष्कर्ष निकाला जाता है।

माध्यिका के लिए चिन्ह जाँच विधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

Ex. (6.8.4): 30 आकार का एक प्रतिदर्श में से 22 पदों का मूल्य 150 से अधिक है तथा 3 पद 150 तथा 5 पदों का मूल्य 150 से कम है। उपरोक्त सूचनाओं के आधार पर निम्नलिखित परिकल्पनाओं की जाँच करें जबकि सार्थकता स्तर  $0.1 = 1\%$  दिया है।

$$H_0: \text{Median} \leq 150$$

$$H_0: \text{Median} > 150$$

हल: जाँच के लिए दी गयी परिकल्पनाओं से स्पष्ट है कि जाँच उच्च पक्षीय है। सार्थकता स्तर  $0.1 = 1\%$  दिया है।

यहाँ,  $N = 27$  है क्योंकि 3 पद 150 के बराबर हैं। इसमें से 22 पदों का मूल्य 150 से अधिक है। यानि धनात्मक चिन्हों की संख्या 22 है।

इसके बाद 20 से बड़े आकार के प्रतिदर्श के लिए, निम्नलिखित सूत्र द्वारा

$$\text{माध्य, } \mu = pN = 0.5(27) = 13.5 \text{ तथा}$$

$$\text{प्रमाप विचलन, } \sigma = \sqrt{pqN} = \sqrt{0.25(27)} = 2.6$$

इन आकलित माध्य और प्रमाप विचलन के मान के आधार पर

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{22 - 13.5}{2.6} = 3.27$$

1% सार्थकता स्तर पर एक पक्षीय जाँच की स्थिति में  $Z$  का तालिका/सैद्धान्तिक मान 2.33 है।

यहाँ,  $Z$  का आकलित मान  $Z$  के तालिका मान से अधिक है अतः शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है।

**Ex. (6.8.5):** 10 सूचकों में से 7 ने ब्रांड A को तथा 3 सूचकों ने ब्रांड B को पसंद किया है। चिन्ह जाँच विधि के आधार पर दोनों ब्रांडों के पसंदगी में अन्तर की जाँच करें जब सार्थकता स्तर  $0.05 = 5\%$  है।

हल: प्रतिदर्श का आकार 10 है इसलिए द्विपद प्रायिकता वितरण का उपयोग किया जाता है। प्रश्नानुसार,

$$\text{शून्य परिकल्पना } H_0: P = 0.5$$

यानि, ब्रांड A तथा ब्रांड B के लिए पसंदगी की प्रायिकता (0.5) बराबर है।

$$\text{वैकल्पिक परिकल्पना } H_1: P \neq 0.5$$

यानि, ब्रांड A तथा ब्रांड B के लिए पसंदगी की प्रायिकता आपस में बराबर नहीं है।

नोट: जाँच का स्वरूप द्वि—पक्षीय है।

$p = 0.5$  और  $N = 10$  के लिए द्विपद प्रायिकता वितरण तालिका का स्वरूप निम्नलिखित है—

तालिका संख्या (6.8.6)

X= धन चिन्हों की संख्या	Probability प्रायिकता
0	0.0010
1	0.0098
2	0.0439
3	0.1172
4	0.2051
5	0.2461
6	0.2051

7	0.1172
8	0.0439
9	0.0098
10	0.0010
Total	1.0001

प्रतिदर्श से धनात्मक चिन्हों की संख्या 7 ज्ञात है। उपरोक्त द्विपद प्रायिकता वितरण तालिका से 7 एवं अधिक धन चिन्हों की प्रायिकता

$$p(X \geq 7) = P(7) + P(8) + P(9) + P(10)$$

$$= 0.1172 + 0.0439 + 0.0098 + 0.0010 = 0.1719$$

$$\text{द्विपक्षीय जाँच के लिए } p\text{-value} = 2(0.1719) = 0.3438$$

**जाँच का निर्णय:**

यहाँ पर दिया गया सार्थकता स्तर 0.05 का मान  $p\text{-value} = 0.3438$  से कम है अतः शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है। अर्थात् दोनों ब्रांडों के लिए पसंदगी में सार्थक अन्तर नहीं है।

### 6.8.3. विलकोक्सन चिन्ह रैंक जाँच (Wilcoxon Signed- Rank Test):

विलकोक्सन चिन्हित रैंक जाँच एक अप्राचलिक जाँच विधि है जिसका प्रयोग प्रायः प्रयोगात्मक (Experimental) समकों के लिए किया जाता है। इसके प्रयोग के लिए यह जरूरी है कि चरों की माप अंतराल अथवा अनुपात पैमाने (Interval or Ratio Scale) पर किया गया हो। इस विधि का प्रयोग प्रायः युग्म प्रतिदर्श रचना (Matched Sample Designed) के साथ किया जाता है। जोड़ा प्रतिदर्श रचना (Matched Sample Designed) विधि में एक ही प्रतिदर्श समूह को अलग अलग कार्य सौंपे जाते हैं। उदाहरण के लिए, कामगारों के एक प्रतिदर्श समूह को अलग अलग विधियों से उत्पादन कार्य पर लगाया जाता है। इसमें प्रत्येक कामगार के लिए अलग अलग विधियों से उत्पादन की अलग अलग मात्रा प्राप्त होती है। इसे जोड़ा समंक (Paired Data) भी कहते हैं। इसमें कामगारों द्वारा अलग अलग विधियों से उत्पादन की मात्रा में अंतर की जाँच की जाती है। अथवा एक समान मात्रा का उत्पादन करने के लिए अलग अलग विधियों से लगे समय में अन्तर की जाँच भी किया जाता है।

**विलकोक्सन चिन्हित रैंक जाँच विधि के विभिन्न चरण—**

**सर्व प्रथम** एक दैव प्रतिदर्श समूह का चुनाव किया जाता है। उनके सदस्यों को दो अलग अलग विधि से किए जाने वाले कार्यों में लगाकर समकों का संकलन किया जाता है। इस तरह से प्रत्येक सदस्य द्वारा दो/जोड़ा समंक प्राप्त होता है।

**अगले चरण** में इन जोड़ा समकों का अंतर प्राप्त किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि कोई सदस्य पहली विधि से काम को समाप्त करने में 5 घंटा समय लगाता है तथा वही सदस्य दूसरी विधि से काम को समाप्त करने में 7 घंटा समय लगाता है। यहाँ अन्तर से तात्पर्य पहली विधि से लगे समय और दूसरी विधि से लगे समय के अन्तर से है। इस तरह से प्रत्येक सदस्य के लिए एक अन्तर प्राप्त होगा।

**अगले चरण** में इन प्राप्त परम अंतरों (Absolute Differences) को क्रम (Rank) दिया जाता है। क्रम देने के लिए प्रायः आरोही (Ascending Order) को अपनाया जाता है। जिसमें सबसे छोटे अन्तर



को एक, उससे बड़े अंतर को दो तथा अन्य सभी को इसी तरह क्रम दिया जाता है। समान अंतर वाले पदों को औसत क्रम दिया जाता है।

**नोट:** शून्य अंतर वाले पदों को अध्ययन से हटा दिया जाता है। क्योंकि इस जाँच का मुख्य परिणाम अंतरों की जाँच पर ही निर्भर करता है।

**अगले चरण** में परम अंतरों के क्रम को उनके प्रारम्भिक धनात्मक अथवा ऋणात्मक प्रकृति के अनुसार चिन्हित करते हैं।

**अगले चरण** में इन धनात्मक एवं ऋणात्मक क्रमों को आपस में जाड़ देते हैं तथा क्रमों के इस कुल योग को  $T$  द्वारा सूचित करते हैं।  $T$  चिन्हित क्रमों के योग है जिसके आधार पर दोनों समग्रों में अंतर की जाँच की जाती है। यदि  $T$  का मान शून्य के आस पास है तो दोनों समग्रों में कोई अंतर नहीं पाया जाता है।

ऐसा माना जाता है कि 10 या अधिक आकार के प्रतिदर्शों के लिए  $T$  का प्रायिकता वितरण मानक सामान्य प्रायिकता वितरण से मिलता जुलता है। जिसके लिए,

$$\text{समग्र का माध्य } \mu_T = 0$$

$$\text{तथा, समग्र का प्रमाप विलन } \sigma_T = \frac{\sqrt{n(n+1)(2n+1)}}{6}$$

अंत में, मानक सामान्य प्रायिकता वितरण के आधार पर जेड सांख्यिकी की गणना निम्नलिखित सूत्र द्वारा की जाती है –

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T}$$

विलकोक्सन चिन्हित रैंक जाँच विधि के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित प्रकार से किया जाता है –

**शून्य परिकल्पना:** दोनों समग्र समान हैं (The Populations are identical)

**वैकल्पिक परिकल्पना:** दोनों समग्र समान नहीं हैं (The Populations are not identical)

**जाँच का निर्णय (Conclusion of the Test):**

दिए गए सार्थकता स्तर ( $\alpha$ ) पर  $Z$  के आकलित मान की तुलना  $Z$  के तालिका/सैद्धान्तिक मान से करके जाँच का निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है।

जब  $Z$  का आकलित मान  $Z$  के तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है।

विलकोक्सन चिन्हित रैंक जाँच विधि के प्रयोग को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है –

**Ex. (6.8.6):** किसी कम्पनी के 11 कामगारों का दैव प्रतिचयन विधि से चुनाव करके अलग अलग दो विधियों से उत्पादन कार्य को समाप्त करने में लगे समय का अध्ययन करने पर निम्नलिखित समंक प्राप्त होते हैं।

तालिका संख्या (6.8.7)

कामगार	विधि एक में लगा समय घंटा में	विधि दो में लगा समय घंटा में
1	10.2	9.5
2	9.6	9.8
3	9.2	8.8
4	10.6	10.1
5	9.9	10.3
6	10.2	9.4
7	10.8	10.5
8	10.2	10.0
9	11	10.5
10	10.7	10.2
11	10.6	9.9

उपरोक्त युग्म समकों के आधार पर विधि एक की विधि दो पर श्रेष्ठता की जाँच करें जबकि सार्थकता का स्तर  $0.05 = 5\%$  है।

हल:

विलकोक्सन चिन्हित क्रम जाँच के लिए सर्व प्रथम अंतरों का क्रम सम्बंधित गणनाएँ करने के लिए निम्नलिखित तालिका का निर्माण किया गया है –

तालिका संख्या (6.8.8)

कामगार	विधि एक में लगा समय घंटा में (1)	विधि दो में लगा समय घंटा में (2)	अंतर Difference (1 - 2)	अंतरों का क्रम Rank	अंतरों का चिन्हित क्रम Signed Rank
1	10.2	9.5	0.7	9	+ 9
2	9.3	9.8	- 0.5	6	- 6
3	9.2	8.8	0.4	3.5	+ 3.5
4	10.6	10.0	0.6	8	+ 8
5	9.9	10.3	- 0.4	3.5	- 3.5
6	10.2	10.2	00	00	00
7	10.8	10.5	0.3	2	+ 2
8	10.2	10.0	0.2	1	+ 1
9	11	10.5	0.5	6	+ 6
10	10.7	10.2	0.5	6	+ 6
11	10.6	9.8	0.8	10	+ 10
चिन्हित क्रमों का योग (Sum of Signed Rank), T =					+ 36

नोट: छठे कामगार द्वारा दोनों विधियों से काम को समाप्त करने के लिए समान समय लेने के कारण उनके बीच का अंतर शून्य है इसलिए इस युग्म समंक को अध्ययन से हटा लेते हैं। ऐसी स्थिति में शेष प्रतिदर्श का आकार 10 रह जाता है।

$$\text{समग्र का प्रमाप विलन } \sigma_T = \frac{\sqrt{n(n+1)(2n+1)}}{6} = \frac{\sqrt{10(11)(21)}}{6} = 19.62$$

जेड सांख्यिकी की गणना

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{36 - 0}{19.2} = \frac{36}{19.2} = 1.87$$

**जाँच का निर्णय (Conclusion of the Test):**

दिए गए सार्थकता स्तर (5%) पर Z के आकलित मान (1.87) Z के तालिका/सैद्धान्तिक मान (1.96) से कम है। अतः शून्य परिकल्पना स्वीकार की जाती है। अर्थात्, दोनों विधियों से काम को समाप्त करने में लगने वाले समय में कोई सार्थक अंतर नहीं है।

#### 6.8.4. मान-विटनी- विलकोक्सन जाँच (Mann - Whitney - Wilcoxon Test):

इस विधि के प्रयोग के लिए चरों को मापने के पैमाने अंतराल अथवा अनुपात में होने की शर्त अनिवार्य नहीं है बल्कि क्रमागत पैमाने वाले चरों के लिए भी यह विधि प्रयोग की जाती है। इसके प्रयोग के लिए समग्रों के सामान्य वितरण की शर्त भी जरूरी नहीं है। इस विधि का प्रयोग स्वतंत्र प्रतिदर्श रचना (Independent Sample Design) के लिए किया जाता है।

**स्वतंत्र प्रतिदर्श रचना (Independent Sample Design):** इस विधि में एक से अधिक प्रतिदर्शों का अलग अलग स्वतंत्र रूप से चुनाव किया जाता है। उदाहरण के लिए कम्पनी के कुल कामगारों में से 10 संख्या के दो प्रतिदर्श स्वतंत्र रूप से चुना जाता है। यहाँ कामगारों के दो स्वतंत्र प्रतिदर्श चुने गए हैं। प्रत्येक प्रतिदर्श का आकार 10 है। कामगारों के इन दो प्रतिदर्श समूहों को अलग अलग विधियों से उत्पादन कार्य में लगाया जाता है तथा उत्पादन की मात्रा के आधार पर दोनों उत्पादन विधियों की श्रेष्ठता की जाँच की जाती है।

मान-विटनी -विलकोक्सन जाँच विधि के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित प्रकार से किया जाता है –

शून्य परिकल्पना: दोनों समग्र समान हैं (The populations are identical)

वैकल्पिक परिकल्पना: दोनों समग्र समान नहीं हैं (The opulations are not identical)

#### 6.8.4.a. छोटे प्रतिदर्श के लिए (Small Sample Case):

जब दोनों प्रतिदर्श का आकार 10 या 10 से कम होता है तब इसे छोटा प्रतिदर्श माना जाता है। हालांकि दोनों प्रतिदर्शों का आकार समान होना जरूरी नहीं है।

मान-विटनी -विलकोक्सन जाँच विधि के विभिन्न चरण:

सर्व प्रथम दोनों प्रतिदर्शों के समकों को एक साथ क्रम (Combined Rank) दिया जाता है। क्रम का रूपरूप आरोही रखा जाता है।

फिर दोनों प्रतिदर्शों के समकों के क्रमों को अलग अलग योग किया जाता है।

दोनों प्रतिदर्शों में से किसी एक के लिए चरम क्रमों की गणना की जाती है। उदाहरण के लिए यदि प्रथम प्रतिदर्श में चार समंक हैं और द्वितीय समंक में 5 समंक हैं तब सम्मिलित क्रमांक 1 से 9 तक दिया जाता है। ऐसी स्थिति के लिए प्रथम प्रतिदर्श के लिए चरम क्रमों के योग—

न्यूनतम क्रमों का योग  $1+2+3+4=10$  है। तथा,

अधिकतम क्रमों का योग  $6+7+8+9=30$  है।

दोनों चरम मूल्यों का औसत  $= (10 + 30)/2 = 20$  ज्ञात करते हैं।

इस जाँच के अन्तर्गत प्रथम प्रतिदर्श के वास्तविक क्रमों के योग और इन चरम क्रमों के योग की तुलना करके निष्कर्ष निकाला जाता है।

प्रथम प्रतिदर्श के समकों को आवंटित क्रमों का योग न्यूनतम क्रमों के योग के आसपास हो सकता है।

प्रथम प्रतिदर्श के समकों को आवंटित क्रमों का योग अधिकतम क्रमों के योग के आसपास हो सकता है।

अथवा प्रथम प्रतिदर्श के समकों को आवंटित क्रमों का योग दोनों चरम मूल्यों के औसत के आसपास हो सकता है।

नोट: द्वितीय प्रतिदर्श के समकों के लिए भी इसी तरह से गणनाएँ की जा सकती हैं। अर्थात् जाँच के लिए, दोनों में से कोई एक प्रतिदर्श के समकों के साथ गणना करना ही पर्याप्त है।

अंतिम चरण में दिए गए सार्थकता स्तर एवं प्रतिदर्शों के आकार के आधार पर मान— विटनी—विलकोक्सन सांख्यिकी (MWW – T Statistics) का न्यूनतम सीमा मान ( $T_L$ ) तालिका से ज्ञात करते हैं। जाँच के लिए जिस प्रतिदर्श का प्रयोग करते हैं उसके आकार को  $N_1$  तथा दूसरे प्रतिदर्श के आकार को  $N_2$  से सुचित करते हैं। जिसके आधार पर अधिकतम मान ( $T_U$ ) की गणना निम्नलिखित सूत्र द्वारा किया जाता है—

$$T_U = N_1 (N_1 + N_2 + 1) - T_L$$

जहाँ,  $T_L$  का मान तालिका से ज्ञात किया जाता है।

**जाँच का निर्णय (Conclusion of the Test):**

जाँच का निर्णय मान— विटनी—विलकोक्सन सांख्यिकी की न्यूनतम और अधिकतम सीमा के साथ अभिष्ट प्रतिदर्श के समकों के वास्तविक क्रमों के योग के साथ तुलना करके लिया जाता है।

शून्य परिकल्पना तब अस्वीकार किया जाता है जब अभिष्ट प्रतिदर्श के लिए वास्तविक क्रमों का योगफल मान— विटनी—विलकोक्सन सांख्यिकी की दोनों में से किसी एक सीमा के बाहर हो। अर्थात्, अभिष्ट प्रतिदर्श के लिए वास्तविक क्रमों का योगफल मान— विटनी—विलकोक्सन सांख्यिकी की न्यूनतम सीमा,  $T_L$  से कम हो अथवा उच्चतम सीमा,  $T_U$  से अधिक हो।

शून्य परिकल्पना को अस्वीकार करने के लिए निम्नलिखित दो शर्तें हैं—

पहली शर्त  $T < T_L$  अथवा

दूसरी शर्त  $T > T_U$

मान— विटनी—विलकोक्सन जाँच की क्रियाविधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है —

**Ex. (6.8.7):** किसी कॉलेज के स्नातक कक्षा में आसपास के दो माध्यमिक विद्यालयों से पढ़कर आये विद्यार्थियों का प्रवेश परिणाम के आधार पर मेधा सूची में स्थान/क्रम नीचे तालिका में दिया गया है।

मान— वितनी—विलकोक्सन जाँच के आधार पर दोनों माध्यमिक विद्यालयों में पढ़ाई की गुणवत्ता में अन्तर की 5% सार्थकता स्तर पर जाँच करें।

**तालिका संख्या (6.8.9):** मेधा सूची में विद्यार्थियों का क्रम

मध्यमिक विद्यालय (A) के विद्यार्थियों का मेधा सूची में नाम एवं क्रम		मध्यमिक विद्यालय (B) के विद्यार्थियों का मेधा सूची में नाम एवं क्रम	
विद्यार्थियों का नाम	विद्यार्थियों का क्रम	विद्यार्थियों का नाम	विद्यार्थियों का क्रम
राम	10	श्याम	60
मोहन	51	कार्तिक	150
जॉनी	115	गांधी	145
सोहन	35	नायक	170
		राधा	200

**हल:** सर्वप्रथम दोनों माध्यमिक विद्यालयों से पढ़कर आये विद्यार्थियों को मेधा सूची में स्थान के आधार पर संयुक्त क्रम प्रदान किया जाता है।

**तालिका संख्या (6.8.10)**

विद्यार्थियों का नाम	मेधा सूची में स्थान	संयुक्त क्रम
राम	10	1
सोहन	35	2
मोहन	51	3
श्याम	60	4
जॉनी	115	5
गांधी	145	6
कार्तिक	150	7
नायक	170	8
राधा	200	9

इस जाँच के लिए,

**शून्य परिकल्पना:** माध्यमिक विद्यालय A तथा माध्यमिक विद्यालय B से पढ़कर आये विद्यार्थियों का स्नातक प्रवेश परीक्षा में निष्पादन एक समान है। तथा

**वैकल्पिक परिकल्पना:** माध्यमिक विद्यालय A तथा माध्यमिक विद्यालय B से पढ़कर आये विद्यार्थियों का स्नातक प्रवेश परीक्षा में निष्पादन एक समान नहीं है।

**तालिका संख्या (6.8.11)**

मध्यमिक विद्यालय (A) के विद्यार्थियों का विवरण			मध्यमिक विद्यालय (B) के विद्यार्थियों का मेधा सूची में नाम एवं क्रम		
विद्यार्थियों का नाम	विद्यार्थियों का मेधा सूची में स्थान	संयुक्त क्रम में स्थान	विद्यार्थियों का नाम	विद्यार्थियों का क्रम	संयुक्त क्रम में स्थान
राम	10	1	श्याम	60	4

मोहन	51	3	कार्तिक	150	7
जॉनी	115	5	गांधी	145	6
सेहन	35	2	नायक	170	8
			राधा	200	9
योग		11	योग		34

5% सार्थकता स्तर पर  $N_1=4$  तथा  $N_2=5$  के लिए मान-विटनी-विलकोक्सन सांख्यिकी की न्यूनतम सीमा,  $T_L$  का मान तालिका से 12 है। उपरोक्त ज्ञात सूचनाओं के आधार पर मान-विटनी-विलकोक्सन सांख्यिकी की अधिकतम सीमा,  $T_U$  का मान निम्नलिखित सूत्र से ज्ञात किया जाता है –

$$T_U = N_1 (N_1 + N_2 + 1) - T_L = 4 (4 + 5 + 1) - 12 = 28$$

मध्यमिक विद्यालय A से पढ़कर आये विद्यार्थियों के लिए मान-विटनी-विलकोक्सन सांख्यिकी का आकलित मान 11 है जो इसके तालिका/सैद्धान्तिक मान की निम्न सीमा 12 तथा उच्च सीमा 28 से बाहर है। अतः शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है।

#### 6.8.4.b. बड़े प्रतिदर्श के लिए (Large Sample case):

दोनों प्रतिदर्शों का आकार 10 अथवा 10 से अधिक होता है तब उनको बड़े प्रतिदर्श के रूप में माना जाता है। ऐसी स्थिति में T का प्रायिकता वितरण मानक सामान्य प्रायिकता वितरण के जैसा माना जाता है। इस विधि में भी दोनों प्रतिदर्शों को एक साथ मिलाकर संयुक्त क्रम दिया जाता है। फिर दोनों प्रतिदर्शों के लिए क्रमों का योग (T) ज्ञात किया जाता है।

जिस प्रतिदर्श के समकों के क्रम के योग का प्रयोग जेड (Z) का मान ज्ञात करने के लिए किया जाता है उसके आकार को  $N_1$  तथा दूसरे प्रतिदर्श के आकार को  $N_2$  मानकर T का माध्य और प्रमाप विचलन निम्नलिखित सूत्रों द्वारा ज्ञात किया जाता है—

$$T \text{ का माध्य } (\mu_T) = \frac{N_1(N_1+N_2+1)}{2} \text{ तथा}$$

$$T \text{ का प्रमाप विचलन } (\sigma_T) = \sqrt{\frac{N_1N_2(N_1+N_2+1)}{12}}$$

अंत में जेड (Z) सांख्यिकी का मान निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है –

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T}$$

इस जाँच विधि के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित प्रकार से किया जाता है –

**शून्य परिकल्पना:** दोनों समग्र समान हैं (The populations are identical)

**वैकल्पिक परिकल्पना:** दोनों समग्र समान नहीं हैं (The populations are not identical)

#### जाँच का निर्णय: (Judgement of the Test):

आकलित Z के मान की तुलना दिए गए सार्थकता स्तर पर मानक सामान्य प्रायिकता वितरण तालिका/सैद्धान्तिक मान से करके जाँच का निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है। जब आकलित Z का मान

तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है। अर्थात् दोनों समग्र एक समान नहीं होते हैं।

बड़े आकार के प्रतिदर्शों के लिए मान- विटनी- विलकोक्सन जाँच विधि को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है –

**Ex. (6.8.8):** एक बैंक के दो शाखाओं से खाताधारकों के खाते में जमा रकम का अध्ययन करने के लिए साधारण दैव प्रतिचयन विधि से दो प्रतिदर्श (दोनों शाखाओं से एक एक प्रतिदर्श) लिया गया है। पहले प्रतिदर्श का आकार 12 तथा दूसरे प्रतिदर्श का आकार 10 है। मान- विटनी- विलकोक्सन विधि का प्रयोग कर 5% सार्थकता स्तर पर जाँच करें कि दोनों समग्र एक समान हैं। दोनों प्रतिदर्शों से प्राप्त समंक्त निम्नलिखित तालिका में दिए गए हैं—

तालिका संख्या (6.8.12)

शाखा एक से लिया गया प्रतिदर्श		शाखा दो से लिया गया प्रतिदर्श	
क्रमांक	जमा राशि (रूपया)	क्रमांक	जमा राशि (रूपया)
1	1090	1	885
2	950	2	850
3	1200	3	925
4	1190	4	950
5	925	5	805
6	950	6	750
7	800	7	865
8	945	8	1000
9	875	9	1050
10	1055	10	940
11	1025		
12	970		

हल: सर्वप्रथम दोनों प्रतिदर्शों के समंक्तों को एक साथ मिलाकर संयुक्त क्रम दिया जाता है।

तालिका संख्या (6.8.13)

शाखा एक से लिया गया प्रतिदर्श			शाखा दो से लिया गया प्रतिदर्श		
क्रमांक	जमा राशि (रूपया)	क्रम	क्रमांक	जमा राशि (रूपया)	क्रम
1	1090	20	1	885	7
2	950	13	2	850	4
3	1200	22	3	925	8.5
4	1190	21	4	950	13
5	925	8.5	5	805	3
6	950	13	6	750	1
7	800	2	7	865	5
8	945	11	8	1000	16
9	875	6	9	1050	18
10	1055	19	10	940	10
11	1025	17	योग		85.5
12	970	15			
योग		167.5			

दूसरे चरण में शाखा एक से प्राप्त प्रतिदर्श के आकार को  $N_1$  तथा दूसरे प्रतिदर्श के आकार को  $N_2$  मानकर  $T$  का माध्य और प्रमाप विचलन निम्नलिखित सूत्रों द्वारा ज्ञात किया जाता है—

$$T \text{ का माध्य } (\mu_T) = \frac{N_1(N_1+N_2+1)}{2} = \frac{12(12+10+1)}{2} = 138$$

$$T \text{ का प्रमाप विचलन } (\sigma_T) = \sqrt{\frac{N_1N_2(N_1+N_2+1)}{12}} = \sqrt{\frac{12 \times 10(12+10+1)}{12}}$$

$$= \sqrt{230} = 15.165$$

अंत में जेड ( $Z$ ) सांख्यिकी का मान निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है —

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{167.5 - 138}{15.165} = 1.94$$

इस जाँच विधि के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित प्रकार से किया जाता है —

शून्य परिकल्पना: दोनों समग्र समान हैं (The Populations are identical)

वैकल्पिक परिकल्पना: दोनों समग्र समान नहीं हैं (The Populations are not identical)

**जाँच का निर्णय: (Judgement of the Test):**

आकलित  $Z$  के मान की तुलना दिए गए सार्थकता स्तर पर मानक सामान्य प्रायिकता वितरण तालिका/सैद्धान्तिक मान से करके जाँच का निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है।

यहाँ  $Z$  का आकलित मान 1.94 है जो 5% सार्थकता स्तर पर  $Z$  का तालिका/सैद्धान्तिक मान 1.96 से कम है। अतः शून्य परिकल्पना को स्वीकार किया जाता है। अर्थात् दोनों समग्र एक समान हैं।

### 6.8.5. क्रुस्कल-वालिस जाँच (Kruskal - Wallis Test):

मान-वितनी-विलकोक्सन जाँच के दौरान केवल दो समग्रों की समानता अथवा असमानता की जाँच हो पाती है जबकि क्रुस्कल-वालिस जाँच विधि से दो से अधिक समग्रों की समानता अथवा असमानता की जाँच एक साथ की जाती है। इस जाँच विधि का प्रयोग स्वतंत्र दैव प्रतिदर्शों के लिए किया जाता है।

जैसा कि हम जानते हैं कि प्राचलिक जाँच विधि (**Parametric Test Method**) से अंतराल और अनुपात समंके वाले तथा सामान्य रूप से वितरित समग्रों के माध्यों के बीच अंतर की जाँच करने के लिए प्रसरण विश्लेषण विधि का प्रयोग किया जाता है। क्रुस्कल-वालिस जाँच विधि में अंतराल और अनुपात समंकों के साथ साथ क्रमागत समंकों वाले तथा असामान्य रूप से वितरित समग्रों के बीच समानता की जाँच किया जाता है। यह एक अप्राचलिक जाँच विधि (**Non Parametric Test Method**) है।

इसके लिए,

शून्य परिकल्पना: सभी समग्र समान है (**All populations are identical**) तथा

वैकल्पिक परिकल्पना: सभी समग्र समान नहीं है (**All populations are not identical**) होता है।

क्रुस्कल-वालिस जाँच सांख्यिकी ( $W$ ) की गणना के लिए निम्नलिखित सूत्र को प्रयोग किया जाता है—



$$W = \left[ \frac{12}{N_T(N_T + 1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{N_i} \right] - 3(N_T + 1)$$

जहाँ,  $K$  = समग्रों की संख्या है।

$N_i$  =  $i^{\text{th}}$  प्रतिदर्श का आकार है।

$N_T$  = सभी प्रतिदर्शों के आकारों का योग है।

$R_i$  =  $i^{\text{th}}$  प्रतिदर्श के क्रमांकों का योग है।

**क्रुस्कल- वालिस जाँच सांख्यिकी (W) का प्रतिचयन वितरण (Sampling Distribution) K-1 स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) पर कोई वर्ग ( $\chi^2$ ) प्रायिकता वितरण के समरूप माना जाता है।**

**जाँच का निर्णय (Judgement of the Test):**

दिए गए सार्थकता स्तर के आधे तथा  $K-1$  स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) पर कोई वर्ग ( $\chi^2$ ) का मान तालिका से ज्ञात किया जाता है।

यदि कोई वर्ग ( $\chi^2$ ) का आकलित मान दिए गए सार्थकता स्तर के आधे तथा  $K-1$  स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom) पर कोई वर्ग ( $\chi^2$ ) के तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है।

**क्रुस्कल- वालिस जाँच विधि की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है –**

**Ex. (6.8.9):** एक कम्पनी तीन अलग अलग कॉलेजों से चुने गए स्नातक कर्मचारियों के कार्य निष्पादन क्षमता का अध्ययन करती है। कर्मचारियों के कार्य निष्पादन के लिए शून्य से सौ तक के स्केल पर दिए गए रेटिंग का विवरण तालिका में दिया गया है। इसके आधार पर जाँच करें कि सभी कॉलेजों से चुने गए कर्मचारियों का कार्य निष्पादन क्षमता समान है जबकि सार्थकता स्तर  $0.05 = 5\%$  है।

**तालिका संख्या: (6.8.14)** अलग अलग कॉलेजों से चुने गए स्नातक कर्मचारियों के लिए दिए गए रेटिंग का विवरण:

स्नातक कर्मचारियों के लिए दिए गए रेटिंग		
कॉलेज A	कॉलेज B	कॉलेज C
24	60	51
70	20	70
60	31	60
85	15	81
95	40	90
90	35	70
81		75

**हल:** चूँकि कर्मचारियों के लिए दिए गए रेटिंग अंतराल समंक (Interval data) है इसलिए इनको सम्मिलित क्रम (Combined Rank) दिया जाता है।

**नोट:** यदि दिए गए समंक क्रमागत समंक (Ordering Data) होते हैं तब इनको अलग से क्रम देने की जरूरत नहीं पड़ता है।

### तालिका संख्या (6.8.15)

स्नातक कर्मचारियों के लिए दिए गए रेटिंग					
कॉलेज A	संयुक्त क्रम	कॉलेज B	संयुक्त क्रम	कॉलेज C	संयुक्त क्रम
24	3	60	9	51	7
70	12	20	2	70	12
60	9	31	4	60	9
85	17	15	1	81	15.5
95	20	40	6	90	18.5
90	18.5	35	5	70	12
81	15.5	15.5		75	14
क्रमों का योग 95		क्रमों का योग 27		क्रमों का योग 88	

क्रुस्कल-वालिस जाँच सांख्यिकी (W) की गणना के लिए निम्नलिखित सूत्र को प्रयोग किया जाता है-

$$\begin{aligned}
 W &= \left[ \frac{12}{N_T(N_T + 1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{N_i} \right] - 3(N_T + 1) \\
 &= \left[ \frac{12}{20(20 + 1)} \left( \frac{95^2}{7} + \frac{27^2}{6} + \frac{88^2}{7} \right) \right] - 3(20 + 1) \\
 &= \left[ \frac{12}{20(21)} \left( \frac{95^2}{7} + \frac{27^2}{6} + \frac{88^2}{7} \right) \right] - 3(21) \\
 &= \left[ \frac{12}{20(21)} (1289.285 + 121.5 + 1106.285) \right] - 63 \\
 &= \left[ \frac{12}{20(21)} (2517.07) \right] - 63 \\
 &= \left[ \frac{300204.84}{420} \right] - 63 \\
 &= [71.91] - 63 = 8.91
 \end{aligned}$$

यहाँ, K = 3 समग्रों/प्रतिदर्शों की संख्या है।

$N_1 = 7, N_2 = 6, N_3 = 7$  तीनों प्रतिदर्शों का क्रमशः आकार है।

$N_T = N_1 + N_2 + N_3 = 20$  सभी प्रतिदर्शों के आकारों का योग है।

$R_1 = 95, R_2 = 27, R_3 = 88$  तीनों प्रतिदर्शों के क्रमांकों का क्रमशः योग है।

#### जाँच का निर्णय (Judgement of the Test):

दिए गए सार्थकता स्तर के आधे  $0.025 = 2.5\%$  तथा  $3-1 = 2$  स्वातंत्र्य श्रेणी (Degree of Freedom) पर काई वर्ग ( $\chi^2$ ) का तालिका/सैद्धान्तिक मान 7.378 है जो काई वर्ग ( $\chi^2$ ) के आकलित मान 8.91 से कम है। अतः शून्य परिकल्पना अस्वीकार की जाती है।

अर्थात् तीनों कॉलेजों से चुने गए स्नातक कर्मचारियों का कार्य निष्पादन क्षमता समान नहीं है। खासकर कॉलेज B से चुने गए स्नातक कर्मचारियों का कार्य निष्पादन क्षमता काफी कम है। कम्पनी को कर्मचारियों के चुनाव के समय इसका ध्यान रखना होगा। इसके लिए या तो कम्पनी कॉलेज B से कर्मचारियों का चयन कम करेगा अथवा चयन प्रक्रिया की खामियों को दुरुस्त करेगा।

### 6.8.6. स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक (Spearman Rank Correlation Coefficient):

अंतराल और अनुपात समंकों के बीच आपस में रैखिक सम्बंधों की दिशा और प्रगाढ़ता की माप करने के लिए सह-सम्बंध गुणांक (Correlation Coefficient) की गणना की जाती है। क्रमागत समंकों (Ordinal Data) के बीच के सम्बंधों की दिशा और प्रगाढ़ता की जाँच के लिए स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध की गणना की जाती है। स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक को प्रायः  $\rho$  (Rho) द्वारा सूचित किया जाता है।

कोटि सह सम्बंध गुणांक का मान भी  $\pm 1$  के बीच में पाया जाता है।

कोटि सह सम्बंध गुणांक की गणना विधि:

कोटि सह सम्बंध गुणांक की गणना में दो तरह की स्थितियाँ होती हैं।

(a). जब चर मूल्यों में दुहराव नहीं होता है (There is no repeated Data in the series)।

सर्व प्रथम दोनों चरों के सभी मूल्यों को किसी एक क्रम में (आरोही या अवरोही) क्रम ( $\mathbf{R}_x$  तथा  $\mathbf{R}_y$ ) दिया जाता है।

अगले चरण में ( $\mathbf{R}_x$  तथा  $\mathbf{R}_y$ ) के बीच अंतर ( $\mathbf{D}$ ) ज्ञात किया जाता है।

इसके बाद सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

$$\text{सूत्र, } \rho_s = 1 - \frac{6 \sum D^2}{N(N^2-1)}$$

(b). जब चर मूल्यों में दुहराव होता है (There is repeated Data in the series)।

ऐसी स्थिति में सूत्र में निम्नलिखित समायोजन किया जाता है—

$$\rho_s = 1 - \frac{6[\sum D^2 + \frac{1}{12}(\sum m^3 - m)]}{N(N^2-1)}$$
$$= 1 - \frac{6[\sum D^2 + \frac{1}{12}\{(m_1^3 - m_1) + (m_2^3 - m_2) + (m_3^3 - m_3) + \dots + (m_k^3 - m_k)\}]}{N(N^2-1)}$$

जहाँ,  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_k$  श्रेणी में दुहराये गये पद मूल्यों की आवृत्तियाँ हैं।

स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक ( $\rho$ ) की सार्थकता की जाँच के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित तरीके से किया जाता है —

शून्य परिकल्पना  $\mathbf{H}_0: \rho = 0$

वैकल्पिक परिकल्पना  $\mathbf{H}_1: \rho \neq 0$

नोट: यहाँ, प्रतिदर्श के समंकों द्वारा आकलित कोटि सह-सम्बंध गुणांक को ( $\rho_s$ ) से तथा समग्र के समंकों के बीच कोटि सह-सम्बंध गुणांक को ( $\rho$ ) से सूचित किया गया है।

10 या 10 से बड़े आकार के प्रतिदर्शों के लिए स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक ( $\rho_s$ ) के प्रतिदर्श वितरण (**Sampling Distribution**) का

माध्य  $\mu_{\rho_s} = 0$  तथा

प्रमाप विचलन  $\sigma_{\rho_s} = \sqrt{\frac{1}{N-1}}$  होता है।

नोट: समग्र के समंकों के बीच शून्य कोटि सह-सम्बंध गुणांक की मान्यता यह प्रदर्शित करती है कि दोनों चरों के लिए दिए गए क्रम आपस में स्वतंत्र हैं।

परिकल्पनाओं की जाँच करने के लिए **Z** सांख्यिकी की गणना निम्नलिखित सूत्र द्वारा की जाती है –

$$Z = \frac{\rho_s - 0}{\sigma_{\rho_s}}$$

**जाँच का निर्णय (Judgement of the Test):**

दिए गए सार्थकता स्तर पर **Z** के आकलित मान और तालिका/सैद्धान्तिक मान की तुलना करके जाँच का निष्कर्ष निकाला जाता है। जब **Z** का आकलित मान तालिका/सैद्धान्तिक मान से अधिक होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है। अर्थात् दोनों चरों के बीच सार्थक कोटि सह-सम्बंध पाया जाता है।

**स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक जाँच विधि** की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया गया है—

**Example (6.8.10):** किसी कम्पनी में नियुक्ति के समय कर्मचारियों की कार्य क्षमता और दो वर्ष के बाद कार्य निष्पादन के बीच सम्बंध का अध्ययन करने के लिए 10 कर्मचारियों का चुनाव दैव प्रतिचयन विधि से किया जाता है। कर्मचारियों के कार्य क्षमता क्रमांक और निष्पादन क्रमांक तालिका संख्या (6.16) में दिया गया है। तालिका में दिए गए समंकों के आधार पर कर्मचारियों के कार्य क्षमता और कार्य निष्पादन के बीच कोटि सह-सम्बंध की सार्थकता की जाँच  $0.5 = 5\%$  सार्थकता स्तर पर करें।

**तालिका संख्या (6.8.16):** कर्मचारियों का कार्य क्षमता और कार्य निष्पादन क्रमांक का विवरण:

कर्मचारी	कार्य क्षमता क्रमांक	कार्य निष्पादन क्रमांक
A	2	1
B	4	3
C	7	5
D	1	6
E	6	7
F	3	4

G	10	9
H	9	8
I	8	10
J	5	2

हल:

नोट: प्रश्न में कार्य क्षमता क्रमांक और कार्य निष्पादन क्रमांक दिया है इसलिए इनको फिर से क्रम देने की जरूरत नहीं है। उपरोक्त समकों से स्पीरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक की गणना निम्न प्रकार से किया गया है—

तालिका संख्या (6.8.17)

कर्मचारी	कार्य क्षमता क्रमांक $R_X$	कार्य निष्पादन क्रमांक $R_Y$	$D = R_X - R_Y$	$D^2$
A	2	1	1	1
B	4	3	1	1
C	7	5	2	4
D	1	6	-5	25
E	6	7	-1	1
F	3	4	-1	1
G	10	9	1	1
H	9	8	1	1
I	8	10	-2	4
J	5	2	3	9
				$\sum D^2 = 48$

सूत्र से,

$$\rho_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 48}{10(100-1)} = 1 - \frac{288}{990}$$

$$= \frac{990-288}{990} = \frac{702}{990} = 0.71$$

स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक ( $\rho$ ) की सार्थकता की जाँच के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित तरीके से किया जाता है –

शून्य परिकल्पना  $H_0: \rho = 0$

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: \rho \neq 0$

नोट: यहाँ, प्रतिदर्श के समकों द्वारा आकलित कोटि सह-सम्बंध गुणांक को ( $\rho_s$ ) से तथा समग्र के समकों के बीच कोटि सह-सम्बंध गुणांक को ( $\rho$ ) से सूचित किया गया है।

10 या 10 से बड़े आकार के प्रतिदर्शों के लिए स्पीयरमैन कोटि सह-सम्बंध गुणांक ( $\rho_s$ ) के प्रतिदर्श वितरण (**Sampling Distribution**) का

माध्य  $\mu_{\rho_s} = 0$  तथा

$$\text{प्रमाप विचलन } \sigma_{\rho_s} = \sqrt{\frac{1}{10-1}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} = 0.33 \text{ है।}$$

नोट: समग्र के समकों के बीच शून्य कोटि सह-सम्बंध गुणांक की मान्यता यह प्रदर्शित करती है कि दोनों चरों के लिए दिए गए क्रम आपस में स्वतंत्र हैं।

परिकल्पनाओं की जाँच करने के लिए  $Z$  सांख्यिकी की गणना निम्नलिखित सूत्र द्वारा की गयी है –

$$Z = \frac{0.71-0}{0.33} = \frac{0.71}{0.33} = 2.15$$

**जाँच का निर्णय (Judgement of the Test):**

दिए गए सार्थकता स्तर पर  $Z$  के आकलित मान और तालिका/सैद्धान्तिक मान की तुलना करके जाँच का निष्कर्ष निकाला जाता है।

यहाँ,  $Z$  का आकलित मान (**2.15**), **5%** सार्थकता स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मान **1.96** से अधिक है अतः शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है। अर्थात् दोनों चरों के बीच सार्थक कोटि सह-सम्बंध पाया जाता है।

### 6.8.7 अनियमितता/दैविकता की जाँच के लिए रन्स जाँच (The Runs test for Randomness)

सांख्यिकीय शोध विधियों में दैव प्रतिचयन विधि को विशेष महत्व दिया जाता है। परिकल्पनाओं की जाँच के लिए भी स्थापित विभिन्न सांख्यिकीयों में भी प्रायः दैव प्रतिचयन की मान्यता मानी जाती है। दैव प्रतिचयन प्रक्रिया की जाँच के लिए रन्स जाँच (Runs Test) एक अप्राचालिक विधि है। इस जाँच के द्वारा किसी भी प्रतिदर्श के समकों के आधार पर उसकी प्रतिचयन विधि की दैविकता (Randomness) की जाँच की जाती है। साथ ही इस विधि के प्रयोग द्वारा प्रतिपगमन विश्लेषण (Regression Analysis) की एक महत्वपूर्ण मान्यता त्रुटि पदों (Error Terms) की दैविकता की जाँच भी कर सकते हैं।

नोट: सांख्यिकी में दैविकता और दैविक चरों के बारे में बार बार उल्लेख किया जाता है। उदाहरण के लिए सिक्कों को उछालना, पासों को फेंकना, ताश की गड्डी से पत्तियाँ निकालना आदि दैव घटनाएँ हैं। इन घटनाओं के अवलोकन से प्राप्त समंक दैव चर कहलाते हैं।

रन्स जाँच विधि की प्रक्रिया निम्नलिखित चरणों में पूरी की जाती है—

**सर्वप्रथम** प्रतिदर्श के समकों को दो श्रेणियों में विभाजित कर लेते हैं। उनका विभाजन गुणों अथवा आकार के आधार पर किया जा सकता है। उदाहरण के लिए यदि प्रतिदर्श में शामिल सदस्यों को लिंग के आधार पर स्त्री और पुरुष दो श्रेणियों में बाँटा जाता है। विभिन्न मूल्यों वाले समकों को किसी विशिष्ट मूल्य से बड़ा और छोटा दो श्रेणियों में बाँटा जाता है। प्रायः विशिष्ट मूल्य माध्यिका को मान लिया जाता है इसके आधार पर दो श्रेणियाँ बनायी जाती है: एक श्रेणी में माध्यिका से बड़े आकार के पदों को तथा दूसरी श्रेणी में माध्यिका से छोटे आकार के पदों को रखा जाता है।

दोनों श्रेणियों के सदस्यों अथवा पदों के लिए अलग अलग प्रतीक चिन्ह प्रदान किए जाते हैं। उदाहरण के लिए महिला सदस्यों को **F** तथा पुरुष सदस्यों को **M** से सूचित किया जाता है। इसी तरह माध्यिका से बड़े आकार के पदों को **A** से तथा माध्यिका से छोटे आकार के पदों को **B** से सूचित किया जाता है।

अगले चरण में प्रतिदर्श के सदस्यों को उपस्थिति के अनुसार उनके रन्स बनाया जाता है। केवल एक तरह के प्रतीक चिन्हों वाले सदस्यों के समूह को रन्स के रूप में परिभाषित किया जाता है। रन्स को **r** के द्वारा सूचित किया जाता है। उदाहरण के लिए किसी दुकान में एक घंटा के दौरान प्रवेश करने वाले ग्राहकों के दो श्रेणियों (महिलाओं और पुरुषों) के प्रतीक चिन्हों (**F and M**) को ग्राहकों की क्रमशः उपस्थिति के अनुसार सजाने पर कई रन्स बनते हैं। इसे निम्नलिखित रूप से स्पष्ट किया गया है —

**FF MMM F MM FFFF M FF MM FFF MMMMM FF M FFF**

उपरोक्त उदाहरण में महिला और पुरुष ग्राहकों के प्रवेश के अनुसार 13 रन्स बने हैं अर्थात्  $r = 13$  है। यहाँ 17 महिला ग्राहक तथा 14 पुरुष ग्राहक हैं। कुल ग्राहकों की संख्या 31 है।

नोट: एक रन्स में केवल एक ही श्रेणी के सदस्य होते हैं। एक रन्स में एक ही श्रेणी के एक अथवा अनेक सदस्य होते हैं।

सैद्धान्तिक रूप से इस जाँच में यह देखा जाता है कि प्रतिचयन प्रक्रिया में समग्र के सदस्यों को अच्छे से इस तरह से मिलाया (**Mixed**) गया है कि उनके चयन में कोई पैटर्न (**Pattern**) न बन सके। इसके लिए रन्स का बहुत कम या ज्यादा होना प्रतिचयन प्रक्रिया की दैविकता को खारिज करता है। उदाहरण के लिए,

(i). **MMMM FFFFF MMM** एक पैटर्न बना रहा है। यहाँ  $N_1 = 7$  (No. of Male) तथा  $N_2 = 5$  (No. of Female) और  $r = 3$  जो कि बहुत कम है। ऐसे में प्रतिचयन प्रक्रिया की दैविकता संदिग्ध है।

(ii). **M F M F M F M F M F M F** एक पैटर्न बना रहा है। यहाँ  $N_1 = 6$  (No. of Male) तथा  $N_2 = 6$  (No. of Female) और  $r = 12$  जो कि बहुत ज्यादा है। ऐसे में प्रतिचयन प्रक्रिया की दैविकता संदिग्ध है।

**रन्स जाँच के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित तरीके से किया जाता है—**

शून्य परिकल्पना  $H_0$ : प्रतिचयन की प्रक्रिया दैवीय है।

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1$ : प्रतिचयन की प्रक्रिया दैवीय नहीं है।

प्रतिचयन प्रक्रिया की दैविकता  $N_1$ ,  $N_2$  तथा  $r$  के आधार पर निश्चित सार्थकता स्तर (प्रायः 5 %) के लिए तालिका द्वारा निर्धारित होता है। जब  $r$  का मान तालिका द्वारा तय निम्न सीमा और उच्च सीमा के बीच में आता है तब शून्य परिकल्पना  $H_0$ : स्वीकार कर ली जाती है। इसके विपरीत जब  $r$  का मान तालिका द्वारा तय निम्न सीमा और उच्च सीमा के बाहर आता है तब शून्य परिकल्पना  $H_0$ : अस्वीकार कर ली जाती है यानि वैकल्पिक परिकल्पना स्वीकार कर ली जाती है।

छोटे आकार के प्रतिदर्श जब  $N_1$ ,  $N_2$  दोनों का मान 20 से कम होता है के लिए रन्स जाँच की प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरणों द्वारा स्पष्ट किया गया है—

(i). श्रेणिगत (Categorical) समकों वाले प्रतिदर्शों की दैविकता की जाँच: किसी दुकान में एक निश्चित अवधि में प्रवेश करने वाले ग्राहकों को स्त्री/पुरुष के रूप में वर्गीकृत करके उनका रन्स बनाने पर निम्नलिखित परिणाम आता है—

पुरुष/सत्री	M	FFF	MMM	FF	MMM
रन्स की संख्या	1	2	3	4	5

उपरोक्त तालिका में  $N_1 = 7$  (No. of Male) तथा  $N_2 = 5$  (No. of Female) तथा रन्स  $r = 5$  है। नीचे दिए गए जाँच तालिका में  $N_1 = 7$  तथा  $N_2 = 5$  के लिए 5 प्रतिशत सार्थकता स्तर पर रन्स की निम्न सीमा 3 तथा उच्च सीमा 11 है।

उदाहरण में ज्ञात रन्स की संख्या 5 है जो जाँच के लिए निर्धारित निम्न सीमा और उच्च सीमा के बीच में है इसलिए शून्य परिकल्पना स्वीकार कर ली जाती है। अर्थात् उदाहरण के अनुसार एक निश्चित समय में स्त्री और पुरुष ग्राहकों का प्रवेश करने का क्रम दैवीय है।

(ii). अंकात्मक समकों वाले प्रतिदर्शों की दैविकता की जाँच: सर्वप्रथम अंकात्मक समकों को माध्यिका के मान से अधिक तथा कम के रूप में चिन्हित किया जाता है। प्रायः माध्यिका के मान से अधिक मूल्य वाले पदों को A द्वारा तथा कम मूल्य वाले पदों को B के द्वारा चिन्हित किया जाता है।

इसके बाद दिए गए समकों से क्रमानुसार रन्स बनाया जाता है। इसके आधार पर A की संख्या को  $N_1$  तथा B की संख्या को  $N_2$  मानते हुए रन्स तालिका से निम्न सीमा और उच्च सीमा निर्धारित करके उसकी तुलना ज्ञात रन्स से करके जाँच का निर्णय किया जाता है।

(iii). प्रतीपगमान विश्लेषण में त्रुटि चर की दैविकता की जाँच: प्रतीपगमन विश्लेषण में चरों के बीच सम्बंधों के आकलन के लिए प्रयोग की जाने वाली साधारण वर्ग विधि (Ordinary Least Square Method) की एक प्रमुख मान्यता त्रुटि पदों (Error Terms) का दैवीय वितरण होना है। इसकी जाँच के लिए भी रन्स जाँच विधि का प्रयोग किया जा सकता है।

इसके लिए सर्वप्रथम चरों के बीच के सम्बंधों को साधारण वर्ग रीति से आकलित किया जाता है।

$$Y = \hat{a} + \hat{b}X + e = \hat{Y} + e$$

$$\text{Or, } Y - \hat{Y} = e$$

$$\text{यहाँ, } \hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X$$

तथा  $e$  त्रुटि चर है।



$\hat{a}$  तथा  $\hat{b}$  दोनों चरों (  $X$  तथा  $Y$  के मध्य सम्बंधों को निधारित करने वाले गुणंक हैं जिनका आकलन साधारण वर्ग विधि से किया गया है।

अगले चरण में त्रुटि चर  $e$  के मूल्यों को ज्ञात किया जाता है। जहाँ,  $Y - \hat{Y} = e$  है।

फिर त्रुटि चर  $e$  के मूल्यों को उसकी माध्यिका से बड़े और छोटे के आधार पर दो श्रणियों में विभाजित कर चिन्हित कर लिया जाता है। मध्यिका से बड़े पदों को  $A$  से तथा छोटे पदों को  $B$  से चिन्हित करके उनके क्रमानुसार रन्स बना लिए जाते हैं।

बड़े पदों की संख्या को  $N_1$  तथा छोटे पदों की संख्या को  $N_2$  तथा ज्ञात रन्स की संख्या के आधार पर रन्स जाँच तालिका का प्रयोग करते हुए जाँच का निर्णय कर लिया जाता है।

Table M Critical Values of  $r$  in the Runs Test

Table M1 and Table M2 contain various critical values of  $r$  for various values of  $n_1$  and  $n_2$ . For the one-sample runs test, any value of  $r$  that is equal to or smaller than that shown in Table M1 or equal to or larger than that shown in Table M2 is significant at the 0.05 level.

Table M1

$n_1 \backslash n_2$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
5			2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
6		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
7		2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
8		2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
10		2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9
11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	9	9	10	10	10	10
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	11	11
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	11	11	12
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14

Table M2

$n_1 \backslash n_2$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2																			
3																			
4				9	9														
5			9	10	10	11	11												
6			9	10	11	12	12	13	13	13	13								
7				11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15					
8					11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	17	17	17	17	17
9						13	14	14	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18
10							13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20
11								13	14	15	16	17	17	18	19	19	20	20	21
12									13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21
13										15	16	17	18	19	19	20	20	21	22
14											15	16	17	18	19	20	20	21	22
15												15	16	18	18	19	20	21	22
16													17	18	19	20	21	21	22
17														17	18	19	20	21	22
18															17	18	19	20	21
19																17	18	20	21
20																	17	18	20

### बड़े प्रतिदर्शों के लिए रन्स जाँच विधि (Runs Test):

यदि प्रतिदर्श की विभाजित दोनों श्रेणियों का आकार 20 से अधिक होता है तब रन्स का प्रतिदर्श वितरण (Sampling Distribution) लगभग समान वितरण (Normal Distribution) को प्राप्त कर जाता है।

$$\text{जिसका माध्य } \mu_r = \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1$$

$$\text{तथा प्रमाप विचलन } \sigma_r = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)}} \text{ है।}$$

$$\text{इसके लिए जाँच की सांख्यिकी } Z = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \text{ है।}$$

रन्स जाँच के लिए परिकल्पनाओं का निर्माण निम्नलिखित तरीके से किया जाता है—

शून्य परिकल्पना  $H_0$ : प्रतिचयन की प्रक्रिया दैवीय है।

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1$ : प्रतिचयन की प्रक्रिया दैवीय नहीं है।

जाँच का निर्णय  $Z$  के आकलित मान और निश्चित सार्थकता स्तर पर तालिका मान की तुलना करके किया जाता है।

5% सार्थकता स्तर पर द्विपक्षीय जाँच के लिए  $Z$  का मान 1.96 तथा 1% सार्थकता स्तर पर द्विपक्षीय जाँच के लिए  $Z$  का मान 2.58 होता है।

#### 6.8.8 सारांश (Summary):

परिकल्पना परीक्षण की प्राचल विधियों का प्रयोग करने के लिए प्रमुख शर्तें निम्नलिखित हैं—

- (i). समग्र का सामान्य रूप से वितरित होना।
- (ii). प्रतिदर्श के लिए दैव प्रतिचयन विधि का प्रयोग करना।
- (iii). चरों से सम्बंधित समंकों को मापने के लिए अंतराल अथवा अनुपात पैमाने का प्रयोग किया गया हो।

व्यवहार में जब उपरोक्त शर्तें पूरी नहीं होती हैं तब सांख्यिकी में परिकल्पनाओं की जाँच करने के लिए कुछ अप्राचल विधियों का प्रयोग किया जाता है। इसके प्रयोग के लिए समंकों को मापने के लिए अंतराल या अनुपात पैमाने का प्रयोग करना अनिवार्य शर्त नहीं है। इस विधि में प्रतीकात्मक और क्रमांक पैमाने (Nominal and Ordinal Scale) द्वारा मापे गए चरों द्वारा भी परिकल्पनाओं की जाँच की जा सकती है। प्रायः व्यवहार में दैव प्रतिचयन की बजाए अन्य सुविधाजनक प्रतिचयन विधियों का प्रयोग भी किया जाता है। ऐसे में कुछ गैर प्राचल विधियों (Non Parametric Methods) का प्रयोग किया जाता है।

#### 6.8.9 अभ्यास प्रश्न (Questions for Exercise):

1. समान संख्या में उत्पादन करने वाले दो मशीनों द्वारा उत्पादित वस्तुओं की 12 दिनों तक निगरानी करने के उपरांत पाये गए त्रुटिपूर्ण वस्तुओं का विवरण निम्नलिखित तालिका में दिया गया है:

तालिका संख्या (6.8.18): त्रुटिपूर्ण वस्तुओं का विवरण।

थदन	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
प्रथम मशीन	47	56	54	49	36	48	51	38	61	49	56	52
द्वितीय मशीन	71	63	45	64	50	55	42	46	53	57	75	60

इनके आधार पर दोनों मशीनों की गुणवत्ता में अन्तर की जाँच के लिए चिन्ह जाँच (**Sign Test**) विधि का प्रयोग करें।

2. दो अलग अलग धातुओं से निर्मित तारों (**Cables**) की वजन सहने की शक्ति को मापने के लिए किए गए प्रयोग में प्रथम तार के 8 नमूने तथा द्वितीय तार के 10 नमूने की जाँच का विवरण निम्नलिखित तालिका में दी गयी है:

तालिका संख्या (6.8.18): तारों (**Cables**) की वजन सहने की शक्ति का विवरण।

प्रथम तार की शक्ति (kg)	18.3	16.4	22.7	17.8	18.9	25.3	16.1	24.2		
द्वितीय तार की शक्ति (kg)	12.6	14.1	20.5	10.7	15.6	19.9	12.9	15.2	11.8	14.

इनके आधार पर दोनों तारों की गुणवत्ता में अन्तर की जाँच के लिए मन व्हिटनी (**Mann-Whitney**) विधि का प्रयोग करें।

#### 6.8.10 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (**Bibliography**):

Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). "Statistics for Business and Economics", Eleventh Edition, Cengage Learning.

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

Damodar N. Gujarati (19995). "Basic Econometrics", Third Edition, Mc Graw Hill International Edition.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Derek Rowntree (1981). "Statistics Without Tears: A Primer for Non-Mathematicians", Charles Scribner's Sons, New York.

Francis A. (1998). "Business Mathematics and Statistics", Fifth Edition, Letts Educational Aldine Place London.

Gupta S. P. And P. K. (2018). "Business Statistics and Business Mathematics", Sultan Chand and Sons Educational Publishers, New Delhi.

Koutsoyiannis A. (1972). "Theory of Econometrics", Second Edition, Palgrave.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). “Designing and Managing a Research Project” Sage Publication, Inc.

Murray A Spiegel and Larry J Stephens (2010). Fourth Edition (Special Indian Edition), “Statistics”, Schaum’s Outlines, Tata Mc Graw Hill Education Private Limited, New Delhi.

Nadar E. Narayanan (2015) “Statistics”, Second Edition, PHI Learning Private Limited, Delhi-110092.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). “Scientific Social Survey and Research” Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Rafael J. Engel and Russell K. Schutt (2009). “The Practice of Research in Social Work”, Second Edition, Sage Publications.

Ranjeet Kumar (2014). “Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners”, Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

S. Sampath (2006). “Sampling Theory and Methods”, Narosa Publishing House, New delhi.

Taro Yamane (1970). “Statistics An Introductory Analysis”, Second Edition (A Harper International Edition), Jointly Published by- Harper and ROW, New York, Evanston and London and John Weather Hill, INC., Tokyo.

## 6—परिशिष्ट (Appendix):

### परिकल्पना की जाँच की सामान्य बातें (Basics of testing Hypothesis)

सांख्यिकी में जब छोटे समूह प्रतिदर्श (Sample) का अध्ययन करके समग्र के बारे में निष्कर्ष दिया जाता है तब इसे अनुमानिक अध्ययन (Inferential Study) कहते हैं।

**निर्धारक बनाम सांख्यिकी (Parameters versus Statistics):** समग्र (Population) के विशिष्ट मूल्यों को निर्धारक (Parameters) तथा प्रतिदर्श के विशिष्ट मूल्यों को सांख्यिकी (Statistics) कहा जाता है। इनमें अन्तर स्पष्ट करने के लिए दोनों को अलग अलग प्रतिकों द्वारा व्यक्त किया जाता है। उदाहरण के लिए, समग्र के माध्य को  $\mu$  (mu = म्यू) तथा प्रतिदर्श के माध्य को  $\bar{X}$  द्वारा व्यक्त किया जाता है। इसी तरह समग्र के विचलन गुणांक को  $\sigma$  (sigma = सिग्मा) द्वारा व्यक्त किया जाता है।

हर समग्र का एक निर्धारित वितरण होता है। हर वितरण के कुछ निर्धारित प्राचल (Parameters) होते हैं। एकल चर (Uni Variate) वाले समग्र के दो महत्वपूर्ण प्राचल माध्य और प्रसरण (Population Mean and Variance) हैं। द्विचर अथवा बहु-चर (Bi Variate or Multi variate) समग्र के महत्वपूर्ण प्राचलों में माध्य, प्रसरण के अलावा सह-प्रसरण (Mean, Variance and Co-Variations) भी होता है। इसके अतिरिक्त माध्य विचलन, विषमता की मापें तथा पृथुशीर्षत्व की मापें भी होती हैं।

उदाहरण के लिए, किसी कालेज के 5000 विद्यार्थियों में से 50 विद्यार्थियों का अध्ययन करके सभी के बारे में निष्कर्ष दिया जाता है। परिकल्पना की जाँच में दो तरह की प्रक्रिया होती है—

(a). प्रतिदर्श के 50 विद्यार्थियों से ज्ञात माध्य और प्रमाप विचलन के आधार पर 5000 विद्यार्थियों के माध्य और प्रमाप विचलन का अनुमान लगाया जाता है।

(b). 5000 विद्यार्थियों के समग्र के पूर्व ज्ञात माध्य और प्रमाप विचलन से तुलना करके यह तय किया जाता है कि वर्तमान 50 विद्यार्थियों का प्रतिदर्श ज्ञात समग्र का अंश है या नहीं।

● परिकल्पना की जाँच के पीछे का तर्क (**Logic behind the testing hypothesis**) समग्र और प्रतिदर्श के बीच सम्बंध को निम्नलिखित तीन बिन्दुओं से स्थापित किया जाता है—

जिसे केन्द्रीय सीमा प्रमेय (**Central Limit Theorem**) के नाम से जाना जाता है।

**Central Limit theorem (i).** यदि समग्र का वितरण सामान्य है या प्रतिदर्श का आकार बड़ा है तब प्रतिदर्श के माध्य का वितरण भी सामान्य होता है।

**Central Limit theorem (ii).** यदि एक ही समग्र से कई प्रतिदर्श लेकर सबका माध्य और विचलन ज्ञात किया जाए तब इन सभी माध्यों का माध्य समग्रके माध्य के बराबर होता है। अर्थात् किसी समग्र से 10 प्रतिदर्श लेकर उनका माध्य  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_{10}$  ज्ञात किया जाए तब,

$$\mu = \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2 + N_3\bar{X}_3 + \dots + N_{10}\bar{X}_{10}}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_{10}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \dots + \bar{X}_{10}}{10}$$

जहाँ,  $\mu$  समग्र का माध्य है। तथा  $N_1, N_2, N_3, \dots, N_{10}$  क्रमशः प्रतिदर्शों का आकार है।

**Central Limit theorem (iii).** यदि समग्र का प्रमाप विचलन  $\sigma$  और प्रतिदर्श का प्रमाप विचलन  $\sigma_{\bar{x}}$  है तब,

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

जहाँ,  $N$  समग्र का आकार तथा  $n$  प्रतिदर्श का आकार है। बड़े आकार के समग्र के लिए  $(N - n)/(N - 1) \approx 1$ .

नोट: यदि प्रतिदर्श के लिए केवल एक सदस्य का चुनाव किया जाता है तब समग्र का प्रमाप विचलन और प्रतिदर्श का प्रमाप विचलन समान होता है।

यदि प्रतिदर्श में समग्र के सभी सदस्यों का चुनाव कर लिया जाता है तब प्रतिदर्श के प्रमाप विचलन का मान शून्य हो जाता है। प्रतिदर्श का आकार बढ़ने से  $(N - n)/(N - 1)$  का मान घटता है।

एक चरीय विश्लेषण (**Univariate Analysis**) के अन्तर्गत माध्य और अनुपात की सार्थकता की जाँच की जाती है। जबकि द्वि-चरीय या बहु-चरीय विश्लेषण के अन्तर्गत प्रतीपगमन गुणांकों तथा सह सम्बंध गुणांक की सार्थकता की जाँच की जाती है।

सार्थकता जाँच के प्रमुख बिन्दु निम्नलिखित हैं—

(क). जाँच का स्वरूप तय करना: इसमें यह तय किया जाता है कि आकलित सांख्यिकी (माध्य या प्रतीपगमन गुणांक इत्यादि) का मान तथा किसी तय मूल्य से उसका अन्तर शून्य से अलग है या नहीं?

दूसरी तरह की जाँच में यह तय किया जाता है कि प्रतिदर्श से आकलित सांख्यिकी किसी पूर्व निर्धारित मूल्य से अधिक या कम है?

**द्विपक्षीय जाँच (Two Tailed Test):** इसके लिए सार्थकता स्तर (Level of Significance) को दो भागों में बाँट दिया जाता है। उदाहरण के लिए, किसी प्रतिदर्श का सांख्यिकी/माध्य,  $\bar{X}$  किसी पूर्व निर्धारित मूल्य  $a$  के बराबर है या नहीं?

इस बात को दो तरह से व्यक्त किया जा सकता है—

$$\bar{X} = a \text{ या } (\bar{X} - a) = 0$$

**एक पक्षीय जाँच (One Tailed Test):** दूसरी तरह की जाँच यह होती है जिसमें यह तय किया जाता है कि प्रतिदर्श का सांख्यिकी/माध्य,  $\bar{X}$  किसी पूर्व निर्धारित मूल्य  $a$  से बड़ा या छोटा है?

इस बात को दो तरह से व्यक्त किया जा सकता है—

$$\bar{X} > a \text{ या } (\bar{X} - a) > 0$$

$$\bar{X} < a \text{ या } (\bar{X} - a) < 0$$

इस तरह की जाँच में पूर्ण सार्थकता स्तर (Level of Significance) का प्रयोग किया जाता है।

**अर्थात् सर्वप्रथम यह तय किया जाता है कि एक पक्षीय जाँच करनी है या द्विपक्षीय (Choice between One Tailed Test and Two tailed Test)**

**(ख). सार्थकता स्तर (Level of Significance):** सार्थकता स्तर जाँच में मान्य त्रुटि की सम्भावना को इंगित करता है। इसे प्रायः  $\alpha$  से सूचित किया जाता है। इसके विपरीत विश्वास स्तर (Confidence Level) को  $\beta$  से सूचित किया जाता है। जहाँ  $\alpha$  तथा  $\beta$  को प्रतिशत या दशमलव में व्यक्त करते हैं।

$$(\alpha + \beta = 1) \text{ या } (\alpha\% + \beta\% = 100)$$

सार्थकता स्तर का उपयोग टेस्ट के अंत में सैद्धान्तिक तालिका देखने के लिए किया जाता है।

**(ग) परिकल्पना का निर्माण (Making Hypothesis):** परिकल्पना की जाँच के लिए एक महत्वपूर्ण कड़ी है परिकल्पना का निर्माण। जो दो प्रकार के होते हैं—

शून्य परिकल्पना— इसमें किसी विचार के अस्तित्व को नकार दिया जाता है। इसलिए इसे शून्य परिकल्पना कहते हैं। इसे  $H_0$  से सूचित किया जाता है।

शून्य परिकल्पना के विकल्प में जो परिकल्पना रहती है इसे वैकल्पिक परिकल्पना कहते हैं। इसे  $H_1$  द्वारा सूचित करते हैं।

दोनों परिकल्पनाओं में से एक सही होती है तब दूसरी अपने आप गलत हो जाती है।

उदाहरण के लिए,

शून्य परिकल्पना  $H_0: \bar{X} = 0$  तथा

वैकल्पिक परिकल्पना  $H_1: \bar{X} \neq 0$

### (घ). यथोचित टेस्ट का चुनाव: (Choosing Appropriate Test)

**t- test और z-test** दोनों का प्रयोग दो माध्यों या प्रतिपगमन गुणांकों के बीच के अन्तर को जाँचने के लिए किया जाता है। छोटे प्रतिदर्श ( $N < 30$ ) के लिए t- test तथा बड़े प्रतिदर्श ( $N \geq 30$ ) के लिए z- test का उपयोग किया जाता है।

**F- test** को Analysis of Variance भी कहते हैं। इसका उपयोग दो माध्यों में अन्तर की जाँच के लिए किया जाता है।

इसका उपयोग बहु-चरीय प्रतिपगमन रेखा के सभी गुणांकों की सार्थकता की जाँच एक साथ (Over all Test) करने के लिए किया जाता है।

**काई वर्ग जाँच {Chi Square; ( $\chi^2$ ) test}** – इसका प्रयोग सैद्धान्तिक और अवलोकित आवृत्तियों में अन्तर की जाँच के लिए किया जाता है। इसलिए इसको समानुक्तता की जाँच (Goodness of Fit Test) भी कहा जाता है।

● **t- test, z-test और F- test** का प्रयोग माध्यों (Means) के बीच के अन्तर की जाँच करने के लिए किया जाता है जबकि ( $\chi^2$ ) test का प्रयोग प्रसरणों (Variances) के बीच के अन्तर की जाँच करने के लिए किया जाता है।

**सहसम्बंध गुणांक (Correlation Coefficient)** की सार्थकता की जाँच के लिए सामान्यतः यह जाँचा जाता है कि गणना में प्राप्त सह सम्बंध गुणांक का मूल्य वास्तव में शून्य से अलग है या नहीं? सामान्यतः 30 से बड़े प्रतिदर्श के लिए z – test तथा 30 से छोटे प्रतिदर्श के लिए t – test

यदि z का मान 1.96 से अधिक होता है तब r का मान 5% सार्थक स्तर ( 5% level of significance) पर शून्य से अलग माना जाता है।

यदि z का मान 2.57 से अधिक होता है तब r का मान 1% सार्थक स्तर (1% level of significance) पर शून्य से अलग माना जाता है।

### A-6. प्रमाप विचलन (Standard deviation) और प्रमाप त्रुटि (Standard Error) में अन्तर

पाठकों को प्रमाप विचलन (Standard deviation) और प्रमाप त्रुटि (Standard Error) के बीच के अन्तर को समझ लेना चाहिए।

**प्रमाप विचलन (Standard deviation)** की गणना में प्रतिदर्श के माध्य का प्रयोग होता है जबकि **प्रमाप त्रुटि (Standard Error)** की गणना में समग्र के माध्य का प्रयोग होता है। दूसरी बात कि (**Standard deviation**) की गणना में माध्य से विचलन के वर्गों के योग को प्रतिदर्श के समकों की संख्या (N) से भाग देते हैं जबकि प्रमाप त्रुटि (**Standard Error**) की गणना में माध्य से विचलन के वर्गों के योग को स्वातंत्रता क्रम ( $N - K$ ) से भाग देते हैं। जहाँ, **K** निर्धारकों की संख्या (**Number of Parameters**) है।

जब प्रतिदर्श के सांख्यिकी (**Statistic**) समग्र के निर्धारक (**Parameter**) के झुकाव रहित आकलन (**Unbiased Estimates**) हो तथा समकों की संख्या ज्यादा होती है तब ( $N - K$ ) तथा (N) का अन्तर कम होता है इस स्थिति में प्रमाप विचलन और प्रमाप त्रुटि का मान लगभग समान होता है।

**क्रांतिक क्षेत्र (Critical Region):**



प्रमाप विचलन (Standard Deviation): किसी श्रेणी के लिए प्रमाप विचलन की गणना की जाती है।

प्रमाप त्रुटि (Standard Error): किसी श्रेणी से आकलित गुणकों/प्राचालों (Estimates/Coefficients) के प्रमाप विचलन को प्रमाप त्रुटि कहते हैं। उदाहरण के लिए माध्य के प्रमाप विचलन को प्रमाप त्रुटि कहेंगे।

स्वातंत्र श्रेणी (Degree of Freedom):

सार्थकता स्तर (Level of Significance): सार्थकता स्तर शून्य परिकल्पना को नकारने जाने की अधिकतम सम्भावना को व्यक्त करता है। इसे प्रायः अल्फा ( $\alpha$ ) द्वारा सूचित करते हैं।

विश्वास सीमा/ अंतराल (Confidence Limit/Interval): विश्वास सीमा या अंतराल से यह ज्ञात होता है कि समग्र के प्राचाल की उस पारिभाषित सीमा में रहने की एक निश्चित सम्भावना है। इसे प्रायः बीटा ( $\beta$ ) द्वारा सूचित करते हैं।

जाँच का निर्णय (Judgement of Test):

जाँच का निर्णय करने के लिए प्रायः दो दृष्टिकोण अपनाये जाते हैं—

(i). प्रायिकता मान दृष्टिकोण (P- Value Approach): इस तरह के दृष्टिकोण प्रायः सॉफ्टवेयर द्वारा की गयी गणनाओं में अपनायी जाती है। इसमें शून्य परिकल्पना को अस्वीकार करने की सटीक सम्भावना की गणना की जाती है। उदाहरण के लिए, यदि **P** का मान **0.0132** है तो इसका मतलब यह है कि शून्य परिकल्पना को अस्वीकार करने की सटीक सम्भावना **0.0132 = 1.32%** है। **P** मान की गणना करने में भी जाँच सांख्यिकी के मान का उपयोग किया जाता है।

इस विधि के प्रयोग में शून्य परिकल्पना को अस्वीकार करने का सामान्य नियम निम्नलिखित है —

**Reject  $H_0$  if,  $p\text{-value} \leq \alpha$**

अर्थात्, जब **P** का मान सार्थकता स्तर के बराबर या कम हो तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार करते हैं।

(ii). क्रांतिक मान दृष्टिकोण (Critical Value Approach): इस तरह के दृष्टिकोण में शून्य परिकल्पना के बारे में निर्णय प्रायः तालिका देखकर किया जाता है। इस विधि में सार्थकता स्तर पूर्व निर्धारित होती है। इस विधि में जाँच सांख्यिकी (Test Statistics) के आकलित मूल्य और दिए गए सार्थकता स्तर पर तालिका/सैद्धान्तिक मूल्य की तुलना करके जाँच का निष्कर्ष निकाला जाता है। इस विधि के प्रयोग में शून्य परिकल्पना को अस्वीकार करने का सामान्य नियम निम्नलिखित है —

**Reject  $H_0$  if, Calculated Value  $\leq$  Table Value**

अर्थात्, जाँच सांख्यिकी का आकलित मान तालिका/सैद्धान्तिक मान से कम होता है तब शून्य परिकल्पना को अस्वीकार किया जाता है।

## Binomial Probabilities Table

TABLE 5 BINOMIAL PROBABILITIES

Entries in the table give the probability of  $x$  successes in  $n$  trials of a binomial experiment, where  $p$  is the probability of a success on one trial. For example, with six trials and  $p = .05$ , the probability of two successes is .0305.

$n$	$x$	$p$								
		.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
2	0	.9801	.9604	.9409	.9216	.9025	.8836	.8649	.8464	.8281
	1	.0198	.0392	.0582	.0768	.0950	.1128	.1302	.1472	.1638
	2	.0001	.0004	.0009	.0016	.0025	.0036	.0049	.0064	.0081
3	0	.9703	.9412	.9127	.8847	.8574	.8306	.8044	.7787	.7536
	1	.0294	.0576	.0847	.1106	.1354	.1590	.1816	.2031	.2236
	2	.0003	.0012	.0026	.0046	.0071	.0102	.0137	.0177	.0221
	3	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0007
4	0	.9606	.9224	.8853	.8493	.8145	.7807	.7481	.7164	.6857
	1	.0388	.0753	.1095	.1416	.1715	.1993	.2252	.2492	.2713
	2	.0006	.0023	.0051	.0088	.0135	.0191	.0254	.0325	.0402
	3	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0008	.0013	.0019	.0027
	4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
5	0	.9510	.9039	.8587	.8154	.7738	.7339	.6957	.6591	.6240
	1	.0480	.0922	.1328	.1699	.2036	.2342	.2618	.2866	.3086
	2	.0010	.0038	.0082	.0142	.0214	.0299	.0394	.0498	.0610
	3	.0000	.0001	.0003	.0006	.0011	.0019	.0030	.0043	.0060
	4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003
	5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
6	0	.9415	.8858	.8330	.7828	.7351	.6899	.6470	.6064	.5679
	1	.0571	.1085	.1546	.1957	.2321	.2642	.2922	.3164	.3370
	2	.0014	.0055	.0120	.0204	.0305	.0422	.0550	.0688	.0833
	3	.0000	.0002	.0005	.0011	.0021	.0036	.0055	.0080	.0110
	4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008
	5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
7	0	.9321	.8681	.8080	.7514	.6983	.6485	.6017	.5578	.5168
	1	.0659	.1240	.1749	.2192	.2573	.2897	.3170	.3396	.3578
	2	.0020	.0076	.0162	.0274	.0406	.0555	.0716	.0886	.1061
	3	.0000	.0003	.0008	.0019	.0036	.0059	.0090	.0128	.0175
	4	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007	.0011	.0017
	5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
8	0	.9227	.8508	.7837	.7214	.6634	.6096	.5596	.5132	.4703
	1	.0746	.1389	.1939	.2405	.2793	.3113	.3370	.3570	.3721
	2	.0026	.0099	.0210	.0351	.0515	.0695	.0888	.1087	.1288
	3	.0001	.0004	.0013	.0029	.0054	.0089	.0134	.0189	.0255
	4	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007	.0013	.0021	.0031
	5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

TABLE 5 BINOMIAL PROBABILITIES (Continued)

n	x	p								
		.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
9	0	.9135	.8337	.7602	.6925	.6302	.5730	.5204	.4722	.4279
	1	.0830	.1531	.2116	.2597	.2985	.3292	.3525	.3695	.3809
	2	.0034	.0125	.0262	.0433	.0629	.0840	.1061	.1285	.1507
	3	.0001	.0006	.0019	.0042	.0077	.0125	.0186	.0261	.0348
	4	.0000	.0000	.0001	.0003	.0006	.0012	.0021	.0034	.0052
	5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
10	0	.9044	.8171	.7374	.6648	.5987	.5386	.4840	.4344	.3894
	1	.0914	.1667	.2281	.2770	.3151	.3438	.3643	.3777	.3851
	2	.0042	.0153	.0317	.0519	.0746	.0988	.1234	.1478	.1714
	3	.0001	.0008	.0026	.0058	.0105	.0168	.0248	.0343	.0452
	4	.0000	.0000	.0001	.0004	.0010	.0019	.0033	.0052	.0078
	5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0005	.0009
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
12	0	.8864	.7847	.6938	.6127	.5404	.4759	.4186	.3677	.3225
	1	.1074	.1922	.2575	.3064	.3413	.3645	.3781	.3837	.3827
	2	.0060	.0216	.0438	.0702	.0988	.1280	.1565	.1835	.2082
	3	.0002	.0015	.0045	.0098	.0173	.0272	.0393	.0532	.0686
	4	.0000	.0001	.0003	.0009	.0021	.0039	.0067	.0104	.0153
	5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0008	.0014	.0024
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
15	0	.8601	.7386	.6333	.5421	.4633	.3953	.3367	.2863	.2430
	1	.1303	.2261	.2938	.3388	.3658	.3785	.3801	.3734	.3605
	2	.0092	.0323	.0636	.0988	.1348	.1691	.2003	.2273	.2496
	3	.0004	.0029	.0085	.0178	.0307	.0468	.0653	.0857	.1070
	4	.0000	.0002	.0008	.0022	.0049	.0090	.0148	.0223	.0317
	5	.0000	.0000	.0001	.0002	.0006	.0013	.0024	.0043	.0069
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0006	.0011
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	

TABLE 5 BINOMIAL PROBABILITIES (Continued)

<i>n</i>	<i>x</i>	<i>p</i>								
		.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
18	0	.8345	.6951	.5780	.4796	.3972	.3283	.2708	.2229	.1831
	1	.1517	.2554	.3217	.3597	.3763	.3772	.3669	.3489	.3260
	2	.0130	.0443	.0846	.1274	.1683	.2047	.2348	.2579	.2741
	3	.0007	.0048	.0140	.0283	.0473	.0697	.0942	.1196	.1446
	4	.0000	.0004	.0016	.0044	.0093	.0167	.0266	.0390	.0536
	5	.0000	.0000	.0001	.0005	.0014	.0030	.0056	.0095	.0148
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0002	.0004	.0009	.0018	.0032
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0005
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	18	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
20	0	.8179	.6676	.5438	.4420	.3585	.2901	.2342	.1887	.1516
	1	.1652	.2725	.3364	.3683	.3774	.3703	.3526	.3282	.3000
	2	.0159	.0528	.0988	.1458	.1887	.2246	.2521	.2711	.2818
	3	.0010	.0065	.0183	.0364	.0596	.0860	.1139	.1414	.1672
	4	.0000	.0006	.0024	.0065	.0133	.0233	.0364	.0523	.0703
	5	.0000	.0000	.0002	.0009	.0022	.0048	.0088	.0145	.0222
	6	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0008	.0017	.0032	.0055
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0011
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	18	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	19	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	20	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

**Source:** Anderson D. R., Sweeney D. J., Williams T. A. (2011). "Statistics for Business and Economics", Eleventh Edition, Cengage Learning, Page No. 929-31.

## इकाई – 1: प्रतिवेदन का अर्थ, महत्व एवं प्रकार (Meaning, Importance and Types of Report)

इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

7.1.0 उद्देश्य (Objectives):

7.1.1 परिचय (Introduction):

7.1.2 प्रतिवेदन का अर्थ (Meaning of Report):

7.1.3 प्रतिवेदन का महत्व (Importance of Report):

7.1.4 प्रतिवेदन के प्रकार (Types of Report):

7.1.5 शोध प्रतिवेदन का प्रारूप (Format of the Research Report):

7.1.6 अच्छे शोध प्रतिवेदन की कसौटियाँ (Criteria for a good Research Report):

7.1.7 सारांश (Summary):

7.1.8 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

7.1.9 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Useful Books/Bibliography):

7.1.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रतिवेदन का अर्थ
- प्रतिवेदन का महत्व
- प्रतिवेदन के प्रकार

7.1.1.परिचय (Introduction):

जब शोध के निर्धारित विभिन्न चरण पूरे हो जाते हैं तब उसको अध्ययन या मूल्यांकन एवं उपयोग के लिए प्रस्तुत किया जाता है। इसके लिए शोध कार्य के सभी महत्वपूर्ण बिन्दुओं को लिखित रूप से व्यवस्थित करके तैयार किया जाता है। शोधकार्य के अंतिम रूप से लिखित स्वरूप को प्रतिवेदन (Report) या दस्तावेज कहते हैं। सामान्यतः प्रतिवेदन में शोध कार्य प्रारम्भ करने से लेकर उसके सफल संचालन के साथ अंत/निष्कर्ष तक की सारी घटनाओं, अनुभवों एवं बाधाओं आदि को एक निर्धारित क्रम में लिखा जाता है।

7.1.2.प्रतिवेदन का अर्थ (Meaning of Report):

शोध प्रतिवेदन को निश्चित उद्देश्यों, निष्कर्षों, एवं सुझावों के बारे में लोगों या संस्थाओं के साथ संवाद करने के लिए लिखित साधन के रूप में परिभाषित किया जा सकता है। इस उद्देश्य की पूर्ति के लिए इसे क्रमशः व्यवस्थित एवं आकर्षक रूप में तैयार किया जाता है। लघु एवं त्वरित शोध कार्यों के लिए सीमित आकार के शोध प्रतिवेदन से काम चल जाता है परन्तु वृहद एवं गहन शोध कार्यों के लिए बड़े आकार के शोध प्रतिवेदन तैयार किया जाता है।

**प्रतिवेदन लेखन बहु स्तरीय प्रक्रिया है। इसके विभिन्न प्रमुख चरण निम्नलिखित हैं—**

- शोधकार्य से सम्बंधित सभी तथ्यों/घटनाओं को एकत्रित करना
- प्रतिवेदन का प्रारूप/खाका तैयार करना
- प्रतिवेदन का आकार तय करना
- प्रारम्भिक प्रतिवेदन लिखना
- प्रतिवेदन में सुधार करना
- अंतिम प्रतिवेदन तैयार करना

### **7.1.3. शोध प्रतिवेदन का महत्व (Importance of the research Report):**

शोध कार्य को चाहे कितना भी अच्छे से निष्पादित किया जाए यदि शोध प्रतिवेदन को गंभीरता से नहीं तैयार किया गया तो शोध कार्य की प्रभाविकता कम हो जाएगी तथा सारा परिश्रम और संसाधन बेकार चला जाएगा। उदाहरण के लिए कोई भी कलाकार किसी मूर्ति का कितना भी अच्छा ढांचा तैयार कर लें जब तक उसको अच्छे से सजा नहीं लेता है तबतक उसको वाहवाही नहीं मिलती है। शोध प्रतिवेदन ही वह साधन है जो लोगों से शोध कार्य के बारे में संवाद करता है।

### **7.1.4. शोध प्रतिवेदन के प्रकार (Types of the Research Report):**

शोध प्रतिवेदन के निम्नलिखित प्रकार हैं—

- (i). अंतरिम प्रतिवेदन (Interim Report)
- (ii). अंतिम प्रतिवेदन (Final report)
- (iii). संक्षिप्त प्रतिवेदन (Short report)
- (iv). विस्तृत प्रतिवेदन (Long Report)
- (v). तकनीकी प्रतिवेदन (Technical Report)

### **7.1.5. शोध प्रतिवेदन का प्रारूप (Format of the Research Report):**

हालाँकि विभिन्न प्रकार के शोध कार्यों के लिए विभिन्न प्रकार से शोध प्रतिवेदन तैयार किया जा सकता है परन्तु विशेषज्ञों में एक सामान्य प्रारूप पर सहमति देखी जाती है। एक अच्छे प्रतिवेदन के निम्नलिखित भाग होते हैं—

- 1. शीर्षक पृष्ठ (Title Page):** शीर्षक पृष्ठ पर सामान्यतः प्रतिवेदन का शीर्षक, प्रतिवेदन जिसको प्रस्तुत करना है उस व्यक्ति या संस्था का नाम, प्रतिवेदन लेखक का नाम, प्रतिवेदन प्रस्तुत करने की तिथि, आदि को अंकित किया जाता है। शीर्षक संक्षिप्त एवं प्रभावी होना चाहिए।
- 2. संप्रेक्षण पत्र (Letter of Transmittal):** शोधकार्य या परियोजना (Project) को स्वीकृत करने वाले व्यक्ति या संस्था को संबोधित पत्र लिखा जाता है जिसमें वर्तमान शोधकार्य के लिए

भरोसा जताने के लिए धन्यवाद देते हुए शोध के कुछ महत्वपूर्ण बिन्दुओं को रेखंकित किया जाता है। इसकी जगह कहीं कहीं स्वीकृति –पत्र (**Acknowledgement Letter**) भी लगाया जाता है। दोनों को एक साथ भी लगाया जा सकता है।

3. **अनुज्ञापत्र/स्वीकृति पत्र (Authorisation Letter):** शोधकार्य या परियोजना की स्वीकृति प्रदान करने वाली संस्था के द्वारा जारी पत्र की फोटो कॉपी लगाया जाता है। इस पत्र में परियोजना से संबंधित दिशा निर्देशों एवं शर्तों का स्पष्ट उल्लेख होता है।
4. **विषय-सूची (Contents):** विषयसूची के अन्तर्गत प्रतिवेदन के विभिन्न भागों को अलग अलग अध्याय के रूप में उनके पृष्ठ संख्याओं के साथ विभाजित किया जाता है जिससे कि अध्ययनकर्ताओं को अपनी जरूरत के तथ्य खोजने में आसानी हो सके। विषयसूची के अन्तर्गत प्रतिवेदन के मुख्य भाग को निम्नलिखित महत्वपूर्ण भागों/अध्यायों में विभाजित कर लिया जाता है—

4.1 परिचय (**Introduction**)

4.2 पूर्व साहित्यावलोकन (**Review of Literature**)

4.3 शोध विधि (**Research Methodology**)

4.4 आँकड़ों का संग्रह (**Data Collection**)

4.5 आँकड़ों का विश्लेषण (**Analysis of Data**)

4.6 निष्कर्ष (**Conclusion**)

4.7 सीमाएँ एवं सुझाव (**Limitations and recommendations**)

4.8 उद्धरण/संदर्भग्रंथ सूची (**References/Bibliography**)

4.9 परिशिष्ट (**Appendices**)

5. **तालिका एवं चित्रों की सूची (List of Tables and Figures):** इसी तरह से प्रतिवेदन में प्रयोग किए गए तालिकाओं एवं चित्रों की सूची उनके पृष्ठ संख्या के साथ दिया जाता है जिससे कि अध्ययनकर्ताओं को अपनी जरूरत की तालिकाएँ एवं चित्रों को खोजने में आसानी हो सके।
6. **शब्द संक्षेपण (Abbreviations):** इस भाग में शोधकार्य में प्रयुक्त संक्षिप्त एवं पारिभाषिक शब्दों को विस्तृत रूप में स्पष्ट कर दिया जाता है।
7. **सारांश (Abstract):** प्रतिवेदन का संक्षिप्त रूप यानि सारांश को विस्तृत प्रतिवेदन का निचोड़ कहा जा सकता है। सारांश के अध्ययन से कम समय में इसकी मुख्य बातों को जाना जा सकता है। इसमें विस्तृत प्रतिवेदन की सभी महत्वपूर्ण बातों को संक्षेप में शामिल किया जाता है। मुख्य रूप से अध्ययन का विषयवस्तु, महत्व, उद्देश्य, अपनायी गयी शोधविधि तथा निष्कर्ष आदि को प्रस्तुत किया जाता है। सारांश को विस्तृत प्रतिवेदन तैयार हो जाने के बाद ही तैयार किया जाता है। इसके मुख्य भाग निम्नलिखित हैं—

7.1 उद्देश्य (**Objectives**):

7.2 परिणाम (**Result**):

7.3 निष्कर्ष (**Conclusion**):

7.4 सुझाव (**Recommendations**):

## 8. विस्तृत प्रतिवेदन (**Extensive Report**):

यह प्रतिवेदन का मुख्य एवं अधिकांश भाग होता है जिसमें सभी महत्वपूर्ण बिन्दुओं को शामिल किया जाता है। इसको निम्नलिखित उप शीर्षकों में बाँटा जाता है—

- 8.1 **परिचय (Introduction):** विस्तृत प्रतिवेदन की शुरुआत परिचय से किया जाता है। जिसके दो प्रमुख भाग होते हैं— पृष्ठभूमि और उद्देश्य।

**8.1.1 पृष्ठभूमि (Background):** पृष्ठभूमि के अन्तर्गत शोधकार्य अथवा परियोजना के औचित्य तथा महत्व को साबित किया जाता है।

**8.1.2 उद्देश्य (Objectives):** इस भाग में शोधकार्य अथवा परियोजना के मुख्य एवं गौण उद्देश्यों को स्पष्ट किया जाता है।

8.2 **पूर्व साहित्यावलोकन (Review of Literature):** इस भाग में वर्तमान शोधकार्य से सम्बंधित पूर्व प्रकाशित तथ्यों को संक्षेप में अपनी भाषा में लिखा जाता है। पूर्व प्रकाशित साहित्यों के अवलोकन से शोधकार्य के लिए एक ठोस आधार मिल जाता है। इसके आधार पर वर्तमान शोध के निष्कर्षों की तुलना एवं मूल्यांकन भी किया जाता है।

8.3 **शोध विधि (Methodology):** शोधविधि किसी भी शोधकार्य की आत्मा होती है। विभिन्न विषयों के लिए अलग अलग प्रकार की शोधविधियों का प्रयोग किया जाता है। सांख्यिकी की दृष्टि से वर्णनात्मक (Descriptive) अथवा विश्लेषणात्मक (Analytical) विधियों का प्रयोग किया जाता है। इसके अन्तर्गत चरों एवं उनके मध्य फलनात्मक सम्बंधों का चयन, प्रतिचयन विधियों का चुनाव, प्रतिचयन के आकार आदि का विस्तृत विवरण दिया जाता है। अपनायी गयी विधियों के अनुकूल शोध के प्रश्नों एवं परिकल्पनाओं का निर्माण किया जाता है। गुणकों (Coefficients) एवं लोच आदि की गणना के लिए अपनाये गए सूत्रों को भी निश्चित कर लिया जाता है। **शोधविधि के अन्तर्गत निम्नलिखित उप शीर्षकों को शामिल किया जाता है—**

8.3.1 **प्रतिरूपण (Modeling):** इसके अन्तर्गत शोध के प्रश्नों एवं परिकल्पनाओं का निर्माण एवं आवश्यक हो तो गणितीय समीकरणों का निरूपण कर लिया जाता है।

8.3.2 **समकों का संग्रह (Data Collection):** इस भाग में समकों के संकलन की स्पष्ट योजना प्रस्तुत की जाती है। इसके अन्तर्गत प्रतिचयन विधि, प्रतिचयन का आकार, प्रश्नावली/अनुसूची का स्वरूप आदि तय कर लिया जाता है।

8.4 **आँकड़ों का विश्लेषण एवं परिणाम (Analysis of data and Results):** इसके अन्तर्गत विश्लेषणात्मक विधि में संकलित समकों द्वारा आकलित गुणांकों (Coefficients), एवं लोचों (Elasticities) आदि का विवरण एवं उसका निर्वचन (Interpretation) किया जाता है। वर्णनात्मक विधि में प्राप्त विवरणों को तालिकाओं एवं चित्रों के माध्यम से प्रस्तुत किया जाता है।

8.5 **निष्कर्ष (Conclusions):** प्रतिवेदन के इस भाग में शोध के परिणामों के आधार पर शोध का विस्तृत निष्कर्ष लिखा जाता है। इसके लिए शोध के प्रारम्भ में निर्मित परिकल्पनाओं की जाँच की जाती है अथवा शोध प्रश्नों के उत्तर खोजे जाते हैं।

8.6 **सुझाव (Recommendations):** प्रतिवेदन के इस भाग में शोध के निष्कर्षों के उपयोग हेतु सुझाव प्रस्तुत किया जाता है।

8.7 **सीमाएँ (Limitations):** हर चीज की एक सीमा होती है। इसी तरह से शोधकार्य अथवा परियोजना-कार्यो की भी कुछ सीमाएँ होती हैं। ये सीमाएँ शोध-क्षेत्र का सीमांकन, प्रतिदर्श विधि की सीमाएँ, अव्यवहारिक मान्यताएँ, सूचकों की अनुपस्थिति, या उनके द्वारा गलत सूचनाएँ देना, शोधकार्य में प्रयोग की गयी सांख्यिकी विधियों की सीमाओं के साथ साथ शोधकर्ता के ज्ञान, अनुभव एवं कार्य के प्रति समर्पण में कमी आदि के कारण उत्पन्न होती हैं। शोध कार्य के परिणामों का सामान्यीकरण करने से पहले इन सीमाओं का उल्लेख कर देना चाहिए।

9. **परिशिष्ट (Appendix):** प्रतिवेदन के इस भाग में शोधकार्य के विभिन्न पहलुओं का जिसका उल्लेख पूर्व में नहीं किया गया है रखा जाता है। इसमें विशेष रूप से समंक संकलन फॉर्म का प्रारूप, विस्तृत गणितीय गणनाएँ, विस्तृत परिणामों तथा अन्य सम्बंधित सामग्रियों आदि को रखते हैं।

9.1 **समंक संकलन फॉर्म (Data Collection Forms):**

9.2 **विस्तृत गणनाएँ (Detailed Calculations)**



- 9.3 सामान्य तालिकाएँ (General tables)
- 9.4 ग्रंथ-सूची (Bibliography):
- 9.5 अन्य सम्बंधित सामग्रियाँ (Other Support materials)

नोट: शोध प्रतिवेदन का कोई एक दृढ़ प्रारूप नहीं है। शोध प्रतिवेदन के अन्तर्गत उपरोक्त वर्णित सभी बातें आनी चाहिए इनका क्रम आगे पीछे हो सकता है। सामान्यतः शोधकार्य के सभी महत्वपूर्ण बातों को प्रतिवेदन में शामिल किया जाना चाहिए।

#### 7.1.6. अच्छे शोध प्रतिवेदन की कसौटियाँ (Criteria for a good Research Report):

इसके कुछ प्रमुख मानदंड निम्नलिखित हैं—

**प्रभावशीलता (Effectiveness):** प्रतिवेदन लेखन एक कला है जिसके द्वारा तथ्यों पर आधारित शोध के निष्कर्षों को आकर्षक ढंग से प्रस्तुत किया जाता है जिससे शोध के प्रायोजक, मूल्यांकनकर्ता तथा अध्ययनकर्ता को प्रभावित किया जा सके।

**आकार (Length):** प्रतिवेदन का एक निश्चित आकार होना चाहिए। इसको न तो बहुत बड़े आकार का और न ही बहुत छोटे आकार का होना चाहिए। सामान्यतः वृहद प्रतिवेदन के साथ साथ उसका संक्षेप अथवा सारांश भी प्रस्तुत किया जाना चाहिए।

**भाषा (Language):** प्रतिवेदन की भाषा प्रचलित, सरल, स्पष्ट और शुद्ध होनी चाहिए। प्रतिवेदन में प्रयुक्त पारिभाषिक एवं क्लिष्ट शब्दों को सरल रूप में स्पष्ट कर देना चाहिए।

**सीमाएँ (Limitations):** बहुत सारी सावधानियाँ वरतने के बाद भी कुछ न कुछ कमियाँ रह जाती हैं। शोधकर्ता अपनी जानकारी भर शोधकार्य की सीमाओं का उल्लेख कर देता है। शेष कमियों को खोजने का काम आलोचकों के लिए छोड़ते हुए प्रतिवेदन आत्मविश्वास के साथ पूर्ण करना चाहिए।

#### 7.1.7 सारांश (Summary):

शोधकार्य के अंतिम रूप से लिखित स्वरूप को प्रतिवेदन (Report) या दस्तावेज कहते हैं। सामान्यतः प्रतिवेदन में शोध कार्य प्रारम्भ करने से लेकर उसके सफल संचालन के साथ अंत/निष्कर्ष तक की सारी घटनाओं, अनुभवों एवं बाधाओं आदि को एक निर्धारित क्रम में लिखा जाता है।

#### 7.1.8 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. शोध प्रतिवेदन से आप क्या समझते हैं?
2. शोध प्रतिवेदन का महत्व बतायें।
3. शोध प्रतिवेदन के प्रारूप को स्पष्ट करें।
4. शोध प्रतिवेदन के प्रकारों का वर्णन करें।
5. अच्छे शोध प्रतिवेदन की कसौटियों का उल्लेख करें।

#### 7.1.9 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)–7

### इकाई (Unit)– 2: अध्याय वितरण/विन्यास (Chapterisation)

इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

7.2.0 उद्देश्य (Objectives):

7.2.1.परिचय (Introduction):

7.2.2. अध्याय वितरण (Chapterisation):

7.2.2. (i). परिचय (Introduction):

7.2.2. (ii). पूर्व साहित्यावलोकन (Review of Literature):

7.2.2. (iii). शोध विधि (Research Methodology):

7.2.2. (iv). आँकड़ों का संग्रह (Data Collection):

7.2.2. (v). आँकड़ों का विश्लेषण (Analysis of Data):

7.2.2. (vi). निष्कर्ष (Conclusion):

7.2.2. (vii).सीमाएँ एवं सुझाव (Limitations and recommendations):

7.2.2. (viii). उद्धरण (References):

7.2.3 सारांश (Summary):

7.2.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

7.2.5 उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

7.2.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रतिवेदन के अन्तर्गत अध्याय वितरण के बारे में

7.2.1.परिचय (Introduction):

जब शोध के निर्धारित विभिन्न चरण पूरे हो जाते हैं तब उसको अध्ययन या मूल्यांकन एवं उपयोग के लिए प्रस्तुत किया जाता है। इसके लिए शोध कार्य के सभी महत्वपूर्ण बिन्दुओं को लिखित रूप में व्यवस्थित करके तैयार किया जाता है। शोधकार्य के अंतिम रूप से लिखित स्वरूप को प्रतिवेदन (Report) या दस्तावेज कहते हैं। सामान्यतः प्रतिवेदन में शोध कार्य प्रारम्भ करने से लेकर उसके सफल संचालन के साथ अंत/निष्कर्ष तक की सारी घटनाओं, अनुभवों एवं बाधाओं आदि को एक निर्धारित क्रम में लिखा जाता है।

## 7.2.2. अध्याय वितरण (Chapterisation):

शोध की सम्पूर्ण प्रक्रिया को क्रमशः व्यवस्थित करने के लिए सम्पूर्ण शोध सामग्री को विभिन्न अध्यायों में विभाजित किया जाता है। अध्याय विभाजन के लिए कोई निश्चित एवं कठोर नियम नहीं है परन्तु उसमें सारी प्रमुख बातों को शामिल करना अनिवार्य शर्त है। सम्पूर्ण शोध प्रक्रिया को प्रायः निम्नलिखित अध्यायों में बाँटा जाता है—

### 7.2.2. (i). परिचय (Introduction):

इस अध्याय में शोध के बारे में सामान्य परिचय दिया जाता है। इसके अंतर्गत शोधकार्य का भौगोलिक क्षेत्र का सामान्य परिचय दिया जाता है। उदाहरण के लिए, उस क्षेत्र की जलवायु, क्षेत्र के निवासियों के बारे में ज्ञात जानकारियाँ, क्षेत्र के निवासियों का वर्गीकरण, क्षेत्र में रहने वाले परिवारों का मुख्य व्यवसाय आदि का वर्णन किया जाता है।

इस भाग में शोध विषय के चुनाव के औचित्य को स्थापित किया जाता है। इसके लिए शोध विषय का महत्व और उपयोगिता बतायी जाती है।

शोध की उपयोगिता के कई आयाम सम्भव हैं—

**क. व्यावहारिक उपयोग:** शोध का व्यक्ति और समाज के लिए व्यावहारिक उपयोग हो सकता है। उदाहरण के लिए, किसी शोध की सफलता से कोई नया उपकरण/मशीन का निर्माण किया जा सकता है जिससे व्यक्ति तथा समाज का हित हो सकता है।

**ख. ज्ञान में वृद्धि:** शोध का उपयोग ज्ञान के क्षेत्र को समृद्ध करने में भी हो सकता है। कुछ शोधों, खासकर मौलिक शोधकार्यों के परिणामस्वरूप ज्ञान में वृद्धि तथा नये सिद्धान्तों की खोज सम्भव होता है। इनका उपयोग आगे व्यावहारिक कार्यों के लिए भी किया जाता है। उदाहरण के लिए, भौतिक विज्ञान के सिद्धान्तों के आधार पर हवाई जहाज तथा अंतरिक्षयान आदि का निर्माण किया जाता है।

**ग. रहस्योद्घाटन:** शोध का उपयोग भूतकाल के अज्ञात रहस्यों को सुलझाने के लिए भी हो सकता है। खासकर इतिहास के अनसुलझे रहस्यों को सुलझाने के लिए भी शोधकार्य का काफी महत्व होता है।

**घ. पूर्वानुमान:** शोध का उपयोग भविष्य में घटने वाली घटनाओं का पूर्वानुमान लगाने के लिए भी हो सकता है। भविष्य में घटने वाली कई तरह के सामाजिक एवं प्राकृतिक घटनाओं का शोध के द्वारा पूर्वानुमान लगाया जाता है। उदाहरण के लिए, कम्पनियाँ अपनी वस्तुओं के लिए भविष्य की मांग में होने वाले परिवर्तनों का अनुमान लगाकर उत्पादन की मात्रा तथा कीमतें तय करती हैं।

**ङ. योजना एवं कार्यक्रम निर्माण:** कई शोधकार्यों का महत्व सरकार एवं विभिन्न संस्थाओं द्वारा नागरिकों के जीवनस्तर को सुधारने के लिए योजनाएँ बनाने में भी होता है। उदाहरण के लिए, भारत में इलाज का खर्च उठाने में काफी लोगों के असमर्थ होने के कारण सरकार आयुष्मान भारत योजना लायी है।

**7.2.2. (ii). पूर्व साहित्यावलोकन (Review of Literature):** इस अध्याय में शोध विषय से सम्बंधित पूर्व के उपलब्ध साहित्यों का अवलोकन किया जाता है। इसका मुख्य उद्देश्य शोध विषय के विभिन्न पहलुओं का अध्ययन करना होता है। पूर्व के शोधार्थियों द्वारा अपनायी गयी शोध-विधियों, निष्कर्षों, सीमाओं आदि के बारे में प्राप्त जानकारियों का उपयोग वर्तमान शोध की रूपरेखा बनाने तथा प्राप्त निष्कर्षों की तुलना करने में किया जाता है।

कुछ महत्वपूर्ण पूर्व साहित्यों का उल्लेख वर्तमान शोधकार्य में भी किया जाता है। जिसके स्रोत का पूर्ण एवं मानक विवरण उद्धरण (Reference) में दिया जाता है। उद्धरण में प्रायः लेखक का नाम, लेख का शीर्षक, उस पुस्तक अथवा पत्रिका का नाम जिसमें लेख छपा है, प्रकाशक का नाम एवं पत्ता, प्रकाशन का वर्ष, पेज संख्या आदि का विवरण दिया जाता है। उद्धरण में दिए गए विवरण के आधार पर कोई पाठक या शोध का मूल्यांकनकर्ता दिए गए तथ्यों के बारे में संतुष्ट हो सकता है।

नोट: वर्तमान में शोध कार्य की गुणवत्ता स्थापित करने के लिए अन्य साहित्यों की हूबहू नकल करना प्रतिबंधित कर दिया गया है। अतः अन्य साहित्यों को पढ़कर और समझकर उनके सारांश को अपनी मौलिक भाषा में लिखना चाहिए।

**7.2.2. (iii). शोध विधि (Research Methodology):** वर्तमान अध्याय में शोध के लिए अपनायी गयी विधियों का विस्तृत विवरण दिया जाता है। इसके अंतर्गत शोध की प्रकृति एवं प्रकार, शोध के उद्देश्य, शोध के प्रश्नों एवं परिकल्पनाओं आदि का भी विस्तार से उल्लेख किया जाता है। यह भी तय कर लिया जाता है कि समग्र का अध्ययन किया गया है अथवा प्रतिदर्श का चयन किया गया है। किन किन चरों से सम्बंधित सूचनाएँ एकत्र की गयी हैं।

इस अध्याय में शोध के दौरान अपनायी गयी सांख्यिकी विधियों का भी उल्लेख किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि शोधकार्य वर्णनात्मक (**Descriptive**) प्रकृति का होता है तब सांख्यिकी की सारणीयन, चित्रमय प्रदर्शन, प्रतिशत, औसत, विचलन, सहसम्बंध आदि विधियों का प्रयोग किया जाता है जबकि विश्लेषणात्मक (**Analytical**) प्रकृति के शोधकार्यों के लिए प्रतिपगमन विश्लेषण (**Regression**) या कारक विश्लेषण (**Factor Analysis**) आदि का प्रयोग किया जाता है। यदि आवश्यक हो तो परिकल्पनाओं की जाँच की विधियों का भी उल्लेख किया जाता है।

नोट: इस अध्याय में शोध में प्रयुक्त विभिन्न अवधारणों/शब्दावलियों को भी परिभाषित कर लिया जाता है।

**7.2.2. (iv). आँकड़ों का संग्रह (Data Collection):** आँकड़े शोध के कच्चे माल होते हैं। इसके बिना शोधकार्य सम्भव नहीं है। समकों के संग्रह से पूर्व उनके स्रोत (**प्राथमिक अथवा द्वितीयक**), चरों की प्रकृति (**सतत् अथवा खंडित**) आदि का वर्णन भी किया जाता है। इस अध्याय में शोध के लिए समकों के संकलन के लिए अपनायी गयी विधियों का विस्तार से वर्णन किया जाता है। इसके अंतर्गत समग्र को चिन्हित करना, चिन्हित समग्र के पर्याप्त अंश का प्रतिदर्श के लिए चुनाव करना, चयनित सूचकों से सूचनाएँ एकत्रित करने के लिए अपनायी गयी उपयुक्त विधियों आदि का वर्णन किया जाता है।

इस अध्याय में शोध के लिए एकत्रित प्रारम्भिक समकों का संग्रह भी कर लिया जाता है।

**7.2.2. (v). आँकड़ों का विश्लेषण एवं निष्कर्ष (Analysis of Data and Conclusion):** इस अध्याय में शोध के लिए एकत्रित समकों का विश्लेषण किया जाता है। आँकड़ों के विश्लेषण के अंतर्गत, कच्चे समकों का प्रसंस्करण (**processing**), समकों का प्रदर्शन (**Presentation**), अभिष्ट गणनाएँ, आकलित गुणकों (**Coefficients**) का निर्वचन आदि क्रियाएँ की जाती है। समकों का प्रदर्शन के अंतर्गत तालिका तथा चित्रों का निर्माण किया जाता है।

समकों के विश्लेषण के अगले चरण में शोध की प्रकृति के अनुसार अन्य सांख्यिकी गणनाएँ तथा उनसे प्राप्त प्रतिनिधि मूल्यों एवं गुणकों का निर्वचन किया जाता है। अंत में परिकल्पनाओं की जाँच के लिए निर्धारित जाँच सांख्यिकी की गणना एवं उसका निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है। इस अध्याय में शोध प्रश्नों के उत्तर तथा परिकल्पनाओं की जाँच के उपरान्त शोध का अंतिम निष्कर्ष प्रदान किया जाता है।

नोट: कभी कभी आँकड़ों का विश्लेषण और निष्कर्ष को अलग अलग अध्यायों में भी बाँटा जाता है।

**7.2.2. (vi). सीमाएँ एवं सुझाव (Limitations and recommendations):** इस अध्याय में शोध के दौरान आने वाली बाधाओं एवं सीमाओं का विस्तार से उल्लेख किया जाता है। शोध की सीमाओं का उल्लेख कर देने से इस विषय पर आगे शोधकार्य करने वाले शोधार्थियों को मार्गदर्शन मिलता है तथा वे इनको दूर करने का प्रयास करते हैं।

इस अध्याय में शोध के अनुभवों एवं निष्कर्षों के आधार पर व्यक्ति, समाज अथवा संस्थानों के लिए कुछ महत्वपूर्ण सुझाव भी प्रस्तुत किया जाता है जिसका उपयोग लोगों के जीवन स्तर में सुधार के लिए किया जाता है। उदाहरण के लिए किसी खास क्षेत्र के किसानों को उस जलवायु के लिए अनुकूल बीजों को

बोने का सुझाव दिया जा सकता है। इसी तरह से बढ़ती हुयी जनसंख्या को नियंत्रित करने के लिए भारत सरकार को सुझाव दिया जा सकता है।

**7.2.2. (vii). उद्धरण/संदर्भग्रंथ सूची (References/Bibliography):** प्रतिवेदन के अंतिम अध्याय में विभिन्न स्रोतों से ली गयी जानकारियों अथवा वक्तव्यों के स्रोतों का विस्तृत विवरण दिया जाता है। जिससे कि पाठक अथवा मूल्यांकनकर्ता उन सूचनाओं अथवा वक्तव्यों की सत्यता को परख सके। सामाजिक विज्ञान में उद्धरण के कई तरीके अपनाए जाते हैं जिनका विस्तार से विवरण आगे दिया गया है।

शोध से सम्बंधित साहित्यों के कुछ ऐसे भी स्रोत होते हैं जिनका उपयोग वर्तमान शोध प्रतिवेदन में नहीं किया गया है परन्तु उसका अध्ययन किया गया है। शोध से सम्बंधित ऐसे साहित्यों को संदर्भग्रंथ सूची के अन्तर्गत शामिल कर लिया जाता है।

**नोट:** जरूरी सूत्र, समंक, एवं अन्य गणनाओं को जिनका उल्लेख अध्याय के मुख्य भाग में नहीं किया जाता है उनको अध्याय के अंत में परिशिष्ट (Appendices) के रूप में शामिल कर लिया जाता है।

### 7.2.3 सारांश (Summary):

शोध की सम्पूर्ण प्रक्रिया को क्रमशः व्यवस्थित करने के लिए सम्पूर्ण शोध सामग्री को विभिन्न अध्यायों में विभाजित किया जाता है। अध्याय विभाजन के लिए कोई निश्चित एवं कठोर नियम नहीं है परन्तु उसमें सारी प्रमुख बातों को शामिल करना अनिवार्य शर्त है।

### 7.2.4 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. शोध प्रतिवेदन के अंतर्गत प्रमुख अध्यायों का उल्लेख करें।
2. शोध प्रतिवेदन के अध्याय वितरण की उपयोगिता बतायें।

### 7.2.5 उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Fred N. Kerlinger (2012). "Foundation of Behavioural Research", Second Edition, Surjeet Publications, New Delhi-11007.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)–7

### इकाई (Unit)– 3: अभिस्वीकृति (Acknowledgement)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

##### 7.3.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 7.3.1 परिचय (Introduction)

##### 7.3.2 अभिस्वीकृति का महत्व (Importance of Acknowledgement)

##### 7.3.3 अभिस्वीकृति का प्रारूप (Formate of Acknowledgement)

##### 7.3.4 सारांश (Summary)

##### 7.3.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for exercise)

##### 7.3.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books)

##### 7.3.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे

- अभिस्वीकृति का अर्थ
- अभिस्वीकृति का महत्व
- अभिस्वीकृति का प्रारूप

##### 7.3.1 परिचय (Introduction):

काफी समय और संसाधन व्यय करने के बाद जब शोधकार्य पूर्ण होता है तब शोधार्थी को गहरी मानसिक शांति एवं आनन्द का अनुभव होता है। शोधकार्य में भले ही शोधार्थी की मुख्य भूमिका होती है परन्तु वास्तव में यह एक समूह कार्य है। एक शोध कार्य सफलतापूर्वक पूर्ण करने के दौरान विभिन्न स्तरों पर कई लोगों का मानसिक, शारीरिक और नैतिक सहयोग लिया जाता है। इनमें मुख्यतः शोध संस्था प्रमुख, शोध निर्देशक, पुस्तकालय अधीक्षक, सूचनादाता, सूचना संकलनकर्ता, कम्प्यूटर विशेषज्ञ एवं सहायक, परिवार के सदस्य आदि प्रमुख होते हैं। इनमें से कई लोग शोधकार्य में प्रत्यक्ष सहयोग करते हैं तो कुछ लोग अप्रत्यक्ष रूप से भी सहयोग करते हैं। उदाहरण के लिए माता पिता आर्थिक सहयोग करते हैं। शोध निर्देशक शोधकार्य को दिशा देने के साथ साथ उसमें सुधार भी करते हैं।

अतः जब शोधकार्य को लिखित प्रतिवेदन के रूप में मूल्यांकन के लिए प्रस्तुत किया जाता है तब उसके प्रारम्भिक पृष्ठों में से एक अभिस्वीकृति के रूप में संलग्न किया जाता है जिसमें शोधकार्य में सहयोग देने वाले पात्रों के प्रति अपनी श्रद्धा और आभार व्यक्त किया जाता है। ऐसा करने से शोधकार्य में सहयोग करने वाले व्यक्तियों/संस्थानों को प्रशंसा मिलती है जिससे उनका भी सम्मान बढ़ता है।



शोधकार्य की अभिस्वीकृति में मुख्यतः निम्नलिखित व्यक्तियों या संस्थानों को आभार व्यक्त किया जाता है—

- शोधकार्य के प्रायोजक व्यक्तियों एवं संस्थानों के प्रति।
- शोधकार्य के लिए वित्त पोषण करने वाले व्यक्तियों एवं संस्थानों के प्रति।
- शोध निर्देशक एवं सह निर्देशकों के प्रति।
- शोधकार्य से सम्बंधित साहित्य उपलब्ध कराने वाले पुस्तकालयाध्यक्ष एवं कर्मियों के प्रति।
- शोधकार्य में सहयोग करने वाले कम्प्यूटर विशेषज्ञों के प्रति।
- शोधकार्य के लिए समकों के संकलन में सहयोग करने वाले गणकों के प्रति।
- शोधकार्य के लिए सूचना प्रदाताओं के प्रति।
- परिवार के सदस्यों एवं मित्रों के प्रति।

### 7.3.2 अभिस्वीकृति का महत्व (Importance of the Acknowledgement):

अभिस्वीकृति के द्वारा शोध कार्य में प्रत्यक्ष एवं अप्रत्यक्ष रूप से सहयोग करने वाले व्यक्तियों एवं संस्थानों की प्रशंसा और आभार व्यक्त किया जाता है जिससे ऐसे लोगों एवं संस्थानों का मनोबल बढ़ता है। अच्छे कार्यों के लिए प्रशंसा से लोगों को प्रेरणा मिलती है जिसके चलते अन्य लोग भी अच्छे कार्य करने के लिए प्रेरित होते हैं।

सहयोगियों के प्रति आभार व्यक्त करने से शोधार्थी के मन का बोझ भी हल्का हो जाता है। ऐसा करके वह अपने निःस्वार्थ सहयोगियों के प्रति अपनी कृतज्ञता का भाव प्रकट करता है। ऐसा करना नैतिक रूप से आवश्यक भी है।

### 7.3.3 अभिस्वीकृति (Acknowledgement) का प्रारूप (Format):

शोधकार्य की पूर्णता के उपरान्त अभिस्वीकृति के द्वारा शोधकार्य में प्रत्यक्ष अथवा अप्रत्यक्ष रूप से सहयोग करने वाले पदाधिकारियों, परिवार के सदस्यों, मित्रों एवं अन्य सहयोगियों को धन्यवाद एवं आभार ज्ञापित किया जाता है। अलग अलग शोधार्थी अलग अलग तरीके से धन्यवाद ज्ञापित कर सकते हैं। इसके लिए अभिस्वीकृति का कोई निश्चित एवं कठोर प्रारूप तय करना सम्भव नहीं है। विभिन्न स्तर के शोधकार्यों के लिए अलग अलग तरह के अभिस्वीकृति प्रारूप का प्रयोग किया जा सकता है।

- सर्वप्रथम पेज का शीर्षक अभिस्वीकृति (Acknowledgement) रखा जाता है।
- इसकी भाषा सामान्य और पेशेवर रखनी चाहिए।
- शोधकार्य में प्रत्यक्ष अथवा अप्रत्यक्ष रूप से सहयोग करने वाले सभी व्यक्तियों एवं संस्थानों को इसमें शामिल किया जाना चाहिए।
- इसके अनुच्छेदों (Paragraphs) को सुसंगत तरीके से क्रमवद्ध किया जाना चाहिए।

विभिन्न स्तर के शोधकार्यों के लिए अभिस्वीकृति प्रारूप को निम्नलिखित उदाहरणों से स्पष्ट किया गया है—

(i). कॉलेज प्रोजेक्ट (College Project) के लिए अभिस्वीकृति का प्रारूप:

सर्वप्रथम, मैं अपने महाविद्यालय (महाविद्यालय का नाम) के प्राचार्य डॉ अंजू वर्मा का हार्दिक आभार व्यक्त करता हूँ जिन्होंने मुझपर विश्वास करके यह महत्वपूर्ण शोधकार्य के लिए मुझे योग्य समझा। मैंने उनके

विश्वास पर खरा उतरने का हर सम्भव प्रयास किया है। आशा है आप वर्तमान शोधकार्य के विभिन्न प्रक्रियाओं एवं निष्कर्षों से संतुष्ट होंगी।

साथ ही मैं वर्तमान शोधकार्य के निर्देशक डॉ विश्वास कुमार के प्रति भी अपना हार्दिक आभार प्रकट करता हूँ जिनकी विशेषज्ञता, दूरदृष्टि और समर्पण के बिना यह शोधकार्य अपनी उत्कृष्टता को कदापि प्राप्त नहीं कर सकता था।

साथ ही मैं महाविद्यालय के पुस्तकालयाध्यक्ष श्री मोहन अग्रवाल जी का भी हृदय से आभारी हूँ जिन्होंने वर्तमान शोधकार्य से सम्बंधित तरह तरह की पुस्तकें सहज रूप से उपलब्ध कराकर शोधकार्य को असान बना दिया था।

अंत में महाविद्यालय के सभी सहकर्मियों को भी हृदय से आभार व्यक्त करता हूँ जिन्होंने प्रत्यक्ष अथवा अप्रत्यक्ष रूप से वर्तमान शोधकार्य में सहयोग दिया है।

मैं विश्वास दिलाता हूँ कि वर्तमान शोधकार्य पूरी तरह से मौलिक है तथा किसी दूसरे के कार्यों की नकल नहीं की गयी है।

शोधार्थी का नाम

#### 7.3.4 सारांश (Summary):

जब शोधकार्य को लिखित प्रतिवेदन के रूप में मूल्यांकन के लिए प्रस्तुत किया जाता है तब उसके प्रारम्भिक पृष्ठों में से एक अभिस्वीकृति के रूप में संलग्न किया जाता है जिसमें शोधकार्य में सहयोग देने वाले पात्रों के प्रति अपनी श्रद्धा और आभार व्यक्त किया जाता है। ऐसा करने से शोधकार्य में सहयोग करने वाले व्यक्तियों/संस्थानों को प्रशंसा मिलती है जिससे उनका भी सम्मान बढ़ता है।

सहयोगियों के प्रति आभार व्यक्त करने से शोधार्थी के मन का बोझ भी हल्का हो जाता है। ऐसा करके वह अपने निःस्वार्थ सहयोगियों के प्रति अपनी कृतज्ञता का भाव प्रकट करता है। ऐसा करना नैतिक रूप से आवश्यक भी है।

#### 7.3.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for exercise)

1. अभिस्वीकृति से आप क्या समझाते हैं।
2. अभिस्वीकृति का महत्व बतायें।
3. अभिस्वीकृति का प्रारूप उदाहरण के साथ बतायें।

#### 7.3.6 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography)

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवके प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Fred N. Kerlinger (2012). "Foundation of Behavioural Research", Second Edition, Surjeet Publications, New Delhi-11007.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences", Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

## खण्ड (Section)– 7:

### इकाई (Unit)– 4: सारांश (Abstract)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

##### 7.4.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 7.4.1 परिचय (Introduction):

##### 7.4.2 सारांश का अर्थ (Meaning of Abstract):

##### 7.4.3 सारांश का महत्व (Importance of Abstract):

##### 7.4.4 सारांश की रूपरेखा (Formate of Abstract):

##### 7.4.5 सारांश (Summary):

##### 7.4.6 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 7.4.7 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliograpphy):

##### 7.4.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- प्रतिवेदन के सारांश का अर्थ
- सारांश का महत्व
- सारांश की रूपरेखा

##### 7.4.1 परिचय (Introduction):

सारांश का अर्थ संक्षेप होता है। अध्ययन के विस्तृत प्रतिवेदन में से मुख्य बातों को एक साथ समायोजित करके अध्ययन का सारांश तैयार किया जाता है। इसका मुख्य उद्देश्य सम्पूर्ण अध्ययन की महत्वपूर्ण बातों को संक्षेप में जनना होता है। अध्ययन के विस्तृत प्रतिवेदन को पढ़ने, समझने, मूल्यांकन और उसके क्रियान्वयन के लिए काफी समय और धैर्य की आवश्यकता होती है। इन समस्याओं के समाधान के लिए अध्ययन के प्रतिवेदन का सारांश एक महत्वपूर्ण समाधान प्रदान करता है।

शोध के सारांश में निम्नलिखित बातें संक्षेप में शामिल होती हैं—

- शोध कार्य की आवश्यकता क्यों थी?
- शोध की उपयोगिता क्या है?
- शोध समस्या के किन आयामों को शोधकार्य में शामिल किया गया है?
- शोधकार्य का परिणाम/निष्कर्ष क्या है? तथा
- सुझाव अथवा क्या करना चाहिए?

यह शोध प्रतिवेदन का महत्वपूर्ण भाग है। अध्ययनों में यह पाया गया है कि अधिकांश लोग प्रतिवेदन के सारांश को ही पढ़ते हैं। सम्पूर्ण प्रतिवेदन को बहुत कम लोग पढ़ते हैं। इसलिए यह आवश्यक है कि प्रशासकों को प्रभावित करने के लिए एक उत्तम प्रकार का सारांश प्रस्तुत किया जाए।

सारांश में शब्दों की सीमा तय करने के लिए कोई कठोर नियम नहीं है परन्तु सारांश चार या पाँच पेज से अधिक बड़ा नहीं होना चाहिए। एक अच्छा सारांश एक या दो पेज का भी सम्भव है। लेखक को सम्पूर्ण प्रतिवेदन में से सबसे उपयुक्त बातों को सारांश के लिए छँटना चाहिए। इसके लिए सम्पूर्ण प्रतिवेदन के कई पेज में लिखी गयी बातों को सारांश में एक वाक्य में संक्षिप्त किया जा सकता है। सारांश को प्रतिवेदन से स्वतंत्र एक पूर्ण दस्तावेज के रूप में होना चाहिए। प्रायः इसकी अलग से जिल्दबंदी (Binding) करके बाँटा जाता है।

#### 7.4.2 सारांश का अर्थ (Meaning of Abstract):

सारांश का शाब्दिक अर्थ सार या संक्षेप है। इस अर्थ में सम्पूर्ण प्रतिवेदन की मुख्य बातों को संक्षेप में प्रस्तुत करने के लिए उसका सारांश तैयार किया जाता है। सारांश को पढ़ने के बाद पूर्ण प्रतिवेदन को पढ़ने की रुचि जगती है। ऐसे प्रारम्भ में बड़े आकार के पूर्ण प्रतिवेदन को पढ़ना अरुचिकर होता है।

सारांश को तैयार करने में काफी सावधानी वरतनी चाहिए। सारांश की मुख्य बातें निम्नलिखित हैं—

- i. सारांश बड़े प्रतिवेदन का संक्षिप्त रूप होता है।
- ii. सारांश में मुख्य प्रतिवेदन की प्रमुख बातें शामिल होती हैं।
- iii. सारांश के अध्ययन के बाद विस्तृत प्रतिवेदन को पढ़ने के प्रति जिज्ञासा बढ़ती है।
- iv. पूर्ण प्रतिवेदन तैयार करने के बाद सारांश तैयार किया जाता है।

सारांश में कम से कम निम्नलिखित प्रमुख तत्वों को शामिल किया जाता है—

- शोध का उद्देश्य (Objectives of research)
- शोध विधि (Methodology of Research)
- शोध का परिणाम (Result of the Research)
- परिणामों का निर्वचन एवं निष्कर्ष (Interpretation and Conclusion)
- सुझाव (Recommendations or Suggestions)

#### 7.4.3 सारांश का महत्व (Importance of Abstract):

सारांश सम्पूर्ण प्रतिवेदन का निचोड़ होता है। इसका प्रतिवेदन से अलग अपना स्वतंत्र अस्तित्व होता है। केवल सारांश पढ़कर भी शोध के बारे में बहुत सी जानकारियाँ प्राप्त हो जाती हैं। इस तरह सारांश प्रतिवेदन का एक महत्वपूर्ण भाग है। इसका महत्व निम्नलिखित बातों से रेखांकित होता है—

- सारांश के अध्ययन के आधार पर त्वरित निर्णय लिया जा सकता है।
- सारांश के अध्ययन से समय की बचत होती है।
- सारांश में सभी महत्वपूर्ण बिन्दु शामिल होते हैं।
- सारांश को समझाना आसान होता है।
- सारांश का मूल्यांकन करना आसान होता है।
- सारांश का अलग से जिल्दबंदी करके बाँटा जाता है।
- ऐसा करना किफायती भी है।

#### 7.4.4 सारांश की रूपरेखा (Formate of Abstract):

**सारांश (Abstract):** प्रतिवेदन का संक्षिप्त रूप यानि सारांश को विस्तृत प्रतिवेदन का निचोड़ कहा जा सकता है। सारांश के अध्ययन से कम समय में इसकी मुख्य बातों को जाना जा सकता है। इसमें विस्तृत प्रतिवेदन की सभी महत्वपूर्ण बातों को संक्षेप में शामिल किया जाता है। मुख्य रूप से अध्ययन की विषयवस्तु, महत्व, अपनायी गयी शोधविधि तथा निष्कर्ष आदि को प्रस्तुत किया जाता है। सारांश को विस्तृत प्रतिवेदन तैयार हो जाने के बाद ही तैयार किया जाता है। इसके मुख्य भाग निम्नलिखित हैं—

- i. परिचय (**Introduction**): सारांश की शुरुआत शोध के संक्षिप्त परिचय से की जाती है। जिसमें शोध की आवश्यकता एवं महत्व को रेखांकित किया जाता है।
- ii. उद्देश्य (**Objectives**): शोध के सारांश में शोध के प्रमुख उद्देश्यों को शामिल किया जाता है।
- iii. शोध विधि (**Methodology of Reserch**): शोध के सारांश में शोध विधि का उल्लेख संक्षेप में किया जाता है। इसके अंतर्गत शोध के प्रश्नों एवं परिकल्पनाओं को शामिल किया जाता है।
- iv. परिणाम (**Result**): इस भाग में शोध के लिए संकलित समकों के विश्लेषण के आधार पर परिकल्पनाओं की जाँच के परिणामों का उल्लेख किया जाता है।
- v. निष्कर्ष (**Conclusion**): परिकल्पनाओं की जाँच के परिणामों का निर्वचन करते हुए शोध के निष्कर्ष को संक्षेप में दिया जाता है।
- vi. सुझाव (**Recommendations**): अंत में शोध के निष्कर्षों के आधार पर कुछ विशिष्ट नीतियों के क्रियान्वयन की सिफारिश एवं कुछ सुझाव प्रस्तुत किए जाते हैं।

नोट: निष्कर्ष को प्रतिवेदन तैयार करने के बाद सबसे अंत में लिखा जाता है।

#### 7.4.5 सारांश (Summary):

सारांश का अर्थ संक्षेप होता है। अध्ययन के विस्तृत प्रतिवेदन में से मुख्य बातों को एक साथ समायोजित करके अध्ययन का सारांश तैयार किया जाता है। इसका मुख्य उद्देश्य सम्पूर्ण अध्ययन की महत्वपूर्ण बातों को संक्षेप में जनना होता है। अध्ययन के विस्तृत प्रतिवेदन को पढ़ने, समझने, मूल्यांकन करने और उसके क्रियान्वयन के लिए काफी समय और धैर्य की आवश्यकता होती है। इन समस्याओं के समाधान के लिए अध्ययन के प्रतिवेदन का सारांश एक महत्वपूर्ण समाधान प्रदान करता है।

#### 7.4.5 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. शोध प्रतिवेदन के सारांश से आप क्या समझते हैं?
2. शोध प्रतिवेदन में सारांश का महत्व बतायें।
3. शोध प्रतिवेदन में सारांश की रूपरेखा स्पष्ट करें।

#### 7.4.6 उपयोगी पुस्तकें (Usefull Books):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Fred N. Kerlinger (2012). "Foundation of Behavioural Research", Second Edition, Surjeet Publications, New Delhi-11007.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

## खण्ड (Section)– 7:

### इकाई (Unit)– 5: उद्धरण के तरीके, उद्धरण एवं संदर्भ ग्रंथ सूची में अन्तर (Types of Reference, Difference between Reference and Bibliography)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

##### 7.5.0 उद्देश्य (Objectives):

##### 7.5.1 परिचय (Introduction):

##### 7.5.2 उद्धरण का महत्व (Importance of References):

##### 7.5.3 उद्धरण एवं संदर्भ ग्रंथ सूची में अन्तर (Difference between Reference and Bibliography):

##### 7.5.4 मैगजीन और जर्नल में अंतर (Differences between Magazine and Journals):

##### 7.5.5 उद्धरण के प्रकार (Types of References):

##### 7.5.6 उद्धरण के स्रोत (Sources of References):

##### 7.5.7 सारांश (Summary):

##### 7.5.8 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

##### 7.5.9 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

##### 7.5.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- उद्धरण का अर्थ
- संदर्भग्रंथ सूची का अर्थ
- उद्धरण एवं संदर्भग्रंथ सूची में अन्तर
- उद्धरण के तरीके

##### 7.5.1 परिचय:

जब कोई लेखक अपना शोधकार्य या लेख तैयार करता है तब वह अपनी बातों को प्रभावी एवं स्वीकार्य बनाने के लिए समर्थन में अन्य लेखकों अथवा विचारकों द्वारा पूर्व में कही या लिखी गयी बातों, विचारों, चित्रों, तथ्यों/समकों आदि को उद्धृत करता है। अतः इनको महत्व देने के लिए अपने लेख के अंत में इनका पूरा विवरण देता है जिसे उद्धरण के रूप में व्यवस्थित किया जाता है। इससे शोधकार्य/लेख की पहुँच एवं स्वीकार्यता बढ़ जाती है।

दुनिया भर के विभिन्न बौद्धिक संघों ने उद्धरण/संदर्भग्रंथ-सूची के तरीकों का मानकीकरण किया है। जिसमें कुछ न कुछ समानताएँ एवं विशेषताएँ होती हैं। इसके चलते वर्तमान में उद्धरण/संदर्भग्रंथ-सूची की कई शैलियाँ प्रचलित हैं। विभिन्न उद्धरण शैलियों में कुछ अंतर देखने को मिलते हैं जो सूचक तत्वों के क्रम, अक्षरों के आकार (Capitalization), विराम चिन्हों (Punctuations), तथा लेखक के नाम



आदि लिखने की शैलियों में अन्तर के कारण होते हैं। लेख के मुख्य भाग (Body) में किसी दूसरे विद्वान की बातों को उद्धृत करते समय लेखक का संक्षिप्त विवरण (प्रायः नाम व वर्ष) दिया जाता है तथा विस्तृत विवरण अलग से उद्धरण या संदर्भग्रंथ-सूची में दिया जाता है।

उदाहरण के लिए,

### लेख का भाग (Text Body):

कुमार (2014) ने शोध कार्य को सोचने के तरीके के रूप में परिभाषित किया है।

### उद्धरण का भाग (Reference):

कुमार रंजित (2014). रिसर्च मेथडलॉजी: ए स्टेप वाई स्टेप गाईड फॉर बिगिनर्स, चतुर्थ संस्करण, पब्लिशड बाई सेज पब्लिकेशन्स इंडिया पी वी टी लिमिटेड, नई दिल्ली, 110044, पेज संख्या 2.

उद्धरण अथवा संदर्भग्रंथ-सूची में सामान्यतः निम्नलिखित सूचनाओं को समाहित किया जाता है—

**i. लेखक का नाम**

**ii. संदर्भित पुस्तक अथवा लेख का शीर्षक**

**iii. प्रकाशन की तिथि अथवा वर्ष**

**iv. प्रकाशक का नाम एवं स्थान**

**v. पत्रिका के संदर्भ में अंक (Volume) तथा निर्गम संख्या (Issue No.)**

**vi. पेज-संख्या (Page No.)**

**नोट:** अंग्रेजी और हिन्दी के अक्षरों एवं चिन्हों में मौलिक अंतर होने के कारण उद्धरण की शैली में भी मामूली अंतर हो जाता है। हिन्दी के लेखों में अंग्रेजी में लिखी किताबों या लेखों का उद्धरण अंग्रेजी में भी दिया जा सकता है।

#### 7.5.2 उद्धरण का महत्व:

उद्धरण के महत्व को निम्नलिखित बिन्दुओं में स्पष्ट किया गया है—

(i). शैक्षिक लेखन में उद्धरण के द्वारा पूर्व के लेखकों एवं विचारकों के मौलिक ज्ञान एवं विचारों को स्वीकृति प्रदान की जाती है।

(ii). साहित्यिक चोरी (Plagiarism) एवं नकल (Copying) की प्रवृत्ति पर रोक लगती है।

(iii). पाठकों को लेख से सम्बंधित अन्य विद्वानों के ज्ञान और विचारों के बारे में जानकारी मिलती है जिससे पाठक अपनी रुचि एवं जिज्ञासा के अनुसार उनके विचारों का विस्तार से अध्ययन कर पाते हैं।

(iv). मानक रूप से उद्धरित शैक्षिक लेखों की गुणवत्ता सुनिश्चित होती है।

### 7.5.3 उद्धरण बनाम संदर्भग्रंथ-सूची (Reference Page Versus Bibliography):

उद्धरण और संदर्भग्रंथ-सूची में काफी हद तक समानता है। दोनों का प्रयोग शैक्षिक लेखों की गुणवत्ता सुनिश्चित करने के लिए किया जाता है। इनमें प्रमुख अन्तर निम्नलिखित हैं-

उद्धरण के अन्तर्गत जानकारी/ज्ञान के उन स्रोतों को रखा जाता है जिनका प्रयोग मूल लेख में पहले कहीं किया गया है। इसका प्रयोग प्रायः APA शैली में किया जाता है।

संदर्भग्रंथ-सूची में जानकारी/सम्बंधित ज्ञान के सभी ज्ञात स्रोतों को रखा जाता है चाहे इनका प्रयोग मूल लेख में हुआ है अथवा नहीं। इसका प्रयोग प्रायः शिकागो शैली में किया जाता है।

### 7.5.4 मैगजीन और जर्नल में अंतर (Differences between Magazine and Journals):

मैगजीन और जर्नल में निम्नलिखित अंतर होता है-

(i). जर्नल में विषय विशेषज्ञों के लेख छपते हैं जबकि मैगजीन में पत्रकारों और पेशेवरों के लेख छपते हैं।

(ii). मैगजीन का सम्पादन पत्रकारों के द्वारा किया जाता है जबकि जर्नल का सम्पादन विषय विशेषज्ञों द्वारा किया जाता है।

(iii). मैगजीन सामान्य पाठक वर्ग को केन्द्र में रखता है जबकि जर्नल के केन्द्र में विशेष पाठक वर्ग होता है।

(iv). जर्नल में लिखे गए लेखों में उद्धरण अनिवार्य रूप से दिए जाते हैं जबकि मैगजीन के लिए उद्धरण अनिवार्य नहीं है।

(v). जर्नल में लेखों के लिए एक मानक रूपरेखा तय होती है जबकि मैगजीन में लेखों के लिए कोई मानक रूपरेखा तय नहीं होती है।

### 7.5.5 उद्धरण की प्रमुख विधियाँ:

उद्धरण की प्रमुख प्रचलित विधियाँ निम्नलिखित हैं-

(i). अमेरिकन साइकोलॉजिकल एसोसिएशन शैली (American Psychological Association Style): इस शैली का प्रयोग प्रायः शिक्षा, समाज विज्ञान और विज्ञान आदि विषयों में किया जाता है। संक्षेप में इसको APA शैली कहते हैं।

APA शैली में लेख के मुख्य भाग में किसी दूसरे स्रोत से लिए गए तथ्यों को दो तरीके से उद्धृत किया जाता है-

(i). मध्यस्थित उद्धरण (Parenthetical Citation): इस शैली के अन्तर्गत लेख में कोष्ठक के अन्दर उद्धृत लेखक का नाम और उनके कार्य का वर्ष लिखा जाता है। लेखक के नाम और वर्ष के बीच में अर्द्ध

विराम चिन्ह लगाया जाता है। वाक्य के विन्यास के अनुसार लेखक का नाम और वर्ष को वाक्य के प्रारम्भ या अंत में रखते हैं। उदाहरण के लिए,

(कुमार, 2014) ने शोध कार्य को सोचने के तरीके के रूप में परिभाषित किया है।

अथवा,

शोधकार्य सोचने के तरीके से सम्बंधित है (कुमार, 2014) ।

(ii). **कथनात्मक उद्धरण (Narrative Citation):** इस शैली में पहले उद्धृत लेखक का उपनाम (Surname) के बाद उनके कार्य का वर्ष कोष्ठक में लिखा जाता है। इसमें लेखक के नाम और उनके कार्य के वर्ष के बीच कोई विराम चिन्ह नहीं लगाया जाता है। उदाहरण के लिए,

कुमार (2014) ने शोध कार्य को सोचने के तरीके के रूप में परिभाषित किया है।

(iii). **मॉडर्न लैंग्वेज एसोसिएशन शैली (Modern Language Association Style):** इस शैली का प्रयोग प्रायः मानविकी (Humanities) विषयों में किया जाता है। संक्षेप में इसे MLA शैली कहते हैं।

(iv). **शिकागो/टर्बियन शैली (Chicago/Turbian Style):** इस शैली का प्रयोग प्रायः व्यवसायिक/मैनेजमेन्ट, इतिहास तथा फाइन आर्ट जैसे विषयों में किया जाता है। संक्षेप में इसे शिकागो शैली कहते हैं।

(v). **पाद-टिप्पणी/फुट-नोट शैली (Footnotes Style):** इस शैली में लेख के जिस पेज पर किसी अन्य लेखक के विचारों को उद्धृत किया जाता है उसी पेज के नीचले भाग में उसका पूरा विवरण/स्रोत दे दिया जाता है। इसका फायदा यह होता है कि पाठक उद्धृत अंश के बारे में तुरंत आश्वस्त हो सकता है। इसमें हर उद्धरण को पहचान के लिए एक अंक/संख्या (Number) दिया जाता है।

उदाहरण के लिए,

नोट: लेख के एक पेज पर जितने लेखकों के विचारों को उद्धृत किया जाता है उन सभी के विस्तृत स्रोत

**लेख का भाग (Body Text):**

कुमार (2014)<sup>1</sup> ने शोध कार्य को सोचने के तरीके के रूप में परिभाषित किया है।

**पादटिप्पणी का भाग (Footnote):**

1. कुमार रंजित (2014). रिसर्च मेथडलॉजी: ए स्टेप बाई स्टेप गाईड फॉर बिगिनर्स, चतुर्थ संस्काण, पब्लिशड बाई सेज पब्लिकेशन्स इंडिया पी वी टी लिमिटेड, नई दिल्ली, 110044, पेज संख्या 2.

का विवरण भी उसी पेज के नीचे दे दिया जाता है।

### 7.5.6 उद्धरण के स्रोत (Sources of References):

किसी शोधकार्य या शैक्षिक लेख में मुख्यतः निम्नलिखित स्रोतों से उद्धरण दिये जाते हैं—

#### (1).पत्र-पत्रिकाएँ (Periodicals: Journals/Magazines/News Papers etc.):

A. जर्नल (Journals): जर्नल में छपे लेखों का उद्धरण निम्नलिखित रूप में दिया जाता है—

#### लेख के मुख्य भाग में (Body text)

मध्यस्थित उद्धरण /*Parentetical citation*: (Grady et al., 2019)

कथनात्मक उद्धरण /*Narrative citation*: Grady et al. (2019)

#### विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

लेखक का नाम. (प्रकाशन का वर्ष). लेख का शीर्षक. पत्रिका का नाम. अंक (Volume). निगम संख्या (Issue No.). पेज संख्या (Range of Pages).

उदाहरण—

Grady, J. S., Her, M., Moreno, G., Perez, C., & Yelinek, J. (2019). Emotions in storybooks: A comparison of storybooks that represent ethnic and racial groups in the United States. *Psychology of Popular Media Culture*, 8 (3), 207–217.

उपरोक्त उदाहरण में Volume No. 8 तथा Issue No. 3 है।

नोट: (a).अगर पत्रिका का DOI no.या URL No. ज्ञात होता है तो सबसे अंत में इसको रख देते हैं।

DOI= Digital Object Identifier (डिजिटल वस्तु पहचानकर्ता): इसमें अक्षरों एवं अंकों का विशिष्ट समूह होता है जिससे इन्टरनेट पर स्रोत की पहचान सुनिश्चित होता है।

(URL = Uniform Resource locator (समरूप स्रोत निर्देशक): यह स्रोत का इन्टरनेट पर पता होता है।

Grady, J. S., Her, M., Moreno, G., Perez, C., & Yelinek, J. (2019). Emotions in storybooks: A comparison of storybooks that represent ethnic and racial groups in the United States. *Psychology of Popular Media Culture*, 8 (3), 207–217. <https://doi.org/10.1037/ppm0000185>

उपरोक्त उदाहरण में <https://doi.org/10.1037/ppm0000185> DOI है।

(b).यदि लेख संख्या (Article No.) ज्ञात है तो पेज विस्तार (Page Range) की जगह Article Number लिखा जाता है। उदाहरण के लिए,

Jerrentrup, A., Mueller, T., Glowalla, U., Herder, M., Henrichs, N., Neubauer, A., & Schaefer, J. R. (2018). Teaching medicine with the help of “Dr.

House.” *PLoS ONE*, 13 (3), Article e0193972.  
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0193972>

उपरोक्त उदाहरण में e0193972 Article No. है।

**B. मैगजीन (Magazine Article References):** मैगजीन में छपे लेखों का उद्धरण निम्नलिखित रूप में दिया जाता है—

लेख के मुख्य भाग में (Body text)

मध्यस्थित उद्धरण /*Parentetical citation*:

(Lyons, 2009)

(Schaefer & Shapiro, 2019)

(Schulman, 2019)

कथनात्मक उद्धरण /*Narrative citation*:

Lyons (2009)

Schaefer and Shapiro (2019)

Schulman (2019)

विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

लेखक का नाम. (प्रकाशन की तिथि). लेख का शीर्षक. मैगजीन का नाम. अंक (Volume).  
निर्गम संख्या (Issue No.). पेज संख्या (Range of Pages).

उदाहरण—

Lyons, D. (2009, June 15). Don't 'iTune' us: It's geeks versus writers. Guess who's winning. *Newsweek*, 153 (24), 27.

उपरोक्त उदाहरण में Volume No. 153 तथा Issue No. 24 है।

नोट: (a). अगर पत्रिका का DOI no. या URL No. ज्ञात होता है तो सबसे अंत में इसको रख देते हैं।  
उदाहरण के लिए,

Schaefer, N. K., & Shapiro, B. (2019, September 6). New middle chapter in the story of human evolution. *Science*, 365 (6457), 981–982. <https://doi.org/10.1126/science.aay3550>

उपरोक्त उदाहरण में <https://doi.org/10.1126/science.aay3550> DOI है।

Schulman, M. (2019, September 9). Superfans: A love story. *The New Yorker*. <https://www.newyorker.com/magazine/2019/09/16/superfans-a-love-story>

उपरोक्त उदाहरण में <https://www.newyorker.com/magazine/2019/09/16/superfans-a-love-story> URL है।

**C. समाचार—पत्र (Newspaper article):** समाचार पत्रों में छपे लेखों का उद्धरण निम्नलिखित रूप में दिया जाता है—

## लेख के मुख्य भाग में (Body text)

मध्यस्थित उद्धरण /*Parentetical citation*:

(Carey, 2019)

(Harlan, 2013)

(Stobbe, 2020)

कथनात्मक उद्धरण /*Narrative citation*:

Carey (2019)

Harlan (2013)

Stobbe (2020)

विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

लेखक का नाम. (प्रकाशन की तिथि). लेख का शीर्षक. समाचार-पत्र का नाम.

अन्त में प्रिंट मिडिया के लिए पेज संख्या तथा ऑनलाईन मिडिया के लिए URL No. दिया जाता है।

नोट: समाचारपत्र का नाम इटालिक फॉर्म में लिखा जाता है। जैसे- *NEWYORK TIMES*.

उदाहरण-

Carey, B. (2019, March 22). Can we get better at forgetting? *The New York Times*. <https://www.nytimes.com/2019/03/22/health/memory-forgetting-psychology.html>

उपरोक्त उदाहरण में <https://www.nytimes.com/2019/03/22/health/memory-forgetting-psychology.html> URL है।

Harlan, C. (2013, April 2). North Korea vows to restart shuttered nuclear reactor that can make bomb-grade plutonium. *The Washington Post*, A1, A4.

उपरोक्त उदाहरण में A1 तथा A4 पेज संख्या है।

नोट: यदि अंक संख्या निर्गम संख्या तथा पेज संख्या इत्यादि उपलब्ध न हो तो विस्तृत उद्धरण निम्नलिखित प्रकार से लिखते हैं।

लेखक का नाम. (प्रकाशन की तिथि). लेख का शीर्षक. समाचार-पत्र का नाम.

उदाहरण के लिए,

Stobbe, M. (2020, January 8). Cancer death rate in U.S. sees largest one-year drop ever. *Chicago Tribune*.

(2). पुस्तकें (**Books**): पुस्तकों में छपे लेखों का उद्धरण निम्नलिखित रूप में दिया जाता है-

a. लेखक की किताबें (**Authored Books**):

विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

लेखक का नाम. (प्रकाशन का वर्ष). पुस्तक का नाम. (संस्करण संख्या). प्रकाशक का नाम एवं पता. पेज संख्या.

Jackson, L. M. (2019). *The psychology of prejudice: From attitudes to social action* (2nd ed.). American Psychological Association.

**b. सम्पादित किताबें (Edited Books):**

विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

लेखक का नाम. (सम्पादित) (प्रकाशन का वर्ष). पुस्तक का नाम. (संस्करण संख्या). प्रकाशक का नाम एवं पता. पेज संख्या.

नोट: (क). अंग्रेजी में (सम्पादित) की जगह (Ed.) लिखा जाता है।

(ख). एक से अधिक सम्पादक होने की स्थिति में अंग्रेजी में (सम्पादित) की जगह (Eds.) लिखा जाता है।

उदाहरण के लिए,

Kesharwani, P. (Ed.). (2020). *Nanotechnology based approaches for tuberculosis treatment*. Academic Press.

एक से अधिक सम्पादक होने की स्थिति में—

Torino, G. C., Rivera, D. P., Capodilupo, C. M., Nadal, K. L., & Sue, D. W.(Eds.). (2019). *Microaggression theory: Influence and implications*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9781119466642>

**C. सम्पादित पुस्तकों में अध्याय (Chapters in an Edited Book):** सम्पादित पुस्तकों में छपे लेखों का उद्धरण निम्नलिखित रूप में दिया जाता है—

विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

लेखक का नाम. (प्रकाशन का वर्ष). अध्याय का नाम. सम्पादक का नाम. सम्पादित. पुस्तक का नाम. पेज संख्या. प्रकाशक का नाम एवं पता.

नोट: (क). अंग्रेजी में (सम्पादित) की जगह (Ed.) लिखा जाता है।

(ख). एक से अधिक सम्पादक होने की स्थिति में अंग्रेजी में (सम्पादित) की जगह (Eds.) लिखा जाता है।

उदाहरण के लिए,

Aron, L., Botella, M., & Lubart, T. (2019). Culinary arts: Talent and their development. In R. F. Subotnik, P. Olszewski-Kubilius, & F. C. Worrell (Eds.), *The psychology of high performance: Developing human potential into domain-specific talent* (pp. 345–359). American Psychological Association. <https://doi.org/10.1037/0000120-016>

(3). प्रतिवेदन(Reports):

a. सरकारी संस्था द्वारा निर्गत प्रतिवेदन (Report by a Government Agency)

सरकारी संस्था द्वारा निर्गत प्रतिवेदनों का उद्धरण निम्नलिखित रूप में दिया जाता है—

विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

संस्था का नाम. (प्रकाशन का वर्ष). प्रतिवेदन का शीर्षक. (प्रकाशन संख्या). विभाग का नाम. पता.

नोट: (क). प्रतिवेदन के आभासी माध्यम में होने पर ऑनलाइन पता भी देते हैं।

(ख). प्रतिवेदन का शीर्षक इटालियन फॉर्म में लिखते हैं।

उदाहरण के लिए,

National Cancer Institute. (2019). *Taking time: Support for people with cancer* (NIH Publication No. 18-2059). U.S. Department of Health and Human Services, National Institutes of Health.

<https://www.cancer.gov/publications/patient-education/takingtime.pdf>

- **Parentetical citation:** (National Cancer Institute, 2019)
- **Narrative citation:** National Cancer Institute (2019)

नोट: यहाँ पर प्रतिवेदन प्रस्तुत करने वाली विशिष्ट संस्थान का नाम लेखक की जगह तथा इसकी मातृ संस्थान को प्रकाशक की जगह लिखा जाता है।

b. व्यक्तिगत लेखक/लेखकों द्वारा निर्गत प्रतिवेदन (Report with individual author/s)

व्यक्तिगत लेखक/लेखकों द्वारा निर्गत प्रतिवेदनों का उद्धरण निम्नलिखित रूप में दिया जाता है—

विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

लेखक/लेखकों का नाम. (प्रकाशन का वर्ष). प्रतिवेदन का शीर्षक. (प्रकाशन संख्या). संस्था का नाम. पता.

नोट: (क). प्रतिवेदन के आभासी माध्यम में होने पर ऑनलाइन पता भी देते हैं।

(ख). प्रतिवेदन का शीर्षक इटालियन फॉर्म में लिखते हैं।

(ग). प्रतिवेदन संख्या ज्ञात होने पर पसको प्रतिवेदन के शीर्षक के बाद कोष्टक में लिखते हैं।

उदाहरण के लिए,

Baral, P., Larsen, M., & Archer, M. (2019). *Does money grow on trees? Restoration financing in Southeast Asia*. Atlantic Council.

<https://www.atlanticcouncil.org/in-depth-research-reports/report/does-money-grow-on-trees-restoring-financing-in-southeast-asia/>

Stuster, J., Adolf, J., Byrne, V., & Greene, M. (2018). *Human exploration of Mars: Preliminary lists of crew tasks* (Report No. NASA/CR-2018-220043). National Aeronautics and Space Administration.

<https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20190001401.pdf>

- **Parentetical citations:** (Baral et al., 2019; Stuster et al., 2018)
- **Narrative citations:** Baral et al. (2019) and Stuster et al. (2018)

नोट: यदि प्रतिवेदन संख्या दिया हो तो प्रतिवेदन के शीर्षक के बाद कोष्टक में उसे लिखते हैं।

अंत में प्रकाशक का नाम और URL लिखते हैं।

(4). प्रेस विज्ञप्ति (Press Release):

प्रेस विज्ञप्तियों का उद्धरण निम्नलिखित रूप में दिया जाता है—



### विस्तृत उद्धरण का स्वरूप:

विज्ञप्ति जारी करने वाली संस्था नाम. (विज्ञप्ति जारी करने की तिथि). विज्ञप्ति का शीर्षक. (प्रेस विज्ञप्ति).  
ऑनलाइन पत्ता.

नोट: (क). विज्ञप्ति का शीर्षक इटालियन फॉर्म में लिखते हैं।

(ख). विज्ञप्ति के शीर्षक के बाद कोष्ठक में प्रेस विज्ञप्ति लिखते हैं।

(ग). प्रतिवेदन के आभासी माध्यम में होने पर अंत में ऑनलाइन पत्ता लिखते हैं।

उदाहरण के लिए,

U.S. Food and Drug Administration. (2019, November 15). *FDA approves first contact lens indicated to slow the progression of nearsightedness in children* [Press release]. <https://www.fda.gov/news-events/press-announcements/fda-approves-first-contact-lens-indicated-slow-progression-nearsightedness-children>

- **Parentetical citation:** (U.S. Food and Drug Administration, 2019)
- **Narrative citation:** U.S. Food and Drug Administration (2019)

नोट: • प्रेस विज्ञप्ति जारी करने वाली संस्थान का नाम लेखक की जगह लिखते हैं।

• विज्ञप्ति के शीर्षक के बाद बड़ी कोष्ठक में प्रेस विज्ञप्ति लिखते हैं।

### (5). सेमिनार/कॉन्फ्रेंस (Seminar/Conference presentation)

सेमिनार/कॉन्फ्रेंस में प्रस्तुत शोध पत्रों का उद्धरण निम्नलिखित प्रकार से दिया जाता है—

#### विस्तृत उद्धरण:

प्रस्तुतकर्ता अथवा प्रस्तुतकर्ताओं के नाम (कार्यक्रम की निर्धारित अवधि). शोधपत्र का शीर्षक.  
(सेमिनार/कॉन्फ्रेंस प्रस्तुति). कार्यक्रम का शीर्षक. आयोजक का नाम एवं पत्ता.

Evans, A. C., Jr., Garbarino, J., Bocanegra, E., Kinscherff, R. T., & Márquez-Greene, N. (2019, August 8–11). *Gun violence: An event on the power of community* [Conference presentation]. APA 2019 Convention, Chicago, IL, United States. <https://convention.apa.org/2019-video>

नोट:

(क). शोधपत्र का शीर्षक इटालियन फॉर्म में लिखते हैं।

(ख). शोधपत्र के शीर्षक के बाद बड़ी कोष्ठक में सेमिनार/कॉन्फ्रेंस प्रस्तुति; शोधपत्र प्रस्तुति; पोस्टर प्रस्तुति; बीज वक्तव्य; आदि लिखते हैं।

(ग). शोधपत्र के आभासी माध्यम में उपलब्ध होने पर अंत में ऑनलाइन पत्ता लिखते हैं।

- **Parentetical citation:** (Evans et al., 2019)
- **Narrative citation:** Evans et al. (2019)

### (6). प्रकाशित निबंध या शोध प्रबंध (Published Dissertations or Theses):

प्रकाशित निबंध या शोध प्रबंध का उद्धरण निम्नलिखित प्रकार से दिया जाता है—

### विस्तृत उद्धरण:

**लेखक का नाम** (वर्ष). प्रकाशित निबंध का शीर्षक. (प्रकाशन संख्या). [प्रकाशित निबंध का प्रकार एवं संस्थान का नाम]. प्रकाशित निबंध की उपलब्धता का स्रोत एवं पता.

नोट:

(क). प्रकाशित निबंध का शीर्षक इटालियन फॉर्म में लिखते हैं।

(ख). प्रकाशित निबंध के शीर्षक के बाद छोटी कोष्टक में प्रकाशन संख्या लिखते हैं।

(ग). प्रकाशन संख्या के बाद बड़ी कोष्टक में निबंध के प्रकार और संस्थान का नाम लिखते हैं। निबंध के प्रकार और संस्थान के नाम के बीच में अर्द्ध विराम का चिन्ह लगाते हैं।

(घ). निबंध के प्रकार और संस्थान के नाम के बाद निबंध के सार्वजनिक उपलब्धता के स्रोत का नाम लिखा जाता है। प्रकाशित निबंध के आभासी माध्यम में उपलब्ध होने पर अंत में ऑनलाइन पता लिखते हैं। भारत में शोध गंगा पीएच. डी के अन्तर्गत प्रकाशित शोध प्रबंधों के सार्वजनिक स्रोत है। उसी तरह से ProQuest Dissertations & Theses Global एवं UA Campus Repository varjjk आदि अंतरराष्ट्रीय स्रोत हैं।

(ङ). प्रकाशित निबंध के आभासी माध्यम में उपलब्ध होने पर अंत में ऑनलाइन पता लिखते हैं।

(च). कोई भी निबंध या शोध प्रबंध तभी प्रकाशित माना जाता है ज बवह सार्वजनिक स्रोतों पर उपलब्ध हो।

उदाहरण के लिए,

Kabir, J. M. (2016). *Factors influencing customer satisfaction at a fast food hamburger chain: The relationship between customer satisfaction and customer loyalty* (Publication No. 10169573) [Doctoral dissertation, Wilmington University]. ProQuest Dissertations & Theses Global.

Miranda, C. (2019). *Exploring the lived experiences of foster youth who obtained graduate level degrees: Self-efficacy, resilience, and the impact on identity development* (Publication No. 27542827) [Doctoral dissertation, Pepperdine University]. PQDT Open.

<https://pqdtopen.proquest.com/doc/2309521814.html?FMT=AI>

Zambrano-Vazquez, L. (2016). *The interaction of state and trait worry on response monitoring in those with worry and obsessive-compulsive symptoms* [Doctoral dissertation, University of Arizona]. UA Campus Repository. <https://repository.arizona.edu/handle/10150/620615>

- **Parentetical citations:** (Kabir, 2016; Miranda, 2019; Zambrano-Vazquez, 2016)
- **Narrative citations:** Kabir (2016), Miranda (2019), and Zambrano-Vazquez (2016)

### (7). समक समुच्चय (Data Set):

द्वितीयक समकों के प्रयोग की स्थिति में उनके स्रोत का उद्धरण निम्नलिखित तरीके से दिया जाता है— यदि द्वितीयक समकों का संकलन किसी लेख (शोधपत्र, प्रतिवेदन अथवा वेब-पेज) से किया गया है तो विस्तृत उद्धरण में लेख के स्रोत का ही उल्लेख करते हैं।

यदि समकों का संकलन सार्वजनिक रूप से उपलब्ध समक समुच्चयों में से किया जाता है तो विस्तृत उद्धरण निम्नलिखित प्रकार से दिया जाता है –

मूल संग्रहकर्ता का नाम. (वर्ष). समक समुच्चय का शीर्षक इटालिक फॉर्म में ( संख्यात्मक पहचान संख्या ; संस्करण संख्या) [समक समुच्चय]. संस्था का नाम. ऑनलाइन पता उदाहरण के लिए,

O'Donohue, W. (2017). *Content analysis of undergraduate psychology textbooks* (ICPSR 21600; Version V1) [Data set]. ICPSR. <https://doi.org/10.3886/ICPSR36966.v1>

नोट: यहाँ ICPSR (Inter-university Consortium for political and Social Research) यह दुनियाँ भर के लगभग 800 विश्वविद्यालयों का समूह है जो राजनीतिक एवं सामाजिक अध्ययन के लिए आँकड़ें उपलब्ध कराती है। इसका मुख्यालय अमेरिका में है।

नोट: यहाँ, ICPSR 21600 संख्यात्मक पहचान संख्या (Numerical Identifier) है।

- **Parentetical citation:** (O'Donohue, 2017)
- **Narrative citation:** O'Donohue (2017)

### (8). यू ट्यूब विडियो (YouTube video):

यू ट्यूब विडियो से लिए गए अंश का उद्धरण निम्नलिखित तरीके से किया जाता है—

विस्तृत उद्धरण:

अकाउंट का नाम. (विडियो अपलोड करने की तिथि). विडियो का शीर्षक इटालिक फॉर्म में [विडियो]. यू ट्यूब. ऑनलाइन पता/लिंक

उदाहरण के लिए,

Asian Boss. (2020, June 5). *World's leading vaccine expert fact-checks COVID-19 vaccine conspiracy: Stay curious #22* [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=WQdLDMLrYIA>

Harvard University. (2019, August 28). *Soft robotic gripper for jellyfish* [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=guRoWTYfxMs>

- **Parentetical citations:** (Asian Boss, 2020; Harvard University, 2019)
- **Narrative citations:** Asian Boss (2020) and Harvard University (2019)

### (9). यू ट्यूब चैनल (YouTube channel):

यू ट्यूब चैनल से लिए गए अंश का उद्धरण निम्नलिखित तरीके से किया जाता है—

विस्तृत उद्धरण:

चैनल का नाम. (एन. डी.). डिफाल्ट— होम/प्ले लिस्ट/विडियोस आदि. [यू ट्यूब चैनल]. तथ्य प्राप्त करने की तिथि, ऑनलाइन पता/लिंक

उदाहरण के लिए,

APA Publishing Training. (n.d.). *Home* [YouTube channel]. YouTube. Retrieved February 20, 2020, from <https://www.youtube.com/user/PsycINFO/>

Walker, A. (n.d.). *Playlists* [YouTube channel]. YouTube. Retrieved October 8, 2019, from <https://www.youtube.com/user/DjWalkzz/playlists>

- **Parentetical citations:** (APA Publishing Training, n.d.; Walker, A. n.d.)
- **Narrative citations:** APA Publishing Training (n.d.) and Walker A. (n.d.)

### 7.5.7 सारांश (Summary):

जब कोई लेखक अपने लेख में दूसरे लेखकों एवं विचारकों के पूर्व लिखित विचारों का प्रयोग करता है तब उन लेखकों एवं विचारकों का सम्पूर्ण विवरण उद्धरण के रूप में देता है। ऐसा करने के दो प्रमुख उद्देश्य होते हैं: पहला उन लेखकों एवं विचारकों को प्रतिष्ठा देना तथा दूसरा पाठकों की संतुष्टि। संदर्भग्रंथ सूची में शोध विषय से सम्बंधित कुछ ऐसे लेखकों और विचारकों का विवरण भी दिया जाता है जिसका प्रयोग लेख में नहीं किया गया है परन्तु लेख के विषय से सम्बंधित हैं।

उद्धरण एवं संदर्भग्रंथ सूची में विवरण प्रस्तुत करने के कई तरीके प्रचलन में हैं। उनमें से APA System सर्वाधिक लोकप्रिय है।

### 7.5.8 अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. उद्धरण से आप क्या समझते हैं?
2. उद्धरण का महत्व बतायें।
3. उद्धरण और संदर्भ ग्रंथ सूची में क्या अंतर है?
4. उद्धरण के प्रमुख प्रकारों का उल्लेख करें।

### 7.5.9 उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). “Research Methodology: Methods and Techniques” Fourth Edition, New Age International Publishers

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). “Marketing Research” Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Fred N. Kerlinger (2012). “Foundation of Behavioural Research”, Second Edition, Surjeet Publications, New Delhi-11007.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). “Designing and Managing a Research Project” Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). “Methodology of Research in Social Sciences” Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). “Scientific Social Survey and Research” Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). “Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners”, Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.

Website:- <https://libguides.csudh.edu/citation/apa-7>

## खण्ड (Section)– 7:

### इकाई (Unit)– 6: अध्ययन की सीमाएँ (Limitations of Research)

#### इकाई की रूपरेखा (Unit Plan)

#### 7.5.0 उद्देश्य (Objectives):

#### 7.5.1 परिचय (Introduction):

#### 7.5.2. शोध की सीमाएँ (Limitations of Research):

#### 7.5.2.(i). अध्ययन क्षेत्र की सीमाएँ (Limitations of Study Area):

#### 7.5.2. (ii). अध्ययन अवधि की सीमाएँ (Limitations of Study Period):

#### 7.5.2. (iii). बजट की सीमाएँ (Limitations of Budget):

#### 7.5.2. (iv). अवधारणाओं/मान्यताओं की सीमाएँ (Limitations of Concepts/Assumptions):

#### 7.5.2. (v). प्रतिदर्श की सीमाएँ (Limitations of Sample):

#### 7.5.2. (vi). समकों की सीमाएँ (Limitations of Data):

#### 7.5.2. (vii). सांख्यिकी विधियों की सीमाएँ (Limitations of Statistical Methods):

#### 7.5.2. (viii). शोधार्थी की सीमाएँ (Limitations of Researcher):

#### 7.5.2. (ix). दैविक सीमाएँ (Random Limitations):

#### 7.5.3. सारांश (Summary):

#### 7.5.4. अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

#### 7.5.5. उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

#### 7.5.0 उद्देश्य (Objectives):

वर्तमान अध्याय के अध्ययन के उपरांत आप जानेंगे—

- शोध अध्ययन की सीमाओं के बारे में
- शोध अध्ययन की सीमाओं के विभिन्न कारकों को

### 7.5.1 परिचय (Introduction):

वैज्ञानिक दृष्टिकोण से कोई भी शोधकार्य पूर्ण नहीं होता है। अर्थात् तमाम सावधानियों के बावजूद उनमें कुछ कमियाँ रह सकती हैं। दूसरे शब्दों में कहें तो शोध के निष्कर्षों में दैव चरों (Random Variables) के प्रभाव भी शामिल होते हैं जिन्हें दैव त्रुटि के रूप में जाना जाता है। इसके अलावा प्रत्येक शोध कार्य की अपनी भी कुछ कमियाँ अथवा सीमाएँ होती हैं। जिसके कारण शोध के निष्कर्षों का सामान्यीकरण करना सम्भव नहीं होता है। विज्ञान के विषयों में शोध के लिए प्रायः प्रयोगशाला विधि का प्रयोग होता है। इसमें परिस्थितियों को नियंत्रित किया जा सकता है तथा शोध के वातावरण को हर समय एवं हर जगहों पर एक जैसा रखा जा सकता है। जिसके कारण विभिन्न प्रयोगशालाओं में किए गए शोधकार्य का एक समान निष्कर्ष प्राप्त होता है। इसलिए इन शोधकार्यों के निष्कर्षों का सामान्यीकरण किया जाता है। परन्तु सामाजिक विषयों के शोधकार्य खुले वातावरण अथवा क्षेत्र (Field-Work) में किया जाता है। जिसके कारण इनके निष्कर्षों पर स्थान, समय, वर्ग आदि का भी प्रभाव पड़ता है। हर शोध कार्य के लिए एक विशिष्ट वातावरण होता है जो शोध के निष्कर्षों को सीमित करती है। जिनका उल्लेख शोध की सीमाओं के रूप में किया जाता है।

शोध की सीमाओं का उल्लेख कर देने से दूसरे उन शोधार्थियों को फायदा होता है जो इस से सम्बंधित विषयों पर आगे शोधकार्य करना चाहते हैं। नये शोधार्थियों को इन सीमाओं/बाधाओं को दूर करने का अवसर मिलता है। जिससे शोध की गुणवत्ता में सुधार होता है।

### 7.5.2. शोध की सीमाएँ (Limitations of Research):

**सीमाएँ (Limitations):** हर चीज की एक सीमा होती है। इसी तरह से शोधकार्यों अथवा परियोजना-कार्यों की भी कुछ सीमाएँ होती हैं। ये सीमाएँ शोध-क्षेत्र का सीमांकन, प्रतिदर्श विधि की सीमाएँ, अव्यवहारिक मान्यताएँ, सूचकों की अनुपस्थिति, या उनके द्वारा गलत सूचनाएँ देना, शोधकार्य में प्रयोग की गयी सांख्यिकी विधियों की सीमाओं के साथ साथ शोधकर्ता के ज्ञान, अनुभव एवं कार्य के प्रति समर्पण में कमी आदि के कारण उत्पन्न होती हैं। शोध कार्य के परिणामों का सामान्यीकरण करने से पहले इन सीमाओं का उल्लेख कर देना चाहिए।

सामाजिक विज्ञान विषय के शोधकार्यों की निम्नलिखित सीमाएँ होती हैं—

#### 7.5.2.(i). अध्ययन क्षेत्र की सीमाएँ (Limitations of Study Area):

सामाजिक विज्ञान के शोधकार्य किसी विशेष भौगोलिक सीमा के अन्तर्गत किए जाते हैं। शोध के उद्देश्यों एवं आवश्यकताओं के अनुसार भौगोलिक क्षेत्र बड़ा या छोटा हो सकता है। उदाहरण के लिए, भारत में जनगणना राष्ट्रीय स्तर पर किया जाता है। इसके अतिरिक्त अपने नागरिकों को विशेष सुविधाएँ देने के लिए राज्य सरकारें अलग से सामाजिक एवं जातीय जनगणना कराती हैं। मौसम की प्रतिकूलता के कारण फसलों को हुए नुकसान का अध्ययन करने के लिए जिले स्तर पर शोधकार्य किया जाता है। इसी तरह से विकासखंड, पुलिस थाना क्षेत्र, न्याय पंचायत, ग्राम पंचायत, वार्ड, किसी स्कूल, अस्पताल आदि के लिए शोधकार्य किए जाते हैं। हर भौगोलिक क्षेत्र की कुछ विशिष्टताएँ होती हैं। जिनका प्रभाव शोध के निष्कर्षों पर पड़ता है। इसलिए सामाजिक शोधकार्यों से प्राप्त निष्कर्षों की भी कुछ सीमाएँ होती हैं। इनका सामान्यीकरण करते समय इन सीमाओं का उल्लेख करना चाहिए।

#### 7.5.2. (ii). अध्ययन अवधि की सीमाएँ (Limitations of Study Period):

सामाजिक शोध की अवधि का भी शोध के निष्कर्षों पर प्रभाव पड़ता है। परिवर्तन प्रकृत का नियम है। उदाहरण के लिए सामान्य दिनों में घर से बाहर जाकर काम करने वाले लोग पर्व-त्योहारों पर अपने घर आ जाते हैं। जाड़ा, गर्मी या बरसात के दिनों में परिस्थितियाँ अलग अलग होती हैं। इसी तरह युद्धकाल और शांतिकाल की परिस्थितियाँ भी भिन्न होती हैं। प्राकृतिक आपदाओं का प्रभाव भी धीरे धीरे कम हो जाता है। उदाहरण के लिए 2019-21 के कोरोना महामारी के दौरान लॉकडाउन के कारण अधिकांश सामाजिक आर्थिक गतिविधियाँ ठप पड़ गयी थी परन्तु वर्तमान में फिर से पटरी पर लौट आयी है।

अवधि के अनुसार शोधकार्यों की एक महत्वपूर्ण सीमा यह भी है कि शोधकार्य के लिए कितना समय निर्धारित किया गया है। किसी विषय पर गहन शोध करने के लिए पर्याप्त समय की आवश्यकता होती है जबकि सतही अध्ययन कम समय में ही किया जा सकता है। उदाहरण के लिए विश्वविद्यालयों में पीएच. डी. (Ph. D) करने के दौरान शोध करने के लिए प्रायः तीन वर्ष का समय दिया जाता है जबकि कोर्स के दौरान परियोजना कार्यों के लिए काफी कम समय दिया जाता है। कोर्स के दौरान परियोजना कार्यों का उद्देश्य विद्यार्थियों में शोधकार्य की समझ विकसित करना होता है जबकि पीएच. डी. के दौरान किए गए शोधकार्यों की उपयोगिता होती है। इसी तरह से कम्पनियाँ या संस्थान भी अल्पकालिक और दीर्घकालिक उद्देश्यों की पूर्ति के लिए अल्प अवधि और दीर्घ अवधि के शोधकार्य करते हैं।

उपरोक्त कारणों से शोधकार्य की अवधि का शोध के निष्कर्षों पर विशिष्ट प्रभाव पड़ता है जो शोध के निष्कर्षों की सर्वकालिक व्यापकता को सीमित करती है।

### 7.5.2. (iii). बजट की सीमाएँ (Limitations of Budget):

किसी भी शोधकार्य के लिए आवंटित बजट की भी सीमाएँ होती हैं। कम बजट में व्यापक स्तर के शोधकार्य सम्पन्न करना सम्भव नहीं हो पाता है। उदाहरण के लिए जब भारत सरकार 10 वर्षों में एक बार जनगणना कराती है तब देशभर के शिक्षकों और अन्य कार्यकर्ताओं को ट्रेनिंग देकर काम पर लगाती है। इस तरह के शोधकार्य यदि निजी रूप से कराना हो तो काफी व्यय करना पड़ेगा। इसी तरह से पढ़ाई के दौरान किए जाने वाले शोधकार्यों के लिए बजट का कोई प्रावधान न किए जाने के कारण विद्यार्थी बहुत ही सतही तरीके से शोधकार्य सम्पन्न करते हैं। वैसे भी पर्याप्त बजट के बाद भी शोधकार्यों में कुछ त्रुटि होने की सम्भावनाएँ बनी रहती हैं।

**7.5.2. (iv). प्रतिदर्श की सीमाएँ (Limitations of Sample):** विभिन्न कारणों से प्रत्येक शोधकार्य के लिए समग्र का अध्ययन करना सम्भव नहीं होता है। ऐसे में शोधकार्य के लिए प्रतिदर्श का चुनाव किया जाता है। प्रतिदर्श के चुनाव में लाख सावधानी बरतने पर भी कुछ त्रुटि होने की सम्भावना बनी रहती है। प्रतिदर्श की कुछ महत्वपूर्ण सीमाएँ निम्नलिखित हैं—

(i). प्रतिदर्श चयन की विधि की सीमाएँ: शोधकार्यों के लिए दैव प्रतिचयन विधि सबसे उपयुक्त होती है। परन्तु कई कारणों से अन्य प्रतिचयन विधियों का प्रयोग किया जाता है। जिसके कारण शोध कार्य की गुणवत्ता प्रभावित होती है।

(ii). प्रतिदर्श के आकार का पर्याप्त न होना। बहुत छोटा या बहुत बड़े आकार के प्रतिदर्श के प्रयोग के कारण भी शोध कार्य की गुणवत्ता प्रभावित होती है।

(iii). प्रतिदर्श के लिए चयनित सूचकों का उपलब्ध न होना अथवा सूचकों द्वारा गलत सूचनाएँ देना भी शोधकार्य की गुणवत्ता को सीमित करती है।

(vi). प्रतिदर्श का समग्र का प्रतिनिधित्व न करना। एक अच्छे प्रतिदर्श के लिए उसको समग्र का प्रतिनिधि होना आवश्यक होता है। यदि किन्हीं कारणों से प्रतिदर्श में समग्र के सभी गुण उसी अनुपात में न हो तो शोधकार्य के निष्कर्ष बुरी तरह से प्रभावित हो जाता है।

### 7.5.2. (v). अवधारणाओं/मान्यताओं की सीमाएँ (Limitations of Concepts/Assumptions):

सामाजिक विज्ञान के शोधकार्य बहुत सी अवधारणाओं/मान्यताओं पर निर्भर करते हैं। ऐसे में यदि ये मान्यताएँ सही नहीं होती हैं तो शोधकार्य के निष्कर्ष प्रभावित होते हैं। उदाहरण के लिए यदि यह मान्यता लेते हैं कि महिलाएँ पर्दा करती हैं जिसके कारण श्रम बल में उनकी भागीदारी कम होती है। परन्तु वास्तव में उनकी कम भागीदारी का कोई दूसरा कारण भी हो सकता है। उदाहरण के लिए बढ़ती अपराधिक घटनाओं के कारण भी महिलाएँ घर से बाहर जाकर काम करने से कतराती हैं।



**7.5.2. (vi). समकों की सीमाएँ (Limitations of Data):** शोधकार्य के लिए उपयुक्त समकों की उपलब्धता न होने के कारण भी शोधकार्य की गुणवत्ता प्रभावित होती है। उदाहरण के लिए कभी अंकात्मक समकों की जगह गुणात्मक समकों से काम चलाना पड़ता है अथवा इसके विपरीत गुणात्मक समकों की जगह अंकात्मक समकों से काम लेना पड़ता है। कभी कभी समकों की अनुपलब्धता (**Missing Data**) की समस्या भी आती है। कभी कभी समकों के मान व्यवहारिक सीमा के बाहर के होते हैं। समकों के पर्याप्त संख्या में उपलब्ध न होने की भी समस्या आती है। अतः विभिन्न कारणों से समकों की सीमाएँ शोध कार्य के लिए भी सीमा बन जाती हैं।

**7.5.2. (vii). सांख्यिकी विधियों की सीमाएँ (Limitations of Statistical Methods):** सांख्यिकी की विधियाँ सम्भाव्यता के सिद्धान्तों पर आधारित होती है। ये विधियाँ औसत रूप से सही परिणाम देती हैं परन्तु विशिष्ट अध्ययनों में इसके असफल होने की सम्भावना बनी रहती है। उदाहरण के लिए यदि किसी डॉक्टर द्वारा किए गए आपरेशन का अध्ययन करने पर औसतन 3 प्रतिशत आपरेशन असफल होता है परन्तु पिछले 97 सफल आपरेशन के बाद शेष तीन के असफल होने की अनिवार्यता नहीं है।

इसी तरह से परिकल्पनाओं की जाँच के दौरान दो तरह की त्रुटियाँ होने की सम्भावना रहती है: प्रथम प्रकार की त्रुटि (**Type One Error**) तथा द्वितीय प्रकार की त्रुटि (**Type Two Error**). ये दोनों त्रुटियाँ आपस में इस प्रकार से सम्बंधित होती हैं कि प्रथम प्रकार की त्रुटि को कम करने पर द्वितीय प्रकार की त्रुटि की सम्भावना बढ़ जाती है। यानि ये दोनों एक दूसरे के परस्पर विरोधी दिशा में सक्रिय रहते हैं। सांख्यिकी की इन्ही कमियों के कारण इसकी तुलना व्यवस्थित झूठ से की जाती है। किसी ने यहाँ तक कहा है कि झूठ तीन तरह के होते हैं: झूठ, सफेद झूठ और सांख्यिकी।

**7.5.2. (viii). शोधार्थी की सीमाएँ (Limitations of Researcher):** शोधकार्य में शोधार्थी के ज्ञान, उसकी निष्ठा और परिश्रम का काफी महत्व होता है। यदि शोधार्थी शोधकार्य में शिथिलता या लापरवाही बरतता है तब शोधकार्य का परिणाम अविश्वसनीय हो जाता है। शोधार्थी द्वारा निम्नलिखित गलतियाँ की जा सकती है—

- (i). सुविधाजनक प्रतिदर्श का चुनाव।
- (ii). समकों का अति अनुकूलन (**Manipulation of Data**)।
- (iii). किसी पूर्वाग्रह से ग्रसित होना।
- (iv). मेहनत से जी चुराना।
- (v). दूसरे शोधकार्यों का नकल करना।

**7.5.2. (ix). दैविक सीमाएँ ( Random Limitations):** तमाम सावधानियाँ अपनाएँ और विधि पूर्वक शोधकार्य करने के बावजूद कुछ त्रुटियाँ रह सकती है। इस तरह की त्रुटियों को दैवीय त्रुटि (**Random Error**) कहते हैं। इस तरह की त्रुटियाँ होने की सम्भावना शोध के हर चरण में रहती है। हालांकि इनकी दिशा प्रायः एक दूसरे के विपरित होती है जो एक दूसरे के प्रभाव को समाप्त कर देते हैं।

### 7.5.3. सारांश (Summary):

प्रत्येक शोध कार्य की अपनी भी कुछ कमियाँ अथवा सीमाएँ होती हैं। जिसके कारण शोध के निष्कर्षों का सामान्यीकरण करना सम्भव नहीं होता है। विज्ञान के विषयों में शोध के लिए प्रायः प्रयोगशाला विधि का प्रयोग होता है। इसमें परिस्थितियों को नियंत्रित किया जा सकता है तथा शोध के वातावरण को हर समय एवं हर जगहों पर एक जैसा रखा जा सकता है। जिसके कारण विभिन्न प्रयोगशालाओं में किए गए शोधकार्य का एक समान निष्कर्ष प्राप्त होता है। इसलिए इन शोधों के निष्कर्षों का सामान्यीकरण किया जाता है। परन्तु सामाजिक विषयों के शोधकार्य खुले वातावरण अथवा क्षेत्र (**Field-Work**) में किया

जाता है। जिसके कारण इनके निष्कर्षों पर स्थान, समय, वर्ग आदि का भी प्रभाव पड़ता है। हर शोध कार्य के लिए एक विशिष्ट वातावरण होता है जो शोध के निष्कर्षों को सीमित करती हैं। जिनका उल्लेख शोध की सीमाओं के रूप में किया जाता है।

### 7.5.3. अभ्यास के प्रश्न (Questions for Exercise):

1. शोध की सीमाओं से आप क्या समझते हैं?
2. शोध की विभिन्न सीमाओं का उल्लेख करें।
3. शोध की सीमाओं का उल्लेख क्यों करना चाहिए?

### 7.5.4. उपयोगी पुस्तकें/संदर्भग्रंथ सूची (Usefull Books/Bibliography):

देवेन्द्र पाल सिंह तोमर (2007). "सामाजिक शोध प्रविधि," डिस्कवरी पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ली-110002.

डॉ. रविन्द्र नाथ मुखर्जी, (2018). "सामाजिक शोध व सांख्यिकी," विवेक प्रकाशन जवाहर नगर, दिल्ली-7

पारस नाथ राय (1999). "अनुसंधान परिचय," अष्टम् संस्करण, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल प्रकाशन, हॉस्पिटल रोड, आगरा-3.

सी. लाल एवं के. कुमार (2010). "ग्रंथालय एवं सूचना विज्ञान" Ess Ess Publication, New delhi, 110002.

हरिकृष्ण रावत (2016). "सामाजिक शोध की विधियाँ," रावत पब्लिकेशन्स, जयपुर, नई दिल्ली, बेंगलोर, गुवाहाटी, कोलकाता।

C. R. Kothari (2019). "Research Methodology: Methods and Techniques" Fourth Edition, New Age International Publishers.

David J. Luck and Ronald S. Rubin (2004). "Marketing Research" Seventh Edition, Prentice-Hall of India Private Limited.

Fred N. Kerlinger 20012(. "Foundation of Behavioural Research", Second Edition, Surjeet Publications, New Delhi-11007.

Michael Jay Polonsky and David S. Waller (2008). "Designing and Managing a Research Project" Sage Publication, Inc.

O. R. Krishnaswami and M. Ranganatham (2008). "Methodology of Research in Social Sciences" Second Edition, Himalya Publishing House, Mumbai- 400004.

P. V. Young (2004). "Scientific Social Survey and Research" Fourth Edition, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi- 110001.

Ranjeet Kumar (2014). "Research Methodology: A Step by Step Guide for Beginners", Fourth Edition, Sage Publications India Pvt. Ltd., New Delhi 110044.