MAPH -118
तर्कशास्त्र

उ0 प्र0 राजर्षि टण्डन
मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

खण्ड–1 तर्कशास्त्र एवं निरूपाधिक तर्कवाक्य

इकाई–1 तर्कशास्त्र का स्वरुप एवं विषय क्षेत्र **5**

इकाई–2 निरूपाधिक तर्कवाक्य **19**

इकाई–3 गुण परिमाण और व्याप्ति **32**

इकाई–4 परम्परागत विरोध वर्ग **42**

इकाई–5 सत्तात्मक तात्पर्य **50**

खण्ड–2 निरपेक्ष न्याय वाक्य

इकाई–6 मानक निरपेक्ष न्याय वाक्य **63**

इकाई–7 न्याय वाक्यीय युक्त का अकारगत प्रयोग **72**

इकाई–8 न्यायवाक्य के परिक्षणार्थ वेन की रेखा चित्र विधि **82**

इकाई–9 नियम और तर्कदोष **97**

खण्ड–3 निगमन की विधि

इकाई–10 वैधता का आकारगत प्रयोगः अनुमान के नियम एवं प्रतिस्थापन नियम **107**

इकाई–11 पुनर्कथन के प्रमाण, सोपाधिक प्रमाण का नियम **122**

इकाई–12 संक्षिप्त सारणी विधि **135**

खण्ड–4 विविध सिद्धान्त

इकाई–13 परिमाणन **147**

इकाई–14 सम्बन्धात्मक तर्कशास्त्र **168**

इकाई–15 सामान्य आकार एवं बुलीय विस्तारण **196**

संरक्षक एवं मार्गदर्शक

प्रोफेसर सत्यकाम कुलपति–अध्यक्ष

विशेषज्ञ समिति

प्रो. सत्यपाल तिवारी उ.प्र. राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

प्रो. जटाशंकर (सेवानिवृत्त) दर्शनशास्त्र विभाग, इलाहाबाद विश्वविद्यालय प्रयागराज

प्रो.ऋषिकान्त पाण्डेय दर्शनशास्त्र विभाग, इलाहाबाद विश्वविद्यालय प्रयागराज

प्रो. हरिशंकर उपाध्याय दर्शनशास्त्र विभाग, इलाहाबाद विश्वविद्यालय प्रयागराज

प्रो. दीपनारायण यादव दर्शनशास्त्र विभाग, गोरखपुर विश्वविद्यालय, गोरखपुर

डॉ. अतुल कुमार मिश्र असि. प्रोफेसर, मानविकी विद्याशाखा, उ.प्र.रा.ट.मु.वि.वि.,प्रयागराज

सम्पादक

डॉ राजेश कुमार तिवारी एसोसिएट प्रोफेसर, दर्शनशास्त्र, नेहरू ग्राम भारती विश्वविद्यालय, प्रयागराज

परिमापक

डॉ. अतुल कुमार मिश्र असि. प्रोफेसर, मानविकी विद्याशाखा, उ.प्र.रा.ट.मु.वि.वि.,प्रयागराज

लेखक

डा. प्रबुद्ध मिश्रा – एसोसिएट प्रोफेसर दर्शनशास्त्र, नेहरू ग्राम भारती विश्वविद्यालय, प्रयागराज

डॉ श्याम कांत असिस्टेंट प्रोफेसर, दर्शनशास्त्र, आर्य कन्या पी.जी. कॉलेज,
इलाहाबाद विश्वविद्यालय, प्रयागराज

समन्वयक

डॉ. अतुल कुमार मिश्र असि. प्रोफेसर, मानविकी विद्याशाखा, उ.प्र.रा.ट.मु.वि.वि.,प्रयागराज

मुद्रित– अप्रैल, 2025

@ उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज – 2025

ISBN- 978-93-48987-25-9

सर्वाधिक सुरक्षित। इस पाठ्य सामग्री का कोई भी अंश उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय की लिखित अनुमति के बिना, मिमियोग्राफ अथवा किसी अन्य साधन से पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति नहीं है।

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज की ओर से श्री विनय कुमार, कुलसचिव द्वारा मुद्रित एवं प्रकाशित वर्ष 2025.

मुद्रक – के0 सी0 प्रिटिंग एण्ड एलाइड वर्क्स, पंचवटी, मथुरा – 281003.

MAPH - 118
तर्कशास्त्र
खण्ड –1 : तर्कशास्त्र एवं निरूपाधिक तर्कवाक्य

खण्ड परिचय

खण्ड 1 में तर्कशास्त्र के जिन इकाइयों को समाहित किया गया हैं, वे इकाईयाँ इस प्रकार हैं – तर्कशास्त्र का स्वरूप एवं विषय क्षेत्र, निरूपाधिक तर्कवाक्य, गुण, परिमाण और व्याप्ति, परम्परागत विरोध–वर्ग एवं सत्तात्मक तात्पर्य। इस खण्ड की सभी इकाईयाँ अरस्तू के द्वारा प्रतिपादित न्यायवाक्य (Syllogism) के परीक्षण के पूर्व की पृष्ठभूमि है। **अरस्तू निगमनात्मक तर्कशास्त्र के जनक माने जाते हैं।** उन्होंने निगमनात्मक युक्तियों के वैधता एवं अवैधता के आकारिक परीक्षण के लिए युक्ति के निष्कर्ष एवं आधारवाक्य के रूप में निरपेक्ष तर्कवाक्य का सहारा लिया है। निगमन को निरपेक्ष तर्कवाक्य पर आधारित करते हुए अरस्तू ने सर्वप्रथम निरपेक्ष तर्कवाक्य और उसके प्रकार का स्पष्ट रूप से निरूपण किया है। इसके लिए उन्होंने निरपेक्ष तर्कवाक्य को परिमाण एवं गुण के आधार पर चार प्रकार का बताया है। अरस्तू ने निरपेक्ष तर्कवाक्य को भी दो वर्गों में विभक्त किया है – उद्देश्य पद और विधेय पद। उद्देश्य एवं विधेय पद के अतिरिक्त किसी भी निरपेक्ष तर्कवाक्य में परिमाण, गुज और संयोजक भी शामिल होता है। अरस्तू ने वर्गान्तरभाव को दिखाने के लिए 'व्याप्ति' शब्द का भी प्रयोग किया है। उन्होंने उद्देश्य पद को एक वर्ग के अन्तर्गत रखा है और विधेय पद को दूसरे वर्ग के अन्तर्गत रखा है और यह दिखाया है कि प्रत्येक वर्ग पूर्णतः या अंशतः एक दूसरे में समाहित होता है। जब कोई दूसरे वर्ग में पूर्णतः समाहित या पूर्णतः असमाहित होता हैं, तो उसे उस वर्ग में व्याप्त माना जाता है। यदि कोई वर्ग दूसरे वर्ग में अंशतः समाहित होता है, तो उसे उस वर्ग में अव्याप्त माना जाता है।

अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्य को चार प्रकार का माना है –A, E, I और O। उनका यह कहना है कि चारों प्रकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक ही उद्देश्य और विधेयक वाले होते हैं, उनके बीच एक निश्चित सम्बन्ध होता है। अरस्तू ने एक ही प्रकार के उद्देश्य वाले और विधेय वाले निरूपाधिक तर्कवाक्यों के बीच पाये जाने वाले निश्चित सम्बन्ध को परम्परागत–विरोध–वर्ग की संज्ञा से अभिहित किया है। ये परम्परागत विरोध–वर्ग व्याघात, विपरीत उपविपरीत या विरूद्ध और उपाश्रयण हैं। परम्परागत विरोध को स्पष्ट करने के पश्चात् अरस्तू सत्तात्मक तात्पर्य (Existential Import) को स्पष्ट करने का प्रयास किया है। उनका यह स्पष्ट अभिमत है कि यदि उपाश्रयण सम्बन्ध को वैध मान लिया जाय; तो सभी निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्तात्मक तात्पर्य वाला हो जाएगा; क्योंकि से I फलित होता है और E से O प्रतिफलित होता है। ऐसी स्थिति में यह कहा जा सकता है कि यदि 'A' और 'E' तर्कवाक्य में ही 'I' और समाहित हो जाएगा तो यदि I और O सत्तात्मक तात्पर्य रखेगा, तो 'A' और 'I' में भी सत्तात्मक तात्पर्य वाला हो जाएगा। इस समस्या के आधार पर जार्ज बूलिये ने यह दिखाया कि केवल I और O निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्तात्मक तात्पर्य वाले है और यदि ऐसा हैं, तो परम्परागत विरोध–वर्ग में व्याघात के आलावा अन्य सभी सम्बन्ध अवैध हो जाते हैं और उसमें सत्तात्मक दोष आ जाता है।

इकाई –1 : तर्कशास्त्र का स्वरूप एवं विषयक्षेत्र

इकाई की रूपरेखा :

1.0 उद्देश्य

1.1 प्रस्तावना

1.2 तर्कशास्त्र की प्रणाली

1.3 अमूर्त विज्ञान के रूप में तर्कशास्त्र

1.4 तर्कशास्त्र में कथन – तर्कवाक्य

1.5 औपचारिक तर्क

1.6 अनौपचारिक तर्क

1.7 प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र

1.8 तर्कशास्त्र में अनुमान और उसके भेद

1.9 आकारगत तर्कशास्त्र और औपचारिक तर्कशास्त्र

1.10 तर्कशास्त्र आदर्शमूलक विज्ञान है।

1.11 तर्कशास्त्र में प्रयुक्त नियम या विचार का विशेष सन्दर्भ में प्रयोग

1.12 तर्कशास्त्र और भाषा

1.13 तर्कशास्त्र और गणित

1.14 तर्कवाक्य, वाक्य और तर्कवाक्य के प्रकार

1.15 निष्कर्ष

1.16 सारांश

1.17 बोध प्रश्न

1.18 उपयोगी पुस्तकें

1.0 उद्देश्य –

तर्कशास्त्र में युक्ति की सहायता से अनुमान किया जाता है। अनुमान की इस प्रक्रिया में आधारवाक्यों के माध्यम से एक निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है। आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के रूप में प्रयुक्त होने वाला तर्कवाक्य होता है। इस प्रकार तर्कशास्त्र में अनुमान की प्रक्रिया में तर्कवाक्यों का प्रयोग होता है। युक्ति की सहायता किये जाने वाले अनुमान में तर्कवाक्य होते हैं। अनुमान की यह प्रक्रिया दो रूपों मे ंपायी जाती है – निगमन और आगमन (Deduction and Induction) निगमनात्मक युक्तियों में स्वयंसिद्ध नियमों के आधारी पर यशुक्ति की आकारगत परीक्षा की जाती है। यदि किसी निगमनात्मक युक्ति के आधारवाक्य निष्कर्ष की सत्यता के लिए प्रमाण प्रस्तुत करते हैं, तो ऐसी निगमनात्मक युक्ति अनिवार्य रूप से वैध होती है। कोई भी निगमनात्मक युक्ति या तो वैध होती है या अवैध होती है। किसी निगमनात्मक युक्ति में यदि उसका आधारवाक्य सत्य है और निष्कर्ष असत्य है, तो ऐसी निगमनात्मक युक्ति अवैध होगी। इस प्रकार वैधता और अवैधता निगमनात्मक युक्ति के गुण हैं। युक्ति (Argument) तर्कशास्त्र प्रधान विषय है। तर्कशास्त्र प्रमुख उद्देश्य सत्य तर्क को असत्य तर्क से पृथक् करने वाले विधियों, सिद्धान्तों एवं नियमों का अध्ययन करना है। अतएवं तर्कशास्त्र में सत्य को आदर्श मानकर किसी भी युक्ति के वैधता या अवैधता का ही परीक्षण किया जाता है।

1.1 प्रस्तावना –

तर्कशास्त्र एक आदर्शमूलक विज्ञान है। यह अमूर्त विचारों का विज्ञान है। तर्कशास्त्र में युक्ति की सहायता से अनुमान किया जाता है। युक्ति तर्क–वाक्यों का वह समूह है, जिसमें एक निष्कर्ष को एक या एक से अधिक आधारवाक्यों से सिद्ध किया जाता है। इतना स्पष्ट हो जाने के पश्चात् कि युक्ति की रचना तर्कवाक्यों से होती है; यह जानना आवश्यक हो जाता है कि युक्ति प्रयुक्त निष्कर्ष के अतिरिक्त तर्कवाक्य को किस रूप में जाना जाता है? इस प्रश्न के सन्दर्भ में यह कहा जा सकता है कि युक्ति में निष्कर्ष के अतिरिक्त प्रयुक्त तर्कवाक्य आधारवाक्य कहलाता है। इस प्रकार किसी भी युक्ति (Argument) में आधारवाक्य और निष्कर्ष होते हैं। ये आधारवाक्य और निष्कर्ष तर्कवाक्य के रूप में ही प्रयुक्त होते है।

युक्ति की सहायता से किया जाने वाला अनुमान भी दो प्रकार का होता है – निगमन (Deduction) और आगमन (Induction)। निगमन में हम ज्ञात आधारवाक्य ये अज्ञात निष्कर्ष की ओर बढ़ते हैं। इस प्रकार तर्कशास्त्र एक प्रकार का अप्रत्यक्ष ज्ञान है; जो किसी न किसी प्रत्यक्ष ज्ञान पर आधारित होता है। निगमन में स्वयंसिद्ध प्रमाणों के आधार युक्ति के वैधता या अवैधता का परीक्षण करते हैं। युक्ति में तर्कवाक्य होते हैं। तर्कवाक्यों की रचना पदों (Jerms) से होती है। सर्वप्रथम अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्यों की सहायता से निगमनात्मक युक्ति के आकारगत सत्यता का परीक्षण करने का प्रयास किया। इसीलिए अरस्तू को निगमनात्मक पद्धति का जनक कहा जाता है। अरस्तू ने अपने निगमन पद्धति को निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर आधारित किया था। उन्होंने यह दिखाने का प्रयास किया है कि किसी भी निगमनात्मक युक्ति में आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के बीच

एक निश्चित सम्बन्ध होता है। यदि आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के बीच पाया जाने वाला निश्चित सम्बन्ध; जो तार्किक नियमों पर आधारित है; यदि तार्किक नियमों का पालन करते हुए किसी निष्कर्ष की स्थापना करता है, तो ऐसी निगमनात्मक युक्ति में आकारगत सत्यता होगी और वह युक्ति वैध होगी। इस प्रकार अरस्तू ने यह दिखाया कि किसी भी निगमनात्मक अनुमान में निष्कर्ष की सत्यता आधारवाक्य की सत्यता पर ही निर्भर करती है अर्थात् किसी युक्ति यदि आधारवाक्य सत्य है और वह निष्कर्ष की सत्यता के लिए आवश्यक साक्ष्य प्रस्तुत करता है, तो ऐसी निगमनात्मक युक्ति का निष्कर्ष भी अनिवार्यतः सत्य होगा तथा वह निगमनात्मक युक्ति वैध होगी। ऐसा नहीं हो सकता कि किसी निगमनात्मक युक्ति का अधारवाक्य सत्य हो और निष्कर्ष असत्य। प्रायः सत्य आधारवाक्य और असत्य निष्कर्ष वाली सभी निगमनात्मक युक्तियाँ अवैध होती है; ऐसी कोई निगमनात्मक युक्ति वैध नहीं हो सकती है; जिसके आधारवाक्य सत्य हों और निष्कर्ष असत्य।

तर्कशास्त्र का प्रधान विषय युक्ति की सहायता से सत्य तर्क को असत्य तर्क से पृथक् करने वाले विधियों एवं सिद्धान्तों का अध्ययन करना है। इस प्रकार तर्कशास्त्र में किसी भी युक्ति के आधार वाक्य एवं निष्कर्ष के बीच पाये जाने वाले तार्किक सम्बन्धों का विश्लेषण एवं मूल्यांकन किया जाता है। तर्कशास्त्र अमूर्त विचारों का विज्ञान है। इसलिए तर्कशास्त्र उन नियमों, आदर्शों एवं सिद्धान्तों की स्थापना करता है, जिससे हमारे विचार विशुद्ध हो सकें। तर्कशास्त्र अमूर्त विचारों का विज्ञान होने के कारण अपने अध्ययन का विषय उन वस्तुओं को ही नहीं बनाता है; जो वस्तुगत रूप में सत्य होती हैं। तर्कशास्त्र के अध्ययन के अन्तर्गत केवल जगत की वास्तविक वस्तुएँ ही शामिल नहीं होती है। तर्कशास्त्री युक्ति में प्रयुक्त तर्कवाक्यों की सत्यता में उतनी रूचि नहीं रखता है; जितनी रूचि आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के बीच पाये जाने वाले तार्किक सम्बन्धों में रखता है। तार्किक सम्बन्धों से तात्पर्य उन नियमों के पालन से है; जिनके पालन करने से ही हमारे विचार विशुद्ध होंगे और आधार–वाक्य से प्राप्त निष्कर्ष सत्य होगा और ऐसी निगमनात्मक युक्ति वैध होगी। वास्तविकता यह है कि तर्कशास्त्री का कार्य तर्कवाक्यों के वास्तविक रूप में सत्य होने का पता लगाना नहीं है; इस बात का पता लगाना विज्ञान का कार्य है।

प्रस्तुत इकाई का विवेच्य विषय तर्कशास्त्र और निरूपाधिक तर्कवाक्य है। इसलिए इस इकाई में हम तर्कशास्त्र के स्वरूप को स्पष्ट करते हुए यह स्पष्ट करने का प्रयास करेंगे कि अरस्तू ने जिस निगमनात्मक पद्धति के प्रयोग के द्वारा अनुमान की प्रक्रिया को प्रश्रय दिया है; वह निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर आधारित है। अरस्तू के निगमन की प्रक्रिया में प्रयुक्त होने वाला निरूपाधिक तर्कवाक्य वर्गान्तरभाव पर आधारित है। अरस्तू ने निरूपाधिक तर्क–वाक्य में उद्देश्य पद और विधेय पद के रूप में दो वर्गों की बात की है और इस वर्गान्तरभाव को व्याप्ति और अव्याप्ति के रूप में दर्शाया है। अरस्तू निरूपाधिक तर्कवाक्य पर आधारित अपनी निगमनात्मक युक्ति में आकारगत सत्यता को प्रमुखता दिया है। वे जिस आकारिक तर्कशास्त्र की स्थापना करना चाहते हैं; वह परम्परागत तर्कशास्त्र के रूप में जाना जाता है। प्रस्तुत इकाई में विशेष रूप से हम तर्कशास्त्र के स्वरूप को स्पष्ट करते हुए इस बात पर विचार करेंगे कि अरस्तू ने किस प्रकार निरूपाधिक तर्कवाक्य को वाक्य एवं अन्य प्रकार के तर्कवाक्य से अलग करते हुए इसे परिभाषित किया है? बिना तर्कशास्त्र के स्वरूप को समझे अरस्तू के

निरूपाधिक तर्कवाक्य के विषय में विवेचन करना तर्क की जटिलता को बढ़ाना है। अतएव तर्कशास्त्र के स्वरूप को समझ लेने के पश्चात् यह समझना सरल हो जाता है कि निरूपाधिक तर्कवाक्य का अरस्तू के निगमन में क्या भूमिका है और अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्यों का युक्ति में प्रयोग करके किस प्रकार न्यायवाक्य के आकारगत परीक्षण को संभव बनाते हुए उसके वैधता और अवैधता को स्पष्ट किया है।

अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्य का वर्गीकरण किया और यह बताया कि प्रत्येक निरूपाधिक तर्कवाक्य का आकार होता है और युक्ति की वैधता या अवैधता युक्ति के आकारगत सत्यता पर ही निर्भर होती है। अरस्तू ने जिस आकारिक तर्कशास्त्र की स्थापना किया है; वह परम्परागत तर्कशास्त्र के रूप में जाना जाता है। कालान्तर में अरस्तू द्वारा प्रतिपादित तर्कशास्त्र की यह विधि विकसित होकर प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र के रूप में प्रचलित हुई। इस प्रकार अरस्तू ने जिस आकारिक तर्कशास्त्र की स्थापना किया था, उसका यही आकारिक तर्कशास्त्र प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र के विकास में आधारभूमि का कार्य किया है। प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र निरूपाधिक तर्कवाक्यों या तर्कवाक्यों एवं वाक्यों के स्थान पर प्रतीकों की सहायता लिया गया। प्रतीकों की सहायता से विचारों को व्यक्त करना अधिक सरल हो गया। इस प्रकार यह कहा जा सकता है कि प्रतीकों की सहायता से हम अपने विचारों को बहुत ही सरलता से व्यक्त कर सकते हैं; जिन्हें व्यक्त करने के लिए मस्तिष्क की उच्चतम शक्तियों का प्रयोग करना पड़ता है।

1.2 तर्कशास्त्र की प्रणाली –

तर्कशास्त्र को एक विशेष प्रकार का विज्ञान माना जाता है; जिसमें अनुमान की प्रक्रिया को अपनाते हुए ज्ञात से अज्ञात निष्कर्ष की ओर अग्रसर हुआ जाता है। अनुमान की यह प्रक्रिया दो रूपों में पायी जाती है – निगमन (Deduction) और आगमन। निगमन की प्रक्रिया में नियमों से निष्कर्ष की ओर बढ़ते है। इसके अन्तर्गत सामान्य नियम से निष्कर्ष की प्राप्ति की जाती है। इसीलिए अनेक तर्कशास्त्री निगमन को सामान्य से विशेष की ओर बढ़ने की प्रक्रिया कहते हैं। आगमन की प्रक्रिया में विशेषों या आनुभविक तथ्यों की सहायता से सामान्य निष्कर्ष को प्राप्त करने का प्रयास किया जाता है। इस प्रकार निगमन और आगमन दोनों प्रकार के अनुमान में हम एक अज्ञात निष्कर्ष की ओर ही बढ़ते हैं; केवल इनके प्रस्थान बिन्दु (Starting Point) में भेद पाया जाता है। एक में सामान्य से विशेष की ओर बढ़ते हैं और दूसरे में विशेष से सामान्य की ओर बढ़ते हैं। इसीलिए कुछ तर्कशास्त्री निगमन को अवरोही क्रम (Descending - Order) और आगमन को आरोही (Ascending - Order) के रूप में निरूपित करते हैं।

1.3 अमूर्त विज्ञान के रूप में तर्कशास्त्र

तर्कशास्त्र दर्शनशास्त्र की एक शाखा है; जिसके अन्तर्गत अमूर्त विचारों का अध्ययन किया जाता है। तर्कशास्त्र हमें यह समझने में सहायता करता है कि हम किसी विषय में कैसे व्यवस्थित चिन्तन कर सकते हैं और अपने विचारों को तार्किक एवं सुसंगत रूप में प्रस्तुत कर सकते हैं। तर्कशास्त्र अमूर्त विचारों का वह अध्ययन है; जिसका प्रयोग अनुमान की प्रक्रिया के द्वारा वैध अनुमान और प्रमाण के सिद्धान्तों तथा मानदण्डों के

अध्ययन के लिए किया जाता है। इसीलिए तर्कशास्त्र के विषय में यह कहा जाता है कि तर्कशास्त्र सत्य तर्क को असत्य तर्क से पृथक् करने वाले विधियों, सिद्धान्तों एवं नियमों का अध्ययन करने वाला विज्ञान है।

निगमन के जनक ग्रीक दार्शनिक अरस्तू ने तर्कशास्त्र को एक नव्य और अनिवार्य तर्क के रूप में परिभाषित किया है। नव्य तर्क के रूप में तर्कशास्त्र में हमें यह समझने का अवसर मिलता है कि तर्क के बिना हम बहुत से विचारों को न तो व्यवस्थित एवं सुसंगत रूप में समझ सकते हैं और न ही उसे व्यक्त कर सकते हैं। इतना ही नहीं तर्क–शास्त्र मानव के बौद्धिक चिन्तन के लिए आवश्यक है। तर्कशास्त्र में जो निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है; वह सत्य आधार–वाक्य पर आधारित होता है और तार्किक नियमों का पालन करते हुए प्राप्त किया जाता है; इसलिए तर्कशास्त्र में प्राप्त निष्कर्ष की प्रामाणिकता पर किसी प्रकार का संशय नहीं किया जा सकता है। तर्कशास्त्र में प्रायः यह प्रश्न उठाया जाता है कि उचित तर्क क्या है? एक उचित तर्क को एक अनुचित तर्क से कैसे अलग किया जा सकता है? हम तर्क में किसी भ्रान्ति का पता कैसे लगा सकते हैं? ऐसे अनेक प्रश्न है; जिन प्रश्नों का उत्तर खोजने का तर्कशास्त्र प्रयास करता है।

1.4 तर्कशास्त्र में कथन और तर्कवाक्य

तर्कशास्त्र कथनों एवं तर्कवाक्यों पर तर्क की दृष्टि से विचार करता है। यह कथनों एवं तर्कवाक्यों की संरचना का परीक्षण एवं वर्गीकरण करता है। कथनों एवं तर्कवाक्यों की संरचना के अध्ययन के लिए तर्कशास्त्र अनुमान की प्रणाली की सहायता लेता है। तर्कशास्त्र में तर्कवाक्य की सहायता से ही अनुमान किया जाता है। तर्कवाक्य ऐसे मानसिक निर्णय को व्यक्त करता है; जो घोषणात्मक वाक्य होते हैं, तथा जिन्हें सत्य या असत्य कहा जा सकता है। प्रायः तर्क–वाक्य विचार या भावनाओं या प्रत्ययों की तरह केवल मनोवैज्ञानिक प्रक्रियाओं से ही सम्बन्धित नहीं हैं। कोई भी वाक्य व्याकरण की दृष्टि से शुद्ध या अशुद्ध होता है और यह तीनों कालों (वर्तमान, भूत और भविष्य) से सम्बन्धित हो सकता है। वाकय को सत्य या असत्य नहीं कहा जा सकता है।

आधुनिक तर्कशास्त्र का उद्‌भव प्रमुख रूप से प्राचीन यूनानी परम्परा से हुआ है। अरस्तू ने तर्कशास्त्र को तर्क के अध्ययन के रूप में विचार की शुद्धता के अर्थ में प्रयुक्त किया था और तर्क को विचार की शुद्धता के लिए चिन्तन की एक प्रक्रिया के रूप में प्रयुक्त किया था। अरस्तू ने जिस प्रकार के तर्कशास्त्र का प्रतिपादन किया है; उसके अन्तर्गत दो महत्वपूर्ण सिद्धान्तों का उल्लेख किया जा सकता है – मध्यम परिहार का नियम; जो यह मानता है कि प्रत्येक कथन या तो सत्य होता है या असत्य होता है। आत्मव्याघात का नियम; जो यह कहता है कि कोई भी कथन एक साथ सत्य या असत्य दोनों नहीं हो सकता है।

आधुनिक युग में अरस्तू की तर्क प्रक्रिया से प्रभावित होकर ही काण्ट ने यह प्रतिपादित किया कि तर्क को निर्णय विज्ञान (Science of Judgement) के रूप में माना जाना चाहिए; जिससे तर्क के वैध निष्कर्ष निर्णय के संरचनात्मक विशेषताओं से निकले। हालाँकि बीसवीं शताब्दी में गतिलोब फेगे, अल्फेड नार्थ ह्वाइटहेड और बर्टेण्ड रसेल प्रतीकात्मक तर्क पर बल दिया और काण्ट के दावे को अस्वीकार कर दिया। रसले द्वारा प्रस्तुत प्रतीकात्मक, तर्कशास्त्र गणितीय कलन जैसा प्रतीत होता है और प्रतीकों के एक दूसरे सम्बन्धों पर आधारित है।

1.5 औपचारिक तर्क

औपचारिक उसे कहते हैं; जिसके अन्तर्गत पारम्परिक तर्क के रूप में विचार करते हैं। इसके अन्तर्गत विषय–वस्तु पर औपचारिक और स्पष्ट रूप से विचार करते हुए अनुमान किया जाता है। तर्क की यह प्रक्रिया पूर्ण रूप से अमूर्त नियमों के एक विशेष प्रयोग के रूप में व्यक्त होती है; जैसे औपचारिक तर्क के वे नियम जिन्हें हम तर्कशास्त्र में प्रयुक्त करते हैं; वह अरस्तू के द्वारा निरूपित निगमनात्मक तर्क पर आधारित एक औपचारिक प्रणाली ही है; जिसे तार्किक कलन भी कहा जाता है। अरस्तू ने इस निगमन प्रणाली में एक निष्कर्ष को एक या एक से अधिक या अन्य आधारवाक्यों से प्राप्त करने के नियमों का प्रतिपादन किया है। अरस्तू द्वारा प्रतिपादित इस प्रकार के निगमन स्वयंसिद्ध नियमों पर आधारित है; जिसमें अनुमान की प्रक्रिया को अपनाते हुए इन स्वयंसिद्ध नियमों के एक निश्चित आकार का उपयोग करके, सिद्ध करने का प्रयास किया है। अरस्तू के तर्कशास्त्र को औप्चारिकता की यह प्रणाली वह तर्कशास्त्रीय सिद्धान्त है; जिसके अन्तर्गत औपचारिक कथनों (तार्किक या गणितीय) का कोई आन्तरिक अर्थ न करके एक ऐसा अर्थ व्यक्त करने का प्रयास किया है; जिसको एक नियम के रूप में प्रयुक्त किया जा सकता है।

1.6 अनौपचारिक तर्क

अनौपचारिक तर्क एक प्रकार की वह व्यवस्था है; जिसके अन्तर्गत प्राकृतिक भाषा से सम्बन्धित तर्कों का अध्ययन किया जाता है। साधारण भाषा तर्क का आकलन, विश्लेषण और संशोधन करने के लिए एक प्रकार के तर्क के विकास का प्रयास करता है। यहाँ प्राकृतिक भाषा का अर्थ एक ऐसी भाषा से है, जो जनसामान्य के द्वारा सामान्य प्रयोजन के लिए बोली, लिखी एवं अंकित की जाती है, जो औपचारिक भाषाओं या निर्मित कृत्रिम भाषाओं से अलग है। यह व्यक्तिगत भावों के आदान–प्रदान, विज्ञापन, राजनीतिक बहस, कानूनी तर्क और सामाजिक टिप्पणी में पाये जाने वाले तर्क और ऐसे तर्क पर आधारित है, जो समाचार, पत्रों, टेलिविजन, इन्टरनेट और मास मीडिया के अन्यरूपों के विशेषता के रूप में जानी जाती है।

1.7 प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र

प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र प्रतीकों के प्रयोग के द्वारा एक निष्कर्ष को प्राप्त करने की प्रणाली है। इस प्रकार के तर्कशास्त्र में विभिन्न प्रतीकों को एक दूसरे के सम्बन्धों में सम्बन्धित दिखाकर, प्रायः जटिल गणितीय कलन का उपयोग करके, उन जटिल समस्याओं को हल करने का प्रयास किया जाता है, जिन्हें पारम्परिक औपचारिक तर्क व्यक्त करने में समर्थ नहीं है।

बीसवीं शताब्दी के उत्तरार्द्ध में कम्प्यूटर विज्ञान के एक अनुशासन के रूप में उद्भूत होने के पश्चात् अनुसंधान करने वाले अनेक वैज्ञानिकों ने यह भविष्यवाणी की कि – जब मानव ज्ञान को गणितीय संकेतन के साथ तर्क का उपयोग करके व्यक्त किया जा सकता है; तो एक ऐसी – मशीन – मशीन का निर्मा करना संभव है; जो तर्क कर सकें। जो तर्क कर सके या कृत्रिम बुद्धिमत्ता के रूप में व्यक्त हो सकें; हालाँकि यह मानवीय तर्क की जटिलता के कारण अपेक्षा से अधिक कठिन बन गया; क्योंकि इसके अन्तर्गत गणित से सम्बन्धित सिद्धान्तों को भी शामिल कर लिया गया था। **प्रायः यह कहा जाता है कि “शायद गणित में तर्क लागू करने का**

सबसे साहसिक प्रयास गोटलोब फ्रेगे और बर्टेण्ड रसेल जैसे तर्कशास्त्रियों द्वारा विशेष रूप से प्रमाण–सिद्धान्त, मॉडल सिद्धान्त, सेट सिद्धान्त और पुनर्कथन सिद्धान्त के रूप में तर्क लिए गणितीय प्रयोग के रूप में किया गया।"

सहज ज्ञान तर्कशास्त्र का वह सिद्धान्त है; जो यह मानता है कि तर्कशास्त्र एवं गणित में विश्लेषणात्मक प्रक्रिया शामिल नहीं है; जिनमें अस्तित्व के गहन गुणों को प्रकट और लागू किया जाता है; बल्कि अधिक जटिल संरचनाओं को साकार करने के लिए आन्तरिक रूप से सुसंगत विधियों का अनुप्रयोग मात्र है।

1.8 तर्कशास्त्र में अनुमान और उसके भेद

तर्कशास्त्र में अनुमान वह प्रक्रिया है; जिसमें आधारवाक्यों से तार्किक रूप में निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है। अनुमान की यह प्रक्रिया दो रूपों में पायी जाती है – निगमन और आगमन (Deduction and Induction)। तर्कशास्त्र का विषय अप्रत्यक्ष ज्ञान है, जिसे अनुमान कहते हैं।तर्कशास्त्र का सम्बन्ध वास्तव में शुद्ध अनुमान के नियमों से है, जिनका पालन कर हम आधारवाक्यों से निष्कर्ष प्राप्त करते हैं। तर्कशास्त्र तर्क करने के नियमों का निरूपण करता है, जिससे हम उचित ढंग से अनुमान करके निष्कर्ष की प्राप्ति कर सकें। इस प्रकार तर्कशास्त्र में हम अप्रत्यक्ष निष्कर्ष पर पहुँचना चाहते हैं। वास्तविकता यह है कि तर्कशास्त्र का समबन्ध हमारे अप्रत्यक्ष ज्ञान से है और हम इस अप्रत्यक्ष ज्ञान पर प्रत्यक्ष ज्ञान की सहायता से पहुँचना चाहते हैं। आधुनिक युग में विज्ञान बहुत विकसित अवस्था है और आज के समय में वैज्ञानिक ज्ञापन को ही सुव्यवस्थित ज्ञान माना जाता है। वैज्ञानिक ज्ञान के विकास में अनुमान बहुत महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। अनुमान की सहायता से विज्ञान जिस ज्ञान का विकास कर रहा है, उसका यदि सही दिशा में विकास न हो, तो वह सम्पूर्ण मानव जीवन के लिए अभिशाप हो सकता है। यही कारण है कि तर्कशास्त्र के विषय में यह कहा जाता है कि –

"तर्कशास्त्र अनुमान के द्वारा उस सुव्यवस्थित ज्ञान को हमारे समक्ष रखता है; जिससे समग्र मानव जीवन का कल्याण हो सके।"यद्यपि इसमें कोई सन्देह नहीं है कि अप्रत्यक्ष रूप से प्राप्त ज्ञान प्रत्यक्ष रूप से प्राप्त ज्ञान तो नहीं है; फिर भी प्रत्यक्ष ज्ञान के ही आधार पर बुद्धि की कुछ विशेष क्रिया की सहायता से ही यह ज्ञान प्राप्त किया जाता है। इस प्रकार यह कहा जा सकता है कि प्रत्यक्ष ज्ञान के आधार पर बुद्धि की क्रिया की सहायता से अप्रत्यक्ष के सम्बन्ध में जो ज्ञान हम प्राप्त करते हैं; वह अनुमान के रूप में जाना जाता है।

दर्शनशास्त्र में युक्ति (Argument) तर्कवाक्यों की ऐसी श्रृंखला है; जिसके द्वारा किसी व्यक्ति या समूह को किसी बात को स्वीकार करने के लिए सहमत किया जाता है या उन्हें किसी घोषणात्मक कथन को सत्य मानने के लिए तार्किक कारण दिये जाते हैं। साधारणतया किसी तर्क के विषय–वस्तु को साधारण भाषा में व्यक्त किया जाता है और उनके आधार पर निष्कर्ष को स्वीकार करने के लिए कारण (आधारवाक्य) प्रस्तुत किया जाता है। अतएव गणित, विज्ञान और तर्कशास्त्र में साधारण भाषा में व्यक्त विचार को आरम्भ में आधारवाक्य और अन्त में निष्कर्ष के रूप में व्यक्त किये जा सकते हैं। इस प्रकार तर्कशास्त्र सामान्यतः युक्तियों या अनुमानों के रूप में विचारों की शुद्धता के अध्ययन के रूप में परिभाषित किया जा सकता है। युक्तियाँ निष्कर्ष के साथ आधारवाक्यों का एक समूह होती हैं। अनुमान इस आधारवाक्य से निष्कर्ष तक पहुँचने की एक प्रक्रिया है। यह तर्कशास्त्र की

अनुमान प्रक्रिया निगमन एवं आगमन के रूप में जानी जाती हैं। किसी भी निगमनात्मक युक्ति में निष्कर्ष की सत्यता आधारवाक्यों की सत्यता पर ही आधारित होती है। निगमन में हम सामान्य से विशेष की ओर अग्रसर होते हैं। सामान्य आधारवाक्य होता है और विशेष वह निष्कर्ष होता है; जिस पर हम पहुँचना चाहते हैं। कोई भी निगमनात्मक युक्ति या तो वैध होती है या अवैध होती है। किसी भी निगमनात्मक युक्ति का वैध होना उसकी आकारिक सत्यता पर निर्भर होता है। यदि कोई निगमनात्मक युक्ति वैध है, तो इसका तात्पर्य यह है कि उसके आधारवाक्य निष्कर्ष की सत्यता के लिए निश्चायक साक्ष्य प्रस्तुत करते हैं। यदि किसी युक्ति के आधार–वाक्य सत्य हैं और निष्कर्ष असत्य है; तो ऐसी युक्ति अवैध होगी; क्योंकि ऐसी युक्ति में आकारिक सत्यता नहीं होगी अर्थात् आधारवाक्य निष्कर्ष की सत्यता की पुष्टि नहीं करते हैं।

आगमनात्मक युक्तियों में आधारवाक्य निरीक्षात्मक तथ्यों पर आधारित होता है। इसमें आनुभविक तथ्यों के आधारन पर एक सामान्य निष्कर्ष की ओर बढ़ते हैं। आधारवाक्य विशेष होता है और निष्कर्ष सामान्य होता है। आगमनात्मक युक्तियाँ वैध या अवैध न होकर संभाव्य होती हैं।

1.9 आकारगत तर्कशास्त्र और अनौपचारिक तर्कशास्त्र

परम्परागत रूप से तर्कशास्त्र दो प्रकार का माना जाता है – आकारिक तर्कशास्त्र (Formal Logic) एवं अनौपचारिक तर्कशास्त्र (Informal Logic) आकारिक तर्कशास्त्र को निगमनात्मक तर्कशास्त्र भी कहा जाता है। आकारिक तर्कशास्त्र युक्ति के आकार या संरचना से सम्बन्धित होता है। अनौपचारिक तर्कशास्त्र को आगमनात्मक तर्कशास्त्र (Inductive Logic) भी कहा जाता है। अनौपचारिक तर्कशास्त्र युक्ति के अवयवों से सम्बन्धित होता है। जब किसी युक्ति में प्रयुक्त अवयव उस विषय–वस्तु के लिए अप्रासंगिक होते हैं; तो उस युक्ति की सत्यता भी संदिग्ध होती है और उसका निष्कर्ष भी उस युक्ति के लिए सत्य न होकर अप्रासंगिक हो जाता है।

निगमनात्मक तर्कशास्त्र में आकारिक या औपचारिक का निहितार्थ यह है कि इस प्रकार के युक्ति में आधारवाक्यों एवं निष्कर्ष के बीच निश्चित तार्किक सम्बन्ध पाया जाता है। इस प्रकार की युक्ति में यदि आकारगत सत्यता है; तो उसका निष्कर्ष सत्य होगा और वह युक्ति वैध होगी। किसी भी युक्ति के आकारगत सत्यता के लिए यह अनिवार्य है कि उसका आधारवाक्य यदि सत्य है; तो उसका निष्कर्ष भी अनिवार्यतः सत्य होना चाहिए और इस प्रकार की निगमनात्मक युक्ति को वैध माना जाएगा। किसी भी निगमनात्मक युक्ति के आकारगत सत्यता के लिए यह आवश्यक नहीं है कि उसमें वस्तुगत या विषयगत सत्यता (Objective Truth) भी निहित है। यदि कोई निगमनात्मक युक्ति तार्किक नियमों के अनुरूप सुसंगत है; तो उसका निष्कर्ष सत्य होगा और वह युक्ति भी वैध होगी। इस प्रकार कोई निगमनात्मक युक्ति यदि तार्किक नियमों का अनुपालन करते हुए असत्य तर्कवाक्यों वाली होते हुए भी वैध हो सकती है। ऐसी निगमनात्मक युक्ति की वैधता के लिए उकसे तर्कवाक्यों में विषयगत सत्यता का होना आवश्यक नहीं है; क्योंकि तर्कशास्त्र अमूर्त विचारों का विज्ञान है। किसी भी निगमनात्मक युक्ति में विषय–वस्तु की सत्यता को जाने बिना उसकी वैधता या अवैधता को सिद्ध किया जा

सकता है। निगमनात्मक युक्ति के तर्कवाक्य के वस्तुगत सत्यता का पता लगाना तर्कशास्त्र का कार्य न होकर विज्ञान का कार्य है।

1.10 तर्कशास्त्र आदर्शमूलक विज्ञान है।

आदर्शमूलक विज्ञान होने के कारण ही तर्कशास्त्र नियामक विज्ञान (Regulative Science) भी कहा जाता है। नियामक विज्ञान होने के कारण तर्कशास्त्र नियमों के द्वारा हमारे विचार को नियमित करता है। यह हमें बताता है कि वस्तुस्थिति कैसी होनी चाहिए। तर्कशास्त्र एक नियामक विज्ञान इसलिए भी माना जाता है; क्योंकि इसके अन्तर्गत हम जिन वस्तुओं के विषय में चिन्तन करते हैं; वे विचार हमारे तार्किक नियमों का जब तक अनुपालन करते हैं; तभी तक शुद्ध विचार माने जा सकते हैं; अन्यथा वे तार्किक रूप से अप्रासंगिक होने के कारण दोषग्रस्त होंगे।

वस्तुतः तर्कशास्त्र को नियामक विज्ञान कहने का आशय यह है कि इसमें इस बात पर विचार किया जाता है कि जिस तार्किक नियमों के आधार पर आधारवाक्य से कोई निष्कर्ष प्राप्त किया जा रहा है; उन तार्किक नियमों का अनुपालन युक्ति में किया गया है या नहीं। तर्कशास्त्र नियामक विज्ञान होने के कारण अपने समक्ष सदैव एक आदर्श रखता है और वह आदर्श है – सत्य का आदर्श। यह सुनिश्चित करने का प्रयास करता है कि जिस सत्य को हम निष्कर्ष के रूप में प्राप्त करना चाहते हैं वह उपयुक्त तार्किक नियमों से ही प्राप्त होता है या नहीं। यदि निष्कर्ष उपयुक्त तार्किक नियमों से ही प्राप्त होता है; तो वह सत्य है; अन्यथा उसमें कोई न कोई दोष है। यदि कोई युक्ति तार्किक नियमों का समुचित रूप में पालन करती है; तो वह सत्य के आदर्श के अनुरूप है अर्थात् प्रत्येक युक्ति में प्राप्त निष्कर्ष केवल तभी और केवल तभी सत्य हो सकता है; जब वह तार्किक नियमों के अनुरूप है।

1.11 तर्कशास्त्र में प्रयुक्त नियम या विचार का विशेष सन्दर्भ में प्रयोग

तर्कशास्त्र में प्रयुक्त नियम या विचार का विशेष अर्थ होता है। तर्कशास्त्र का प्रमुख कार्य उन परिस्थितियों का पता लगाना है; जिनके कारण ही युक्ति में प्राप्त कोई निष्कर्ष सत्य होता है और वह युक्ति वैध होती है। ऐसा इसलिए है; क्योंकि प्रत्येक निगमनात्मक युक्ति का एक विशिष्ट आकार होता है; तथा यदि हमारे निष्कर्ष को वैध होना है; तो उनके बीच निश्चित तार्किक सम्बन्ध का होना अनिवार्य है। इसलिए परम्परागत तर्कशास्त्र भी तर्कशास्त्र को एक नियामक विज्ञान के रूप में मानते हुए इस बात पर विचार करता है कि कया युक्ति उन नियमों के अनुरूप है; जिनका प्रयोग सत्य की प्राप्ति के लिए किया गया है। तर्कशास्त्र का प्रयोजन ऐसे निगमनात्मक युक्ति के आकार की रचना करता है; जिसके आधार तार्किक दृष्टि से सत्य तर्कवाक्य होते हैं। ये तर्कवाक्य या कथन विशुद्ध रूप से औपचारिक होते हैं; जिनका विषय–वस्तु से कोई सम्बन्ध नहीं होता है। परन्तु तर्कशास्त्र केवल उन तार्किक नियमों की खोज नहीं करता है; जिनके आधारवाक्रू केवल सत्य हों। यदि तर्कशास्त्री अपने को ऐसी विशुद्ध निगमनात्मक युक्तियों तक सीमित कर लें; जिनके आधारवाक्य एवं निष्कर्ष केवल सत्य होते हैं और युक्ति वैध होती है; तो ऐसी स्थिति में तर्कशास्त्र का क्षेत्र बहुत ही संकुचित हो जाएगा। तर्कशास्त्री जितनी रूचि सत्य आधारवाक्य और सत्य निष्कर्ष वाली युक्तियों में रखता है; उतनी ही रूचि उन

युक्तियों में भी रखता है; जिनके आधारवाक्य और निष्कर्ष असत्य होते हैं और युक्ति अवैध होती है। वास्तविकता यह है कि किसी निगमनात्मक युक्ति के वैधता औश्र अवैधता का परीक्षण करना ही तर्कशास्त्र का प्रधान विषय है।

1.12 तर्कशास्त्र और भाषा

भाषा भागों के अभिव्यक्ति का एक सशक्त माध्यम है। किसी भी तर्कवाक्य के अभिव्यक्ति का माध्यम भाषा ही होती है; किन्तु तर्कवाक्य किसी भाषा विशेष का भाग नहीं होता है। तर्कवाक्य का सम्बन्ध तर्कवाक्य में व्यक्त विचारों के अन्तर्वस्तु से होता है। अतएव किसी तर्कवाक्य में व्यक्त विचारों के अन्तर्वस्तु को समझने के लिए यह आवश्यक है कि उस भाषा में व्यक्त भावों को भी समझने की हमारे अन्दर सामर्थ्य हो। भाषा अनेक प्रकार से कार्य करती है; जैसे – सूचना प्रदान करना, आज्ञा देना, विस्मय प्रकट करना, अभिव्यंजना करना किसी कार्य को करने के उत्तेजित करना या प्रेरित करना इत्यादि। परन्तु तर्कशास्त्री भाषा को केवल सूचनात्मक या घोषणात्मक अर्थ में ही प्रयुक्त करते हैं। तर्कशास्त्रियों का यह मानना है कि तार्किक कथन यह बताते हैं कि तर्कवाक्य किसी वस्तुस्थिति को निरूपित या निदर्शित करते हैं या नहीं। अतएव तर्कशास्त्री एक ऐसी भाषा का अनुभव करते हैं; जिसके माध्यम से निश्चित सूचना दी जा सके।

1.13 तर्कशास्त्र और गणित

तर्कशास्त्र में गणितीय विधि के प्रयोग की पद्धति का आरम्भ जार्ज बूलिये (George Boolean) की पुस्तक 'The Mathematical analysis of Logic (1847) के प्रकाशन से होता है; जिसे जर्मन गणितज्ञ जार्ज केनटॉर (George Cantor) ने (1845-1918) अपने समुच्चय–सिद्धान्त में विकसित रूप प्रदान किया है। केनटॉर के समुच्चय सिद्धान्त को गणित के क्षेत्र में विशेष रूप से महत्वपूर्ण सिद्धान्त के रूप में प्रसिद्धि दिलाने का कारण सामान्य रूप से उनके विश्लेषण सम्बन्धी अध्ययन तथा विशेष रूप से उनके त्रिकोणमिति (Jignometric) श्रृंखला के सिद्धान्त ने बनाया। इस सन्दर्भ में अनिवार्य महत्वपूर्ण खोज गोटलॉब फ्रेगे द्वारा उस समय की गयी; जब उन्होंने गणित को शुद्ध तर्कशास्त्र पर आधारित करने का प्रयास किया। उनके अनुसार अंकगणित तर्कशास्त्र का एक विकसित रूपम ात्र है। इस प्रकार न केवल अंकगणित तर्कशास्त्र का आदर्श होता है बल्कि यह इस बात का पता लगाने का भी कार्य करता है; जिसके द्वारा यह स्पष्ट होता है कि रेखागणित की गैर यूक्लिडियन परम्परा और बर्टेण्ड रसेल के द्वारा की गयी निश्चित विरोधाभासों के खोज का कारण क्या गणित है? इन दार्शनिकों के प्रयासों का परिणाम यह हुआ कि तर्कशास्त्र को गणित का विस्तार मात्र माना जाने लगा। यह सिद्धान्त फ्रेगे–रसेल सिद्धान्त के नाम से प्रसिद्ध हुआ। रसेल एवं ह्वाइटहेड ने अपनी पुस्तक Principia Mathematica के पूर्व कथन में इस विस्तार को अधोगामी विस्तार के रूप में निरूपित किया है, जिसका अर्थ था मूल (तर्कशास्त्र) की ओर प्रस्थान।

जी. पियनो (Giuse Peano) ने तर्कशास्त्र एवं गणित को एक अलग ढंग से सम्बन्धित किया। गणित के मूल में तर्कशास्त्र को देखने के बजाय उन्होंने गणितीय विधि का विश्लेषण किया और दिखाया कि संरचनात्मक रूप से यह तर्कशास्त्र के परिकलन के समान है। इस प्रकार उन्होंने गणित एवं तर्कशास्त्र को परस्पर अन्तः

सम्बन्धित करने का प्रयास किया। परन्तु सभी दार्शनिकों ने जितना गणित तर्कशास्त्रीकरण किया, उतना तर्कशास्त्र का गणितीकारण नहीं किया। परिणामस्वरूप तर्कशास्त्र गणित का आधार बन गया। कालान्तर में फ्रासीसी गणितज्ञ एवं जूल्स हेनरी पोइनकेयर (Jules Henri Poincare) एक ऐसे विचारक हैं; जिन्होंने स्वयंसिद्ध समुच्चय सिद्धान्त पर आपत्ति करते हुए यह तर्क दिया कि प्राकृतिक संख्या पद्धति की प्रकृति इस प्रकार है कि इसे तर्कशास्त्र के रूप में नहीं समझा जा सकता। वह स्पष्ट रूप से गणितीय आगमन तर्कशास्त्र के अपचयन के विरोध में थे। अश्चर्यजनक रूप में उन्होंने यह तर्क दिया कि गणितीय प्रत्यय विशेष से सामान्य की ओर प्रस्थान के द्वारा आगमनात्मक ढंग से निर्मित होने चाहिए। संभवतः वे इस दृष्टिकोण का समर्थन करते हुए दिखायी पड़ते हैं कि **आगमन तर्कशास्त्र नहीं है।**

गणितीय आगमन का सिंहावलोकन करने पर यह स्पष्ट होता है कि गणितीय आगमन वास्तव में एक अनुपयुक्त नाम (Misnomer) है; क्योंकि इसमें कोई आगमनात्मक तत्व सम्मिलित होता ही नहीं है। यहाँ तक कि यह सिद्धान्त मानता है कि प्राकृतिक संख्या का एक अग्रवर्ती; जैसे n एक कोई एक प्राकृतिक संख्या है; तो n + 1 भी एक प्राकृतिक संख्या है; ऐसा मानना पड़ेगा। यह गणितीय आगमन का सार है। इस प्रमेय (Theorem) में कठोर तार्किक प्रमाण सम्मिलित हैं जो वास्तव में स्वभावतः निगमनात्मक है तथा जो किसी भी प्रकार से आगमनात्मक अनुमान के समान नहीं है। यहाँ पर यह स्पष्ट करना आवश्यक है कि पियनो केयर के निगमनात्मक आदर्श का अनुसरण करने वाले गणितज्ञ एवं तर्कशास्त्री के सिद्धान्तों का कोई विरोध नहीं करता है।

इस प्रकार अब तक गणितज्ञ एवं दार्शनिकों के द्वारा तर्कशास्त्र एवं गणित के सम्बन्धों को लेकर यदि विश्लेषण करें; तो यह स्पष्ट होता है कि यदि हम औपचारिक साक्ष्यों या तार्किक निदर्शनों के विज्ञान के रूप में गणित की आधुनिक परिभाषा को ग्रहण करें, तो यह स्पष्ट रूप से कहा जा सकता है कि तर्कशास्त्र एवं गणित के बीच अत्यन्त गहरा सम्बन्ध है। तर्कशास्त्र एव गणित दोनों ही आकारिक विज्ञान हैं। तर्कशास्त्र एवं गणित दोनों ही उन तर्कवाक्यों के बीच के सम्बन्धों पर कार्य करते हैं; जो कथनों की विषय–वस्तु से स्वतंत्र होते हैं। अंकगणित में उदाहरण के लिए हम उन वस्तुओं को गिनने के लिए संख्या का प्रयोग करते हैं। वास्तव में हम किस वस्तु की गणना कर रहें है; गणना में उससे प्रभाव नहीं पड़ता। इस प्रकार दो और दो चार होते हैं; चाहे आप किताबों या बालों, टेबलों या किसी अन्य व्सतु की गणना करें। यद्यपि चूँकि वे सम्बन्ध जिनके साथ तर्कशास्त्र या गणित व्यवहार करते हैं, वे विषय–वस्तु से स्वतंत्र होते हैं; इसलिए ये विज्ञान शब्दों के स्थान पर चिन्हों या प्रतीकों का प्रयोग करते हैं। इसके अतिरिक्त तर्कशास्त्र एवं गणित दोनों ही उन सम्बन्धों के साथ व्यवहार करते हैं, जो वास्तविक तथा संभव वस्तुओं पर लागू होते हैं। इसके अतिरिक्त तर्कशास्त्र एवं गणित दोनों ही निगमन प्रकृति के होते हैं। ये निश्चित स्वयंसिद्ध कथन से आरम्भ होते हैं तथा उनसे परिणाम निकाल लेते हैं। इसके अतिरिक्त गणित एवं तर्कशास्त्र दोनों की ही पद्धतियाँ पूर्वानुभविक हैं। हालाँकि तर्कशास्त्र एवं गणित दोनों की ही विधियाँ किसी आनुभविक निकाय के सन्दर्भ में ही क्रियाशील होती हैं; किन्तु इन विषयों के सिद्धान्तों का ज्ञान अवलोकन द्वारा प्राप्त नहीं किया जा सकता। इस प्रकार ज्ञान पूर्वानुभविक अनुभव से स्वतंत्र होता है।

1.14 तर्कवाक्य, वाक्य और तर्कवाक्य के प्रकार

तर्कवाक्य प्रायः किसी भाषा में प्रयुक्त व्याकरण वाक्य के समान ही होता है। यद्यपि प्रत्येक तर्कवाक्य किसी भाषा में अभिव्यक्त एक व्याकरण वाक्य होता है; किन्तु यह नहीं कहा जा सकता है कि प्रत्येक भाषा के व्याकरण का एक तर्कवाक्य होता है। वाक्य व्याकरण की दृष्टि से किसी भाषा के लिखित संकेतों या उच्चरित श्रव्य ध्वनियों की एक श्रृंखला है। वाक्य की रचना पदों (शब्दों) के पारस्परिक सम्बन्धों से होती है। सभी भाषा में व्यक्त वाक्य उस भाषा विशेष के भाग होते हैं और ये भाषा में व्यक्त वाक्य तर्क वाक्यों से भिन्न होते है; जैसे प्रश्नसूचक (Interrogative) इच्छासूचक (Optative) आज्ञा सूचक (Operative) तथा विस्मय सूचक (Exclamatory) वाक्य। केवल व्याकरण के वर्णनमूलक (Indicative) वाक्य ही तर्कवाक्यों के समान होते हैं। अन्य प्रकार के वाक्यों को वर्णनसूचक वाक्यों में परिवर्तित करने पर ही उनका प्रयोग तर्कशास्त्र में तर्कवाक्य में तर्कवाक्य में ही सकता है। वास्तविकता यह तर्कवाक्य कथनों द्वारा अभिव्यक्त अर्थ या अन्तर्वस्तु को निरूपित करते हैं। इस प्रकार तर्कवाक्य को परिभाषित करते हुए कहा जा सकता है कि–"**तर्कवाक्य सूचनात्मक (Indicative) या घोषणात्मक वाक्य के अर्थ को व्यक्त करते हैं। तर्कवाक्य या तो सत्य होता है या असत्य होता है।**"तर्कवाक्य का विश्लेषण करने पर यह स्पष्ट होता है कि तर्कवाक्य जिस घोषणात्मक (Declarative) या सूचनात्मक वाक्य के अर्थ को व्यक्त करता है; वह वर्णन की दृष्टि से दो प्रकार का होता है– साधारण (Simple) और मिश्रित (Compround)। यदि किसी तर्कवाक्य में दो पदों के सम्बन्ध का जो वर्णन होता है; यदि ऐसा एक ही वर्णन हो; तो उस तर्कवाक्य को साधारण तर्कवाक्य (Simple proposition) कहते हैं; जैसे सभी मनुष्य मरणशील हैं, कोई मनुष्य देवता नहीं है; इत्यादि। परन्तु यदि किसी तर्कवाक्य में एक से अधिक वर्णन हों अर्थात् यदि किसी तर्क वाक्य में एक मूलवाक्य और उसके अन्य उपवाक्य भी हो; तो वह मिश्रित तर्कवाक्य (Compround proposition) कहलाएगा। जैसे नेपोलियन एक महान विजेता और महान राजनीतिज्ञ दोनों था। वास्तव में यह दो तर्कवाक्यों से बना हुआ मिश्रित तर्कवाक्य है (1) नेपोलियन एक महान विजेता था और (2) नेपोलियन एक महान राजनीतिज्ञ था। इसी प्रकार यह तर्कवाक्य कि 'मनुष्य न तो अमर है और न ही पूर्ण है' का विश्लेषण करने पर यह स्पष्ट होता है कि मनुष्य अमर नहीं है और मनुष्य पूर्ण नहीं है। अतः यह कहा जा सकता है कि मिश्रित तर्कवाक्य एक से अधिक तर्कवाक्यों से बने होते हैं। मिश्रित तर्कवज्ञक्य के दो उपविभाग किये जा सकते हैं– संयोजित तर्कवाक्य (Compulative Proposition) एवं विप्रकृष्ट तर्कवाक्य (Remotive Proposition) संयोजित उस मिश्रित तर्कवाक्य को कहते हैं; जिसमें एक से अधिक स्वीकारात्मक तर्कवाक्य हों। विप्रकृष्ट तर्कवाक्य उस मिश्रित तर्कवाक्य को कहते हैं; जिसमें एक से अधिक निषेधात्मक तर्कवाक्य हों।

सम्बन्ध के अनुसार तर्कवाक्य के दो भेद किये जाते हैं – निरपेक्ष और सापेक्ष (Categorical and Conditional) निरपेक्ष या निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य एवं विधेय के सम्बन्ध को निरपेक्ष रूप से या तो स्वीकार किया जाता है या अस्वीकार किया जाता है। इस प्रकार निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते हैं; जिसमें उद्देश्य विधेय का सम्बन्ध बिना शर्त के स्वीकार या अस्वीकार किया जाता हो; जैसे – सभी मनुष्य मरणशील है; कोई भी मनुष्य पूर्ण नहीं है। सापेक्ष तर्कवाक्य उसे कहते हैं; जिसमें उद्देश्य एवं विधेय के सम्बन्ध को कुछ शर्तों

के साथ या तो स्वीकार किया जाता है या अस्वीकार किया जाता है; जैसे – यदि वर्षा होगी; तो फसल अच्छी होगी। यदि राम ईमानदार हैं; तो लोग उसे पसन्द नहीं करेंगे। वह या तो प्रदर्शनी देखने जाएगा या संगीत सुनने जाएगा। इत्यादि। सापेक्ष **तर्कवाक्य (Conditional Proposition)** दो प्रकार के होते हैं – हेतुहेतुमत् या हेतफलाश्रित तर्कवाक्य (Hypothetical Proposition) और वैकल्पिक तर्कवाक्य (Disjunctive Proposition) **हेतुमत् तर्कवाक्य** उस तर्कवाक्य को कहते हैं; जिसमें शर्त 'यदि' या इसके समानार्थी शब्द द्वारा व्यक्त की गयी हो। इस प्रकार का तर्कवाक्य शर्त पर आधारित होता है। हेतुहेतुमत् तर्कवाक्य के दो भाग होते हैं – पूर्वांग या हेतु या पूर्वपक्ष (Antecedent) और हेतुमत् या उत्तरांग या हेतुफल (Consequent) भाग हैं; जिसमें शर्त होती है। हेतुहेतुमत् या हेतुफलाश्रित तर्कवाक्य का पूर्वांग (Antecedent) वह भाग है; जिसमें शर्त होती है अर्थात् इसका आरम्भ 'यदि' या इसके समानार्थी शब्द से होता है और उत्तरांग वह भाग है; जिसमें शर्त का वर्णन होता है और यह तर्कवाक्य को 'तो' या इसके समानार्थी शब्द द्वारा पूर्वांग की शर्त के विषय में वर्णन करता है; जैसे – यदि कृष्ण बाँसुरी बजायेंगे; तो राधा नाचेंगी। इस हेतुहेतुमत तर्कवाक्य में 'यदि' से लेकर 'तो' के पूर्व का भाग पूर्वांग या हेतु कहलाता है और 'तो' से लेकर 'राधा नाचेंगी' तक का भाग हेतुमत या उत्तरांग कहलाता है।

वैकल्पिक तर्कवाक्य (Disjunctive Syllogism) उस सापेक्ष तर्कवाक्य को कहते हैं; जो कि दो विकल्प प्रस्तुत करता है और वे दोनों विकल्प 'या तो' –या से पृथक् किये जाते हैं; जैसे – या तो राधा नृत्यांगना है या गायिका है।

1.15 निष्कर्ष

इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि तर्कशास्त्र के अनुमान की प्रक्रिया में निगमनात्मक अनुमान एउवं आगमनात्मक अनुमान की प्रमुख भूमिका है। निगमनात्मक एवं आगमनात्मक अनुमान युक्ति पर आधारित हैं और युक्ति तर्कवाक्यों से बनती है। सम्बन्ध गुण एवं परिमण के आधार पर तर्कवाक्यों का वर्गीकरण किया जाता है। सम्बन्ध के आधार पर तर्कवाक्य के दो भेद हैं – सापेक्ष एवं निरपेक्ष। इन्हीं प्रकार के तर्कवाक्यों से युक्ति बनती है। अतएव युक्ति और तर्कवाक्य दोनों ही तर्कशास्त्र के अनुमान के आधारभूत तत्व हैं। अरस्तू ने अपने निगमन पद्धति में निरूपाधिक तर्कवाक्य का प्रयोग करते है और युक्ति के आकार को निरूपाधिक तर्कवाक्य के आधार पर निर्धारित करते है। इन निरूपाधिक तर्कवाक्यों की आकारगत सत्यता के निर्धारण में प्रमुख भूमिका है। किसी युक्ति की आकारगत सत्यता से ही उसकी वैधता या अवैधता का निर्धारण होता है।

1.16 सारांश

तर्कशास्त्र में युक्ति की सहायता से अनुमान किया जाता है। अनुमान की यह प्रक्रिया दो रूपों में पायी जाती है – आगमन (Induction) और निगमन (Deduction) आगमन एवं निगमन की प्रक्रिया में केवल प्रस्थान बिन्दु का ही अन्तर है। आगमन में हम विशेष से सामान्य की ओर प्रस्थान करते हैं और निगमन में हम सामान्य से विशेष की ओर प्रस्थान करते हैं। इसीलिए आगमन को आरोही प्रक्रिया (Ascending Order) और निगमन को अवरोही प्रक्रिया (Descendaing Order) के रूप में जानते हैं। अनुमसन की इस प्रक्रिया में विशेष रूप से उल्लेखनीय बात यह है कि यह पूरी प्रक्रिया युक्ति पर आधारित है। युक्ति तर्कवाक्यों का वह समूह है; जिसमें

एक निष्कर्ष को एक या एक से अधिक तर्कवाक्यों से सिद्ध किया जाता है। युक्ति में आधारवाक्य और निष्कर्ष होते हैं। किसी भी युक्ति का आधारवाक्य ज्ञात होता है और जिस निष्कर्ष पर हम पहुँचना चाहते हैं; वह अज्ञात होता है। इसलिए तर्कशास्त्र में अनुमान ज्ञात से अज्ञात की ओर अग्रसर होने की प्रक्रिया के रूप में जाना जाता है। तर्कशास्त्र आदर्शमूलक विज्ञान है। इसे नियामक विज्ञान के रूप में भी जाना जाता है। तर्कशास्त्र अमूर्त विचारों का विज्ञान है; क्योंकि तर्कशास्त्र वह विज्ञान है; जिसमें सत्य तर्क को असत्य तर्क से पृथक् करने वाले विधियों एवं सिद्धान्तों का अध्ययन किया जाता है। तर्कशास्त्र में निगमनात्मक तर्क के जनक अरस्तू माने जाते हैं। अरस्तू की निगमनात्मक युक्तियाँ निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर आधारित थी। अरस्तू ने निगमनात्मक युक्ति के आकारिक सत्यता को ही वैध अनुमान की कसौटी माना है। कोई भी निगमनात्मक युक्ति केवल और केवल तभी वैध होती है; जब उसके आधार वाक्य निष्कर्ष की सत्यता के लिए निश्चायक साक्ष्य प्रस्तुत करते हों। ऐसी निगमनात्मक युक्तियाँ अवैध होती हैं; जिसके आधारवाक्य सत्य हों और निष्कर्ष असत्य। अरस्तू के निगमनात्मक युक्ति में आकार के साथ ही अवस्था का भी उल्लेख किया है। अरस्तू के प्रत्येक निगमनात्मक युक्ति का एक निश्चित आकार होता हैं और उसकी कोई न कोई अवस्था भी होती है। अरस्तू निगमनात्मक युक्ति को न्यायवाक्य (Syllogism) के रूप में निरूपित किया है।

1.17 प्रश्न बोध

1. 'तर्कशास्त्र एक अमूर्त विज्ञान है।' इस कथन से आप कहाँ तक सहमत है?
2. तर्कशास्त्र में आगमनात्मक एवं निगमनात्मक पद्धति के अन्तर को स्पष्ट कीजिए।
3. युक्ति को परिभाषित कीजिए और तर्कवाक्य और वाक्य के अन्तर को बताइए।
4. तर्कशास्त्र में तर्क एवं भाषा के सम्बन्ध को स्पष्ट कीजिए।
5. तर्कशास्त्र और गणित के अन्तःसम्बन्ध का विवेचन कीजिए।

1.18 उपयोगी पुस्तकें

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ. संगम लाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ डॉ. नीलिमा मिश्रा
3. तर्कशास्त्र प्रवेश – डॉ. बॉके लाल शर्मा
4. तर्कशास्त्र परिचय – डॉ. केदारनाथ तिवारी

इकाई – 02 : निरूपाधिक तर्कवाक्य (Categorical Proposition)

इकाई की रूपरेखा

2.0 उद्देश्य

2.1 प्रस्तावना

2.2 वाक्य, कथन और तर्कवाक्य

2.3 परम्परागत तर्कशास्त्र में निरूपाधिक तर्कवाक्य

2.4 व्याकरण के वाक्य और तर्कवाक्य

2.5 तर्कवाक्य और तथ्य

2.6 तर्कवाक्य और मानसिक दृष्टिकोण

2.7 तर्कवाक्य और निर्णय

2.8 तर्कवाक्य का अभिकथन और तर्कवाक्य का निषेध

2.9 निरूपाधिक तर्कवाक्य

2.10 विशिष्ट तर्कवाक्य

2.11 निष्कर्ष

2.12 सारांश

2.13 बोध प्रश्न

2.14 उपयोगी पुस्तकें

2.0 उद्देश्य –

इस इकाई का उद्देश्य अरस्तू के परम्परागत तर्कशास्त्र में निगमनात्मक में युक्ति में प्रयुक्त होने वाली निरूपाधिक तर्कवाक्य के स्वरूप को स्पष्ट करना है। निरूपाधिक तर्कवाक्य के स्वरूप का विवेचन करने के पूर्व हमारे लिए तर्कवाक्य क्या है? तर्कवाक्य की युक्ति तथा निगमन की प्रणाली में क्या महत्व और भूमिका है? तर्कवाक्य के कितने प्रकार हैं? इन विविध प्रश्नों पर विचार करना आवश्यक है। सबसे पहले हमें यह जानना होगा कि तर्कवाक्य सूचनात्मक वाक्य के अर्थ को कहते हैं। प्रायः तर्कवाक्यों का प्रयोग अनुमान में होता है। तर्कवाक्य अनुमान की प्रक्रिया में युक्ति आधारभूत तत्व हैं; क्योंकि किसी भी युक्ति एक निष्कर्ष को एक या एक अधिक आधारवाक्यों द्वारा सिद्ध किया जाता है। जहाँ तक तर्कवाक्यों के प्रकार की बात है; तो सर्वप्रथम तर्कवाक्यों को दो वर्गों में विभक्त किया जाता है – निरपेक्ष तर्कवाक्य (Categorical Proposition) और सापेक्ष तर्कवाक्य (Conditional Proposition) सापेक्ष तर्कवाक्य भी दो प्रकार का होता है – हेतुफलाश्रित तर्कवाक्य या हेतुहेतुमत तर्कवाक्य (Hypothetical Proposition) और वैकल्पिक तर्कवाक्य (Disjunctive Proposition) सापेक्ष तर्कवाक्य और उसके वर्गीकरण की चर्चा हम इस इकाई के पूर्व इकाई में कर चुके हैं। प्रस्तुत इकाई में निरूपाधिक तर्कवाक्य (Categorical Proposition) का विवेचन करते हुए यह दिखाने का प्रयास किया जाएगा कि परिमण के आधार निरूपाधिक तर्कवाक्य दो प्रकार के हैं और गुण के आधार पर दो प्रकार के होते हैं। इस इकाई के अन्तर्गत हमारा उद्देश्य इस बात पर भी विचार करना है कि विशिष्ट तर्कवाक्य को निरूपाधिक तर्कवाक्य के किस प्रकार के वर्ग में रखा जाएगा? क्या विशिष्ट तर्कवाक्य सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य की कोटि में आएँगे या अंशव्यापी या विशेष निरूपाधिक तर्कवाक्य की कोटि में आएँगे? इसके अतिरिक्त इस बात पर भी इस इकाई में विचार किया जाएगा कि विधि (Modality) के अनुसार तर्कवाक्य का वर्गीकरण किस–किस रूप में हो सकता है अर्थात् आवश्यक Necessary) प्रतिज्ञात (Assertory) और संदिग्ध (Problematic)। तात्पर्य के अनुसार भी इस बात पर विचार किया जाएगा कि तर्कवाक्य का वर्गीकरण शाब्दिक एवं वास्तविक रूप में किया गया है। यहीं पर हम तर्कवाक्य के विषय में यह भी विचार करेंगे कि यदि तर्कवाक्य का विधेय उद्देश्य के सम्बन्ध में एक उपजाति (Species) होगा; तो वह शाब्दिक होगा या वास्तविक (Verbar or Real)। अन्त में इस बात पर विचार किया जाएगा कि परम्परागत तर्कशास्त्र में तर्कवाक्य के किये गये विभाजन से आधुनिक तर्कशास्त्री कहाँ तक सहमत हैं? इस इकाई में निरूपाधिक तर्कवाक्य पर विचार करते हुए तर्कवाक्य के किये गये भेद और तर्कवाक्य के सम्बन्ध में उठने वाले अन्य विविध प्रश्नों का समाधान ढूँढने का प्रयास किया जाएगा।

2.1 प्रस्तावना –

तर्कशास्त्र में तर्कवाक्य ही अनुमान की प्राथमिक इकाई है। कोई भी युक्ति तर्कवाक्यों से ही बनती है। युक्ति की सहायता से ही तर्कशास्त्र में अनुमान किया जाता है। निर्णय आन्तरिक किया है। यह अनभिव्यक्ति विचार होने के कारण तर्कशास्त्र के अनुमान का आधार नहीं हो सकता। यही कारण है कि तर्क वाक्य ही किसी भी अनुमान की मूल इकाई है और किसी युक्ति में निष्कर्ष एवं आधारवाक्य के रूप में तर्कवाक्यों का ही प्रयोग होता है। तर्कशास्त्र में वाक्य की भी महत्वपूर्ण भूमिका होती है। वाक्य की रचना दो पदों के संयोजन से होती

है। परन्तु केवल पदों (Jerms) को भी विचार की इकाई नहीं माना जा सकता है; केवल पद से भी कोई अर्थ स्पष्ट नहीं हो पाता है। केवल 'बिल्ली' कहने का कोई अर्थ नहीं हैं; जब तक पूरा तर्कवाक्य न कहा जाए; जैसे 'बिल्ली आयी' बिल्ली रोटी खायी इत्यादि। अरस्तु यह कहा जा सकता है कि तर्कशास्त्र में निर्णय या पद को विचार की मूल इकाई न मानकर तर्कवाक्य को ही विचार की मूल इकाई माना जाता है।

तर्कशास्त्र भाषा में अभिव्यक्त विचारों का विज्ञान है। भाषा में अभिव्यक्त होने वाला विचार को किसी भी भाषा के वाक्य के रूप में निरूपित किया जा सकता है। सभी तर्कवाक्य किसी न किसी भाषा के वाक्य के रूप में ही व्यक्त होते हैं। इसलिए यह कहा जाता है कि सभी तर्कवाक्य वाक्य है; किन्तु सभी तर्कवाक्य वाक्य नहीं हैं। तर्क वाक्य सूचनात्मक या घोषणात्मक वाक्य के अर्थ को ही कहा जाता है। व्याकरण की भाषा में वाक्य अनेक प्रकार के होते हैं; जैसे इच्छामूलक, प्रश्नवाचक, आज्ञार्थक प्रेरक, विस्मयबोधक इत्यादि। अतएव तर्कवाक्य के स्वरूप को समझे बिना निरूपाधिक तर्कवाक्य का विवेचन करना अनुचित सा लगता है। तर्कवाक्य के स्वरूप को समझने के लिए निर्णय का तर्कवाक्य के रूप में अभिव्यक्ति, तर्कवाक्य का वाक्य से अन्तर, तर्कवाक्य और तथ्य, तर्कवाक्य का मानसिक दृष्टिकोण से भेद आदि को भी स्पष्ट रूप से समझना होगा। जब हम किसी वस्तु के विषय में विचार करते हैं और उसमें दो या दो से अधिक प्रत्ययों के बीच में सम्बन्ध स्थापित करते हैं; तो यह निर्णय (Judgement) कहलाता है। इस निर्णय को जब हम भाषा में अभिव्यक्त कर देते हैं; तो वह तर्कवाक्य बन जाता है। स्पष्ट है कि निर्णय आन्तरिक प्रक्रिया है और तर्कवाक्य उसी का बाहरी रूप है। इसलिए तर्कवाक्य के स्वरूप को जानने से पहले निर्णय के स्वरूप को समझना होगा। निर्णय (Judgement) विचार प्रक्रिया की एक अवस्था है। प्रत्यय निर्णयों की श्रृंखला से बनता है। शब्दों का रूप ग्रहण करके निर्णय तर्कवाक्य बन जाता है। अनुमान निर्णय से अधिक जटिल है। अनुमान में निष्कर्ष के आधार बताये जाते हैं। निष्कर्ष और निष्कर्ष के आधार तर्कवाक्य के रूप में ही प्रयुक्त होते हैं। किसी भी निर्णय के मुख्य लक्षण – सार्वभौमिकता, अनिवार्यता, विश्लेषण और संश्लेषण तथा ज्ञान की व्यवस्था की रचना है। निर्णय के प्रकार में गुण के निर्णय, परिमाण के निर्णय, संख्यात्मक निर्णय, कार्य'कारण सम्बन्धी निर्णय एवं वैयक्तिक निर्णय शामिल है। निर्णय के विषय मे ंइतना जानने के बाद यह जानना आवश्यक हो जाता है कि निर्णय की हमारे अनुमान की प्रक्रिया में क्या भूमिका है? वास्तविकता यह है कि भाषा में अनभिव्यक्त रूप निर्णय है और व्यक्त रूप तर्कवाक्य है। उदाहरण के लिए जब मैं फूल सूँघता हूँ और मेरे मन में विचार होता है कि 'फल सुगन्धित है' तो यह निर्णय है और जब मैं यह कहता हूँ कि – 'यह एक सुगन्धित फूल है' तो यह एक तर्कवाक्य है।

2.2 वाक्य, कथन और तर्कवाक्य (Sentence, Statement and Proposition)

वाक्य पदों से बनता है। जब हम किसी भाषा के वाक्य में अपने विचारों को अभिव्यक्त करते हैं, उस समय वाक्य में दो पदों का प्रयोग होता है – उद्देश्य पद और विधेय पद। किसी भाषा में व्यक्त विचार का माध्यम वाक्य (Sentence) ही होता है। हमारे विचार की अभिव्यक्ति निर्णय के रूप में होती है। विचार निर्णय के रूप में निरन्तर व्यक्त होने वाली प्रक्रिया है। निर्णय जब भाषा में अभिव्यक्त हो जाता है, तब इसे हम तर्कवाक्य

(Proposition) कहते हैं। इस प्रकार तर्कवाक्य निर्णय का ही बाह्य रूप है और निर्णय तर्कवाक्य का आन्तरिक रूप है। यही कारण है कि तर्कवाक्य किसी भाषा विशेष का भाग नहीं होता है; क्योंकि तर्कवाक्य का सम्बन्ध भाषा में अभिव्यक्त वाक्य के अन्तर्वस्तु (Content) से होता है। अतएव वाक्य (Sentence) कथन (Statement), निर्णय (Judgement) और तर्कवाक्य (Proposition) में बड़ा ही घनिष्ठ सम्बन्ध है।

किसी भाषा के वाक्य में अभिव्यक्त हुआ वह विचार जो सत्य या असत्य होता हैं; वह कथन (Statement) कहलाता है। कोई भी कथन तर्कवाक्य की ही भाँति सत्य या असतय होता है; किन्तु कोई कथन तर्कवाक्य नहीं कहलाता है। तर्कवाक्य भाषा में अभिव्यक्त सूचनात्मक (Indicative) या उद्घोषणात्मक (Declarative) वाक्य के अर्थ को कहते हैं। वाक्य अनेक प्रकार के होते हैं; जैसे प्रश्नवाचक, आज्ञाबोधक, विस्मयबोधक इत्यादि; किन्तु तर्कवाक्य स्वीकारात्मक या निषेधात्मक होता है। तर्कवाक्य की विशेषता है कि वह सत्य या असत्य होता है; किन्तु कोई भी तर्कवाक्य एक साथ सत्य और असत्य दोनों नहीं हो सकता।

2.3 परम्परागत तर्कशास्त्र में निरूपाधिक तर्कवाक्य

परम्परागत तर्कशास्त्र में निरूपाधिक तर्कवाक्यों (Categorical propositions) का विवेचन मिलता है। परम्परागत तर्कशास्त्र में अनुमान की प्रक्रिया में निगमनात्मक पद्धति को प्रमुखता दी गयी है और इस प्रक्रिया के जनक ग्रीक दार्शनिक अरस्तू थे। अरस्तू की निगमन पद्धति निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर ही आधारित थी। परम्परागत तर्कशास्त्र में प्रत्येक सरल तर्कवाक्य (Simple Proposition) का विश्लेषण उद्देश्य (Subject), विधेय (Predicate) और संयोजक (Copula) के रूप में किया जाता है। इस प्रकार परम्परागत तर्कशास्त्र के अनुसार प्रत्येक निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद (Subject Term), विधेय पद (Predicate Term) और संयोजक (Copulaहोता है। परम्परागत तर्कशास्त्र में निरूपाधिक तर्कवाक्य के उदाहरण इस प्रकार हैं – सैनिक बहादुर है; सैनिक बहादुर पुरूष हैं; राम सीता के पति हैं; राम ने सुग्रीव की सहायता से रावण को मारा; इत्यादि सभी तर्कवाक्यों का तार्किक स्वरूप उद्देश्य, विधेय और संयोजक के रूप में प्रकट होता है। इस प्रकार परम्परागत तर्कशास्त्र में तर्कवाक्य में सम्मिलित पद निम्नलिखित हैं –

(1) उद्देश्य पद (Subject Term)

उद्देश्य पद वह पद है; जिसके विषय में कुछ कहा जाता है। यह कथन अस्तिवाचक (Positive) या नास्तिवाचक (Negative) किसी भी रूप में हो सका है। उदाहरण के लिए 'राधा गायिक है', 'मोहन राजनीतिज्ञ नहीं हैं' इत्यादि में 'राधा' अस्तिवाचक उद्देश्य पद है और मोहन' निषेधात्मक या नास्तिवाचक उद्देश्य पद है।

(2) विधेय पद (Predicate Term)

विधेय पद वह पद है; जिसमें उद्देश्य के विषय में विधान या निषेध किया जाता है; जैसे 'राधा गायिका है में 'गायिका' पद और मोहन 'राजनीतिज्ञ नहीं' है, में 'राजनीतिज्ञ नहीं' विधेय पद है।

(3)संयोजक (Copula)

संयोजक वह है; जो उद्देश्य और विधेय में सम्बन्ध स्थापित करता है। यह सम्बन्ध अस्तिवाचक या नास्तिवाचक किसी भी रूप में हो सकता है। 'राधा गायिका है' में संयोजक है' अस्विाचक है; 'मोहन राजनीतिज्ञ

नहीं है' में संयोजक नहीं है' नास्तिवाचक है। यदि यह कहा जाए कि अस्तिवाचक संयोजक स्वीकारात्मक होता है और वह उद्देश्य और विधेय पद को स्वीकारात्मक रूप में सम्बन्धित करता है अर्थात् अस्तिवाचक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद को विधये पद संयोजक के द्वारा स्वीकार करता है। यदि यह कहा जाए कि 'मोहन राजनीतिज्ञ नहीं है' इस तर्कवाक्य में निधेषात्मक संयोजक उद्देश्य पद को विधेय से सम्बन्धित करता है अर्थात् नास्तिवाचक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद को विधेय पद संयोजक के द्वारा अस्वीकार किया जाता है।

तर्कशास्त्रियों का यह कहना है कि तर्कवाक्य में संयोजक को 'होना' क्रिया का वर्तमानकालिक रूप होना चाहिए; भले ही वह अस्तिवाचक हो या नास्तिवाचक हो। तर्कशास्त्री यह मानते हैं कि संयोजक सदैव वर्तमान काल में ही होता है; जैसे – 'राधा गायिका है' में 'है' वर्तमान कालिक सहायक क्रिया है। यदि यह कहा जाए कि 'सुकरात विद्वान व्यक्ति था' तो इसे परम्परागत तर्कवाक्य में इस प्रकार लिखा जाना चाहिए कि –**सुकरात वह व्यक्ति है; जो विद्वान था**'। यहाँ पर संयोजक है' होगा और 'विद्वान था' विधेय पद होगा। इसी प्रकार यदि यह कहा जाए कि –'**ट्रेन प्रातःकाल जाएगी**', इसे भी परम्पागत तर्कवाक्य में इस प्रकार लिखा जाएगा –'**ट्रेन वह वस्तु है; जो प्रातःकाल जाएगी।**' इस वाक्य में भी 'है' संयोजक है और 'प्रातःकाल विधेय पद है। इस प्रकार परम्परागत तर्कवाक्य में संयोजक वर्तमानकालिक रूप में होना चाहिए; जैसे है, हैं, हूँ, हो इत्यादि। परम्परागत तर्कशास्त्र में तर्कवाक्य के संयोजक के विषय में अन्य महत्वपूर्ण बात यह है कि अस्तिवाचक (Positive) या नास्तिवाचक (Negative) दोनों में से कोई हो सकता है। यद्यपि तर्कशास्त्रियों का एक वर्ग यह मानता है कि 'संयोजक' सदैव अस्तिवाचक होना चाहिए। परन्तु अधिकांश तर्कशास्त्रियों का यह कहना है कि संयोजक स्वीकारात्मक या निषेधात्मक कुछ भी हो सकता है; जैसे – है, हैं, नहीं है या नहीं है। हूँ या नहीं हूँ, हो या नहीं हो इत्यादि में से कोई हो सकता है।

संयोजक के विषय में अन्तिम रूप में विशेष रूप से उल्लेखनीय बात यह है कि यह उद्देश्य और विधेय के सम्बन्ध को दिखलाता है; न कि अस्तित्व सूचक होता है। वह उद्देश्य और विधेय में सम्बन्ध का विधान या निषेध करता है। उदाहरण के लिए जब हम यह कहते है कि –'**सुकरात वह व्यक्ति है; जो विद्वान था**' तो इसमें हम 'सुकरात' और विद्वान के बीच सम्बन्ध स्थापित करते हैं; उसके अस्तित्व के बारे में कुछ भी नहीं कह सकते। वास्तव में 'होना' क्रिया कभी भी अस्तित्वसूचक नहीं होती। तार्किक दृष्टि से संयोजक को अस्तित्वसूचक नहीं माना जाता। संयोजक का कार्य उद्देश्य और विधेय में सम्बन्ध स्थापित करना है; सत्ता की सूचना देना नहीं है।

2.4 व्याकरण के वाक्य और तर्कवाक्य (Sentence, Statement and Proposition)

एक तर्कवाक्य की अभिव्यक्ति किसी भी भाषा के वाक्य (Sentence) के रूप में हो सकती है। इसलिए तर्कवाक्य (Proposition) और वाक्य में अनिवार्य सम्बन्ध होता है और दोनों में ही बहुत समानताएँ होती हैं। तर्कवाक्य और वाक्य दोनों में ही किसी वस्तु के बारे कुछ कथन किया जाता है और वाक्य तथा तर्कवाक्य दोनों में ही उद्देश्य पद और विधेय पद होते हैं। इस प्रकार यह कहा जा सकता है कि सभी तर्कवाक्य वाक्य है; किन्तु सभी वाक्य तर्कवाक्य नहीं होता है। वास्तविकता यह है कि सूचनात्मक या घोषणात्मक वाक्य के अर्थ को तर्कवाक्य कहा जाता है। तर्कवाक्य को स्वीकार या अस्वीकार किया जाता है। इसलिए तर्कवाक्य (Affirmative)

स्वीकारात्मक या निषेधात्मक (Negative) ही होता है; जबकि वाक्य सूचनात्मक या घोषणात्मक होने के साथ–साथ प्रश्नवाचक, आज्ञाबोधक, विस्मयबोधक, प्रेरक इत्यादि भी होते हैं। वाक्य व्याकरणिक दृष्टि से शुद्ध (Correct) या अशुद्ध (Incorrect) होते हैं; जबकि तर्कवाक्य सत्य या असत्य होता है। इस प्रकार वाक्य एवं तर्कवाक्य में निम्नलिखित अन्तर है –

1. किसी भाषा में वाक्यों का प्रयोग सूचना देने के लिए प्रश्न पूछने के लिए, आज्ञा देने के लिए; प्रार्थना अथवा उपदेश प्रकट करने के लिए, विस्मय प्रकट करने के लिए किया जाता है।

तर्कवाक्य सूचनात्मक (Indicative) अथवा घोषणात्मक (Declarative) अर्थ का बोधक होता है। इसी लिए तर्कवाक्य की परिभाषा देते हुए यह कहा जाता है कि **"सूचनात्मक या घोषणात्मक वाक्य के अर्थ को तर्कवाक्य कहा जाता है।"**

2. किसी भाषा के वाक्य का उद्देश्य सत्य या असत्य का विवेचन करना नहीं होता है। इसलिए सूचनात्मक या घोषणात्मक वाक्य के अतिरिक्त वाक्य प्रश्नवाचक, आज्ञार्थक, इच्छावाचक, प्रेणार्थक, विस्मयबोधक इत्यादि भी होता है और इसमें वाक्य के सत्य या असत्य होने के विषय में कुछ भी कथन नहीं होता है। ये सभी वाक्य न तो सत्य का खण्डन करने हैं और न ही पुष्टि करते हैं। इसलिए सूचनात्मक या घोषणात्मक वाक्य के अतिरिक्त किसी भी वाक्य को तर्कशास्त्र में स्थान नहीं दिया जाता है।

कोई भी तर्कवाक्य या तो सत्य होता है या असत्य होता है। सत्यता और असत्यता तर्कवाक्य की विशेषता है। परन्तु कोई भी तर्क वाक्य एक साथ सत्य या असत्य दोनों नहीं हो सकता है।

3. किसी भी भाषा के वाक्य में कभी–कभी दो या दो से अधिक उद्देश्य और विधेय पद होते हैं; जैसे – 'राम और लक्ष्मण दशरथ के पुत्र थे।' तर्कवाक्य में सदैव एक उद्देश्य और एक ही विधेय पद होता है।

4. किसी भाषा के वाक्य में उद्देश्य और विधेय पद के रूप में दो ही भाग किये जाते हैं; जबकि तर्कवाक्य में उद्देश्य, विधेय और संयोजक के रूप में तीन विभाग किये जाते हैं। वाक्य का संयोजक भाषा के वाक्य के विधेय पद में शामिल होता है; जबकि तर्कवाक्य का संयोजक उद्देश्य और विधेय से स्वतंत्र अस्तित्व रखता है।

5. किसी भी भाषा के वाक्य में उद्देश्य का परिमाण और विधेय का गुण व्यक्त करना आवश्यक नहीं हैं जबकि तर्कशास्त्र के तर्कवाक्य में परिमाण और गुण दोनों का होना आवश्यक है।

6. वाक्य व्याकरण की दृष्टि से शुद्ध (Correct) या अशुद्ध (Incorrect) होता है; जबकि तर्कवाक्य सत्य या असत्य होता है।

7. वाक्य सदैव ही उस भाषा का भाग होता है; जिसमें उसकी रचना होती है; किन्तु तर्कवाक्य किसी भाषा विशेष का भाग नहीं होता है। एक ही तर्कवाक्य को भिन्न–भिन्न भाषाओं में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है

वर्षा हो रही है।

जलं वर्षति।

पावुस पड़तो।

It is raining

8. किसी भाषा का वाक्य भूत, वर्तमान और भविष्य तीनों कालों में व्यक्त होता है; किन्तु तर्कवाक्य केवल वर्तमानकालिक होता है।

9. तर्कशास्त्र में किसी युक्ति में कम से कम दो तर्कवाक्य एक आधारवाक्य के रूप में और एक निष्कर्ष के रूप में होते हैं। किसी भाषा में युक्ति की रचना केवल एक ही वाक्य में हो सकती है; जैसे –**लोकतंत्र में धनियों की अपेक्षा गरीब अधिक शक्तिशाली होते हैं; क्योंकि उनकी संख्या अधिक होती है और बहुसंख्यक की इच्छा सर्वोपरि होती है।**

उपर्युक्त युक्ति की रचना केवल एक ही वाक्य से हुई है; किन्तु इसमें तर्कवाक्यों की संख्या तीन है। (एक निष्कर्ष और दो आधारवाक्य) अतएव यह कहा जा सकता है कि **सभी तर्कवाक्य वाक्य है; किन्तु सभी वाक्य तर्कवाक्य नहीं है।**

2.5 तर्कवाक्य और तथ्य

किसी वस्तुस्थिति को तथ्य कहते हैं। वस्तुस्थिति सरल भी हो सकती है और जटिल भी। एक सरल वस्तुस्थिति वस्तु, गुण और सम्बन्धों से बनती है; जैसे – 'गुलाब एक वस्तु है' और कोमलता गुण है। गुलाब में 'कोमलता' का गुण होना तथ्य है। इसी प्रकार 'दिल्ली' और 'आगरा' दो नगर हैं। दिल्ली का आगरा से बड़ा होना एक तथ्य है। इस प्रकार दिल्ली और आगरा का आपस में छोटे–बड़े का सम्बन्ध है। दिल्ली का 'बड़ा होना' और आगरा का 'छोटा होना' एक तथ्य है। तथ्य एक वस्तुस्थिति है। जो जैसा है; वह वस्तुस्थिति है और इसे हो तथ्य कहते हैं। तथ्य को सत्य या असत्य नहीं कहा जा सकता है। अस्तु; एक सरल तर्कवाक्य तथ्य सम्बन्धी विचार का वाक्य में अभिव्यंजित रूप है। तर्कवाक्य सत्य या असत्य होता है। तर्कवाक्य के सत्य या असत्य होने का आधार तथ्य है। यदि तर्कवाक्य तथ्य के अनुरूप है; तो सत्य है; अन्यथा असत्य है। 'गुलाब सुवासित है', 'दिल्ली आगरे से बड़ा नगर है' सत्य तर्कवाक्य है और यदि यह कहा जाए कि 'आगरा दिल्ली से बड़ा नगर है' तो यह असत्य तर्कवाक्य हैं; क्योंकि तथ्य के अनुरूप नहीं है।

2.6 तर्कवाक्य और मानसिक दृष्टिकोण

तर्कवाक्य का एक ओर सम्बन्ध तथ्य से हैं; तो दूसरी ओर इसका सम्बन्ध व्यक्तियों से है। तर्कवाक्य का सत्य या असत्य होना तर्कवाक्य और तथ्य की अनुरूपता और विरूपता पर निर्भर करता है। यह इस बात पर निर्भर नहीं करता है कि कोई व्यक्ति उसके बारे में क्या सोचता है? कोई तर्कवाक्य सत्य या असत्य है; इस सम्बन्ध में विभिन्न व्यक्तियों के विभिन्न मानसिक प्रतिक्रियाएँ हो सकती हैं। सामान्य रूप से एक तर्कवाक्य के बारे में विश्वास, अविश्वास, शंका और स्वीकृति के दृष्टिकोण बन सकते हैं। उदाहरण के लिए 'भारत धर्मनिरपेक्ष राष्ट्र है' इस तर्कवाक्य का कोई स्वीकार करेगा; तो कोई अस्वीकार करेगा तथा कोई यह निश्चय ही नहीं कर कसेगा कि यह सत्य है या असत्य है; उसकी मानसिक स्थिति शंका होगी। किसी तर्कवाक्य के सत्य या असत्य होने की अटकल (Supposition) लगाया जा सकता है। किसी तर्कवाक्य के सत्य होने की अटकल लगाना; उस तर्कवाक्य को सत्य स्वीकार करना नहीं है। कभी–कभी एक तर्कवाक्य को असत्य सिद्ध करने के लिए युक्ति में उसके सत्य होने की अटकल (Supposition) लगाया जाती है।

2.7 तर्कवाक्य और निर्णय

किसी तर्कवाक्य का निश्चायक ज्ञान निर्णय (Judgement) कहलाता है। 'निर्णय' शब्द बड़ा ही अस्पष्ट है। कभी–कभी इसका अर्थ निश्चयात्मक ज्ञान की मानसिक क्रिया समझा जाता है; तो कभी उसे उस वस्तु का ज्ञान समझाा जाता है; जिसका निश्चायक ज्ञान होता है। परन्तु स्पष्टता की दृष्टि से अधिकांश दार्शनिकों ने निर्णय शब्द को निश्चायक ज्ञान की मानसिक क्रिया ही माना है और यह विचार व्यक्त किया है कि एक व्यक्ति जिस बात को निश्चयपूर्वक जानता है; उसका वाक्य में अभिव्यक्त रूप तर्कवाक्य के रूप में जाना जाता है। इस प्रकार एक तर्कवाक्य एक व्यक्ति के निर्णय अर्थात् निश्चयात्मक ज्ञान का विषय बन सकता है। अतएव निर्णय तर्कवाक्य नहीं है। तर्कवाक्य एवं निर्णय में निम्नलिखित अन्तर है –

1. निर्णय एक ज्ञानात्मक क्रिया है; जबकि तर्कवाक्य ज्ञानात्मक क्रिया अर्थात् निर्णय का विषय है। मेरा यह निश्चयपूर्वक जानना कि 'भारत की विदेश नीति शान्ति की पक्षधर है' यह एक निर्णय है; किन्तु 'भारत की विदेश नीति शान्ति की पक्षधर है' यह एक तर्कवाक्य है। अतएव निर्णय जहाँ ज्ञान का एक रूप है; वहीं तर्कवाक्य निर्णय का विषय है।
2. एक तर्कवाक्य निर्णय के अतिरिक्त शंका या अटकल का भी विषय हो सकता है। उपयुक्त वर्णित तर्कवाक्य किसी व्यक्ति के शंका का विषय हो सकता है। एक ही तर्कवाक्य के विषय मे ंपरस्पर विरोधी निष्कर्ष भी हो सकते हैं। इस प्रकार जहाँ तर्कवाक्य सत्य या असत्य के अतिरिक्त संभाव्य भी हो सकता है; वहीं निर्णय में निश्चयात्मकता होती है अर्थात् कोई भी निर्णय सत्य होता है।

2.8 तर्कवाक्य का अभिकथन और तर्कवाक्य का निषेध

तर्कवाक्य के अभिकथन(Assertion) करने का अर्थ है – तर्कवाक्य के सत्य होने का दावा प्रकट करना। इसी प्रकार एक तर्कवाक्य के निषेध करने का अर्थ है; उस तर्कवाक्य के असत्य होने का दावा प्रकट करना। एक तर्कवाक्य को केवल वाक्य द्वारा व्यक्त करने और वाक्य द्वारा उसका अभिकथन करने में अन्तर है। जब एक तर्कवाक्य को वाद–विवाद अर्थात् विमर्श के रूप में रखा जाता है; तो न तो उसका अभिकथन होता है और न ही निषेध। तर्कवाक्य का अभिकथन (Assertion) या निषेध (Negation) तो वाद–विवाद में मान लेने वालों को करना होता है। निम्नलिखित पर विचार करने से तर्कवाक्य का अभिकथन और तर्कवाक्य का निषेध के स्पष्ट होने में सुगमता होगी –

(1) यह वाद–विवाद प्रतियोगिता का विषय है – भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है।

(2) यह सत्य है कि भारत की विदेश नीति विश्वशान्ति की पक्षधर है।

(3) यह असत्य है कि भारत की विदेश नीति विश्वशान्ति की पक्षधर है।

उपर्युक्त वाक्यों पर विचार करने पर यह स्पष्ट होता है कि (1) 'भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है' इस वाक्य में तर्कवाक्य का अभिकथन नहीं हुआ है। तर्कवाक्य (2) में तर्कवाक्य का अभिकथन हुआ है। तर्कवाक्य (3) में तर्कवाक्य का निषेध हुआ है। सामान्यतः एक तर्कवाक्य का अभिकथन करने के लिए उसके पहले 'यह सत्य है' लगाना आवश्यक नहीं होता है। यदि एक व्यक्ति केवल इतना ही कहे कि 'भारत की विदेश

नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है' तो इसे एक अभिकथन समझा जाएगा। वस्तुतः किसी तर्कवाक्य के विषय में मानसिक दृष्टिकोण प्रकट करना उस तर्कवाक्य का अभिकथन या निषेध नहीं है। निम्नलिखित वाक्यों पर विचार करने पर तर्कवाक्य का अभिकथन और तर्कवाक्य का निषेध बहुत ही स्पष्ट हो जाएगा –

(1) मुझे विश्वास है कि भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है।
(2) मैं मान लेता हूँ कि भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है।
(3) मुझे सन्देह है कि भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है।
(4) मैं जानना चाहता हूँ कि भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है।
(5) भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है।
(6) यह सत्य है कि भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है।
(7) भारत द्वारा अपनी विदेश नीति में विश्व शान्ति का पक्षधर होना सफल नहीं रहा है।
(8) यह असत्य है कि भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है।

उपर्युक्त वाक्यों में (5) और (6) भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है, का अभिकथन हुआ है। वाक्य (7) और (8) में 'भारत की विदेश नीति विश्व शान्ति की पक्षधर है' का निषेध हुआ है और निषेध, अन्य वाक्यों में न तो अभिकथन हुआ है और न ही निषेध। इस प्रकार दो तर्कवाक्यों के सम्बन्धों का अभिकथन करने का अर्थ है – उन दोनों तर्कवाक्यों का अभिकथन करना नहीं समझना चाहिए। उदाहरण के लिए 'यदि भारत में निष्पक्ष चुनाव होते हैं; तो भारत में लोकतंत्र सफल है' में दो तर्कवाक्यों 'भारत में निष्पक्ष चुनाव होते हैं' और 'भारत में लोकतंत्र सफल है' के विशेष सम्बन्ध का अभिकथन है। यहाँ दोनों तर्कवाक्यों का न तो अभिकथन है और न ही निषेध है।

2.9 निरूपाधिक तर्कवाक्य (Categorical Proposition)

निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते हैं; जिसमें उद्देश्य और विधेय के सम्बन्ध को बिना किसी शर्त के निरपेक्ष या निरूपाधिक (बिना किसी उपाधि के) रूप से स्वीकार या अस्वीकार किया जाता है; जैसे – 'सभी संगीतज्ञ गायक हैं' कोई राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं है' इत्यादि। इन उदाहरणों में उद्देश्य और विधेय के सम्बन्ध को बिना किसी शर्त के स्वीकार या अस्वीकार किया गया है। निरूपाधिक तर्कवाक्य परिमाण के आधार सर्वव्यापी (Universal) और अंशव्यापी या विशेष (Particular) के रूप में स्वीकार किये जाते हैं। सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते हैं; जिसमें विधेय पद सम्पूर्ण उद्देश्य पद के विषय में या तो स्वीकार किया जाता है या अस्वीकार किया जाता है; जैसे – 'सभी मनुष्य मरणशील है' और 'कोई पूँजीवादी समाजवादी नहीं है।'उपर्युक्त उदाहरण 'सभी मनुष्य मरणशील हैं' में 'मरणशील' विधेय पद सम्पूर्ण उद्देश्य पद 'मनुष्य' को स्वीकार करता है अर्थात् विधेय पद मरणशील सभी मनुष्य को बताया गया है। इसी प्रकार 'कोई पूँजावादी समाजवादी नहीं है' निरूपाधिक तर्कवाक्य में विधेय पद समाजवादी सम्पूर्ण उद्देश्य पद पूँजीवादी को अस्वीकार करता है अर्थात् यह बताता है कि उद्छेश्य पद ऐसा कोई सदस्य नहीं है (उद्देश्य पद का पूर्ण वर्ग); जो विधेय वर्ग का सदस्य हो। अंशव्यापी या विशेष निरूपाधिक तर्कवाक्य (Particular Categorical Proposition) उसे कहते हैं; जिसमें विधेय उद्देश्य के एक अंश को स्वीकार या अस्वीकार करता है। जैसे – 'कुछ गायिका नृत्यांगना हैं' 'कुछ राजनीतिज्ञ समाजवादी नहीं हैं'।

उपर्युक्त तर्कवाक्य 'कुछ गायिका नृत्यांगना हैं' में विधेय 'नृत्यांगना' 'गायिका' उद्देश्य को आंशिक रूप से स्वीकार करता है (पूरे से एक कम और कम से कम एक) तथा कुछ राजनीतिज्ञ समाजवादी नहीं हैं' निरूपाधिक तर्कवाक्य में विधेय 'समाजवादी' उद्देदश्य 'राजनीतिज्ञ' को आंशिक रूप में अस्वीकार करता है।

परिमाण के अतिरिक्त निरूपाधिक तर्कवाक्य का विभाजन गुण के आधार पर भी किया जाता है। गुण के आधार पर निरूपाधिक तर्कवाक्य स्वीकारात्मक एवं निषेधात्मक (Affirmative and Negative) दो प्रकार के होते हैं। स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते हैं; जिसमें विधेय उद्देश्य पद को स्वीकार करता है; जैसे–'सभी समाजवादी शान्ति प्रिय हैं' कुछ समाजवादी शान्ति प्रिय हैं; इत्यादि।

अस्वीकारात्मक या निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में विधेय पद उद्देश्य पद को अस्वीकार करता है; जैसे– 'कोई राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं है' या कुछ राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं हैं; इत्यादि।

किसी भी निरूपाधिक तर्कवाक्य में संयोजक भी होता है; जो उद्देश्य और विधेय को एक दूसरे जोड़ता है। स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य का संयोजक स्वीकारात्मक होता है और निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य का संयोजक अस्वीकारात्मक या निषधात्मक होता है।

निरूपाधिक तर्कवाक्य की एक प्रमुख विशेषता उद्देश्य और विधेय के वर्ग से सम्बन्धित है। वर्ग उन सभी पदार्थों का समवाय है; जिनमें कोई विशेष गुण सर्व सामान्य हो। यदि किसी वर्ग का प्रत्येक सदस्य दूसरे वर्ग का भी सदस्य है; तो प्रथम वर्ग को द्वितीय में अन्तर्निहित या समाहित कहेंगे। यदि किसी वर्ग के केवल कुछ सदस्य दूसरे के सदस्य हैं; तो प्रथम को दूसरे में अंशतः समाहित कहा जाएगा। ऐसे भी वर्ग–युग्म हो सकते हैं; जिनके सदस्य एकदम भिन्न हों; जैसे – त्रिभुज के वर्ग और वृत्त के वर्ग। निरूपाधिक तर्कवाक्य वर्गों के बीच के इन विभिन्न सम्बन्धों की या तो विधि वर्गों के बीच के इन विभिन्न सम्बन्धों की या तो विधि करते हैं या निषेध करते हैं।

निरूपाधिक तर्कवाक्य के चार विभिन्न आकार हैं; जो अधोलिखित तर्कवाक्यों से प्रकट हैं –

1. सभी राजनीतिज्ञ व्यक्ति असत्यवादी होते हैं' यह एक विध्यात्मक सर्वव्यापी तर्कवाक्य है। यह दो वर्गों के बारे में कथन है। ये वर्ग हैं– राजनीतिज्ञ के सभी व्यक्तियों का वर्ग' और 'सभी असत्यवादियों का वर्ग' यह तर्कवाक्य कथन करता है कि प्रथम वर्ग द्वितीय में अन्तनिर्हित या समाहित है। इसका अर्थ यह है कि प्रथम वर्ग का प्रत्येक सदस्य दूसरे वर्ग का सदस्य है। प्रस्तुत उदाहरण में उद्देश्य पद 'राजीतिज्ञ व्यक्ति' सभी राजनीति के व्यक्तियों का निषेध करता है और विधेय पद 'असत्यवादी' सभी असत्यवादियों के वर्ग को सूचि करता है। कोई भी विध्यात्मक सर्वव्यापी तर्कवाक्य निम्नलिखित ढंग से प्रकट किया जा सकता है –

सभी उ वि हैं।

उपर्युक्त तर्कवाक्य में 'उ' और 'वि' क्रमशः उद्देश्य और विधेय पदों के लिए है। सर्वव्यापी विध्यात्मक या स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य यह स्वीकार करता है कि वर्गान्तर्निहित सम्बन्ध दो वर्गों में उपबन्ध है और यह अन्तर्निहित होना पूर्ण या सर्वव्यापी है अर्थात् उद्देश्य वर्ग के सभी सदस्य विधेय वर्ग के भी सदस्य हैं।

2. ‘कोई भी राजनीतिज्ञ व्यक्ति असत्यवादी नहीं होता है’ यह एक सर्वव्यापी निषेधात्मक तर्कवाक्य है। राजनीति के व्यक्तियों के विषय में यह सर्वव्यापी ढंग से यह निषेध करता है कि वे असत्यवादी हैं। दो वर्गों के बारे में कथन करते हुए यह कानि करता है कि प्रथम वर्ग द्वितीय से अलग है। प्रथम और द्वितीय दोनों ही वर्ग पूर्ण वर्ग हैं और दोनों ही एक दूसरे से पूर्णतया अलग हैं। इसका अर्थ है कि प्रथम वर्ग का कोई भी सदस्य ऐसा नहीं है; जो द्वितीय वर्ग का सदस्य हो। कोई भी सर्वव्यापी निषेधात्मक तर्कवाक्य निम्नलिखित ढंग से लिखा जा सकता है –

कोई उ वि नहीं है।

उपर्युक्त सदाहरण में व्यक्त किये गये सर्वव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में ‘उ’ और ‘वि’ अक्षर क्रमशः उद्देश्य औ विधेय के लिए प्रयुक्त हुआ है। सर्वव्यापी निषेधातमक निरूपाधिक तर्कवाक्य यह उपबन्ध करता है कि वर्गान्तनिर्हित सम्बन्ध दोनों ही वर्गों में है और यह निषेध सर्वव्यापी है अर्थात् ‘उ’ वर्ग का कोई सदस्य ‘वि’ वर्ग का सदस्य नहीं है अर्थात् ‘उ’ और ‘वि’ पूर्ण वर्ग हैं और दोनों एक दूसरे से पृथक् हैं।

3. ‘कुछ राजनीतिज्ञ व्यक्ति असत्यवादी होते हैं’ यह अंशव्यापी विध्यात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य है। यह निरूपाधिक तर्कवाक्य यह विधान करता है कि सभी राजनीलतिज्ञ व्यक्तियों के वर्ग में कुछ सदस्य अर्थात् कम से कम एक और अधिक से अधिक पूरे से एक कम सदस्य सभी असत्यवादियों के वर्ग के भी सदस्य है। परन्तु यह निष्पाधिक तर्कवाक्य ‘राजनीतिज्ञ व्यक्तियों’ के विषय में कोई सर्वव्यापी कथन नहीं करता है। यह इस बात का कथन नहीं करता है कि ‘सभी राजनीतिज्ञ व्यक्ति सार्वभौम रूप से असत्यवादी कहे गये हैं; बल्कि कुछ विशेष राजनीतिज्ञ व्यक्ति को ही असत्यवादी कहता है। यह तर्कवाक्य न तो विधि और न ही निषेध करता है कि सभी राजनीतिज्ञ व्यक्ति असत्यवादी है। राजनीतिज्ञों के पूर्ण वर्ग के विषय में यह कुछ भी कथन नहीं करता है। शब्दशः यह ऐसा नहीं कहता है कि कुछ राजनीतिज्ञ व्यक्ति असत्यवादी नहीं हैं। अंशव्यापी विध्यात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य का निचोड़ अर्थ यह है कि राजनीतिज्ञ व्यक्तियों के वर्ग व असत्यवादियचों के वर्ग में कुछ सदस्य उभय हैं।

निरूपाधिक तर्कवाक्य के परिमण को व्यक्त करने के लिए प्रयुक्त ‘कुछ’ शब्द का भी तात्पर्य जानना आवश्यक हो जाता है। ‘कुछ’ शब्द अनिश्चित है; जिसका अर्थ है – कम से कम एक और अधिक से अधिक पूरे से एक कम। इस प्रकार अंशव्यापी विध्यात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य निम्नलिखित ढंग से लिखा जा सकता है –

‘कुछ उ वि हैं’

उपर्युक्त लिखे गये वाक्य की व्याख्या करते हुए यह कहा जा सकता है कि इसमें भी ‘उ’ और ‘वि’ क्रमशः उद्देश्य और विधेय को ही व्यक्त करता है। ‘कुछ उ वि हैं’ इस कथन द्वारा यह व्यक्त किया जाता है कि उसे सचित उद्देश्य पद से सूचित वर्ग का कम से कम एक और अधिक से अधिक पूर से एक कम सदस्य वि अक्षर से सूचित विधेय पद वर्ग का भी सदस्य है। इस निरूपाधिक तर्कवाक्य के लिए अंशव्यापी विध्यात्मक नाम उचित है; क्योंकि यह तर्कवाक्य विधान करता है कि वर्गान्तर्निहित सम्बन्ध उपस्थित है; किन्तु प्रथम वर्ग के

विषय में इस सम्बन्ध का कथन सर्वव्यापी रूप से लागू न होकर अंशव्यापी रूप से ही लागू होता है अर्थात् यह तर्कवाक्य प्रथम वर्ग के कुछ विशेष सदस्य या सदस्यों के बारे में ही कथन करता है।

4. 'कुछ राजनीतिज्ञ व्यक्ति असत्यवादी नहीं हैं' यह एक अंशव्यापी निषेधात्मक तर्कवाक्य है। इस अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य में सभी राजनीतिज्ञ व्यक्तियों का निर्देश सर्वव्यापी ढंग से नहीं किया जाता है। यह उद्देश्य पद वर्ग के केवल कुछ विशेष सदस्यों का ही निर्देश करता है। परन्तु 'कुछ राजनीतिज्ञ व्यक्ति असत्यवादी नहीं है' में यह विधान नहीं करता है कि प्रथम वर्ग के कुछ सदस्य द्वितीय वर्ग में समाहित हैं। अंशव्यापी निषेधात्मक तर्कवाक्य निम्नलिखित ढंग से लिखा जा सकता है –

'कुछ उ वि नहीं हैं'

उपर्युक्त लिखे गये तर्कवाक्य में 'उ' और 'वि' अक्षर क्रमशः उद्देश्य और विधेय पद वर्ग को ही सूचित करता है और यह व्यक्त करता 'उ' अक्षर से सूचित उद्देश्य पद वर्ग का कम से कम एक सदस्य और अधिक से अधिक पूरे से एक कम सदस्य 'वि' अक्षर से सूचित विधेय पद जो पूर्ण वर्ग है; का सदस्य नहीं है अर्थात् उद्देश्य पद से अभिहित वर्ग का कम से कम ऐ सदस्य पूर्ण वर्ग विधेय पद का सदस्य नहीं है। आंशिक उद्देश्य पद वर्ग पूर्ण विधेय पद वर्ग से पूर्णतया अलग है।

2.10 विशिष्ट तर्कवाक्य

अब तक वर्णित निरूपाधिक तर्कवाक्य के सम्बन्ध में एक बात यह भी जानना आवश्यक है कि जब किसी निरूपाधिक तर्कवाक्य का उद्देश्य एकवाचक या विशिष्ट (Singular) होता है; तो क्या उसे विशिष्ट तर्कवाक्य (Singular Proposition) कहते हैं? कुछ तर्कशास्त्रियों ने परिमाण के अनुसार इसे सामान्य (Universal) और विशेष (Particular) तर्कवाक्यों से भिन्न तर्कवाक्य माना है; किन्तु उनके द्वारा ऐसा मानना उचित नहीं है। विशिष्ट तर्कवाक्य में जब उद्देश्य निश्चित व्यक्ति या व्यक्ति समूह का निर्देश करता हो; तो उसे सामान्य मानना चाहिए; जैसे – 'प्लेटो एक महान दार्शहिनक हैं' सुकारात तर्कशील प्राणी है; इत्यादि। ये सभी तर्कवाक्य सामान्य हैं; क्योंकि इनका उद्देश्य पूर्ण विस्तार के अर्थ में है तथा विधेय उद्देश्य के पूर्ण विस्तार को स्वीकार करता है। यदि विशिष्ट तर्कवाक्य का उद्देश्य किसी निश्चित व्यक्ति या व्यक्ति समूह का निर्देश नहीं करता है; तो तर्कवाक्य विशेष होता है। जैसे – 'एक व्यक्ति यहाँ है' एक धातु द्रव्य है इत्यादि।

2.11 निष्कर्ष

निष्कर्ष के रूप में यह कहा जा सकता है कि परम्परागत तर्कशास्त्र में निगमनात्मक युक्ति के द्वारा अनुमान करने की प्रणाली निरूपाधिक तर्कवाक्यों के इन चार मानक आकारों के विश्लेषण पर ही आधारित थी। अस्तु, अरस्तू ने जिस निगमनात्मक पद्धति से निरूपाधिक तर्कवाक्यों की सहायता से युक्ति की वैधता और अवैधता का परीक्षण करते हैं; उनके निगमनात्मक अनुमान के सिद्धान्त इन्हीं निरूपाधिक तर्कवाक्यों के ही ईर्द–गिर्द आधारित थे। वास्तविकता यह है कि अरस्तू ने अपने न्यायवाक्य (Syllogism) में मानक आकार के जिन निरूपाधिक तर्कवाक्यों का प्रयोग किया है; वे सभी उतने साधारण और सरल नहीं हैं, जितना कि उदाहरण के रूप में अभी तक प्रस्तुत किये गये हैं। कुछ भी हो; किन्तु इतना स्पष्ट रूप से कहा जा सकता है कि अरस्तू

क निगमनात्मक न्यायवाक्य निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर ही आधारित है और इन निरूपाधिक आकार वाले तर्कवाक्यों के बिना अरस्तू के निगमनात्मक तर्कशास्त्र की कल्पना ही नहीं की जा सकती है।

2.12 सारांश

अरस्तू द्वारा प्रतिपादित निगमनात्मक युक्तियाँ में निरूपाधिक तर्कवाक्यों की महत्वपूर्ण भूमिका है। अरस्तू की निगमनात्मक युक्तियाँ निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर ही आधारित हैं। इसलिए निरूपाधिक तर्कवाक्य ही परम्परागत तर्कशास्त्र के निगमन पद्धति में विचार की प्राथमिक इकाई है। निरूपाधिक तर्कवाक्य में तीन पद होते हैं – उद्देश्य, विधेय और संयोजक। निरूपाधिक तर्कवाक्य निर्णय, मानसिक दृष्ठिकोण व्याकरण के तर्कवाक्य से भिन्न होता है।

2.13 बोध प्रश्न

1. तर्कवाक्य को परिभाषित कीजिए तथा तर्कवाक्य और वाक्य में अन्तर स्पष्ट कीजिए।
2. तर्कवाक्य को परिभाषित कीजिए तथा तर्कवाक्य और निर्णय में अन्तर स्पष्ट कीजिए।
3. तर्कवाक्य का स्वरू॰ स्पष्ट कीजिए सरल एवं मिरित तर्कवाक्यों को उपयुक्त उदाहरणों द्वारा स्पष्ट कीजिए।
4. निरूपाधिक तर्कवाक्यों से आप क्या समझते हैं?

2.14 सहायक पुस्तक

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ संगम लाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र परिचय – डॉ. केदार नाथ तिवारी
3. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ एवं डॉ. नीलिमा मिश्रा

****

इकाई – 03 : गुण, परिमाण और व्याप्ति

इकाई की रूपरेखा

3.0 उद्देश्य

3.1 प्रस्तावना

3.2 तर्कशास्त्र और तर्कवाक्य

3.3 निरूपाधिक तर्कवाक्य और उसका वर्गीकरण

3.4 गुणानुसार निरूपाधिक तर्कवाक्य का वर्गीकरण

3.5 परिमाण की दृष्टि से निरूपाधिक तर्कवाक्य का वर्गीकरण

3.6 गुण के आधार पर निरूपाधिक तर्कवाक्य का निदेर्शन

3.7 निरूपाधिक तर्कवाक्य के मानक आकार

3.8 व्याप्ति

3.9 निष्कर्ष

3.10 सारांश

3.11 बोध प्रश्न

3.12 उपयोगी पुस्तकें

3.0 उद्देश्य

तर्कशास्त्र का प्रमुख विवेच्य विषय युक्ति की सहायता से अनुमान करना है। अनुमान की यह प्रक्रिया दो रूपों में पायी जाती है – निगमन (Deduction) और आगमन। निगमनात्मक तर्क पद्धति क`जनक अरस्तू हैं। अरस्तू की निगमनात्मक युक्ति निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर आधारित थी। प्रस्तुत इकाई में अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्य की जो परिभाषा दी है; उसे स्पष्ट किया जाएगा। इसके अतिरिक्त अरस्तू ने निष्पाधिक तर्कवाक्य का गुण और परिमाण के आधार पर तर्कवाक्यों का वर्गीकरण किया है। अपने वर्गीकरण में अरस्तू ने गुण के आधार पर दो प्रकार के तर्कवाक्यों का उल्लेख किया है –स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य (Affirmative Categorical Proposition) और परिमाण के आधार पर भी यह दिखाया है कि निरूपाधिक तर्कवाक्य दो प्रकार के हैं– सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य (Universal Categorical Proposition) और अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य (Particular Categorical Proposition) प्रस्तुत इकाई का उद्देश्य गुण और परिमाण के आधार पर निरूपाधिक तर्कवाक्य के मानक आकार A, E, I और O की व्याख्या करना है और इन चारों प्रकार के निरूपाधिक के वर्गान्तरभाव के साथ उनके व्याप्ति सम्बन्ध को स्पष्ट करना है।

3.1 प्रस्तावना

अरस्तू ने जिस निगमनात्मक युक्तियों की सहायता से अनुमान किया है; वे सभी निगमनात्मक युक्तियाँ निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर ही आधारित हैं। इसलिए अरस्तू का परम्परागत तर्कशास्त्र निरूपाधिक तर्कवाक्यों के गुण और परिमाण के आधार पर किये गये वर्गीकरण पर ही आधारित है। तर्कवाक्य की अभिव्यक्ति वाक्य के माध्यम से ही होती है। अतएव वाक्य तर्कवाक्य को अभिव्यक्त करने का साधन मात्र है। तर्कवाक्य तर्कशास्त्र की वह प्राथमिक इकाई है; जिस पर ही सम्पूर्ण अनुमान की प्रक्रिया आधारित होती है। केवल सूचनात्मक या घोषणात्मक वाक्य ही तर्कवाक्य होते हैं तथा अन्य प्रकार के वाक्य तर्कवाक्य नहीं होते हैं। इसलिए प्रायः तर्कवाक्य को परिभाषित करते हुए यह कहा जाता है कि – सूचनात्मक या उद्घोषणात्मक वाक्य या कथन के अर्थ को तर्कवाक्य कहते हैं। कोई भी तर्कवाक्रू या तो सत्य होता है या असत्य है; किन्तु एक साथ सत्य और असत्य दोनों नहीं हो सकता है।

अरस्तू का यह मानना था कि तर्क वाक्यों के एक निश्चित कम से ही युक्ति की रचना होती है। किसी भी युक्ति में एक निष्कर्ष होता है और कम से कम एक और एक से अधिक आधारवाक्य हो सकते हैं। अरस्तू के निगमनात्मक युक्ति तीन निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर आधारित हैं; जिसमें एक निष्कर्ष को, दो आधारवाक्यों से निगमित करने का प्रयास किया गया है। इस प्रकार अरस्तू के निगमनात्मक तर्कशास्त्र को समझने के लिए उनके द्वारा गुण और परिमाण के आधार पर निरूपाधिक तर्कवाक्यों के वर्गीकरण और मानक आकार के रूप में उनके प्रतीकी करण के रूप में किये गये A, E, I और 'O' प्रकार के चारों निरूपाधिक तर्कवाक्यों से भलीभाँति अवगत होना आवश्यक है।

3.2 तर्कशास्त्र और तर्कवाक्य

परम्परागत तर्कशास्त्री अरस्तू तर्कवाक्य को ऐसे वाक्य के रूप में परिभाषित करते हैं; जिसमें उद्‌देदश्य (Subject) और विधेय (Predicate) और संयोजक (Copula) विद्यमान होते हैं। सभी समाजवादी शान्तिप्रिय हैं' एक वर्कवाक्य है; जिसमें उद्‌देश्य 'समाजवादी' है, विधेय 'शान्तिप्रिय' है और 'है' संयोजक है। उद्‌देश्य वह है; जिसके विषय में कुछ कहा जाता है। विधेय वह होता है जिसके द्वारा उद्‌देश्य के विषय में कुछ कहा जाता है। संयोजक उसे कहते हैं; जो उद्‌देश्य और विधेय बीच में सम्बन्ध स्थापित करता है अर्थात् उद्‌देश्य और विधेय को जोड़ता है। इसके अतिरिक्त परम्परागत तर्कशास्त्री अरस्तू का यह भी कहना है कि संयोजक को केवल वर्तमान काल में ही अभिव्यक्त किया जाना चाहिए। अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्यों का वर्गीकरण गुण और परिमाण के आधार करते हैं।

3.3 निरूपाधिक तर्कवाक्य और उसका वर्गीकरण

तर्कवाक्य की अभिव्यक्ति वाक्य के माध्यम से ही होती है। यद्यपि सभी तर्कवाक्य वाक्य है; किन्तु सभी वाक्य तर्कवाक्य नहीं होते हैं। अरस्तू ने अपने निगमनात्मक युक्तियों को निरूपाधिक तर्कवाक्यों पर ही आधारित किया था। अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्य को व्यक्त करते हुए यह कहा है कि निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते हैं जिसमें उद्‌देश्य और विधेय के सम्बन्ध को बिना शर्त या निरूपाधिक रूप से स्वीकार या अस्वीकार किया जाता है। अरस्तू ने चार प्रकार के निरूपाधिक तर्कवाक्यों का उल्लेख किया है और ये चारों प्रकार के निरूपाधिक तर्कवाक्यों में प्रमुख तत्व उद्‌देश्य, विधेय संयोजक तो होते ही हैं; इसके अतिरिक्त प्रत्येक निरूपाधिक का कोई गुण अवश्य होता है और उसका परिमाण भी होता है। गुण से तात्पर्य किसी निरूपाधिक तर्कवाक्य स्वीकारात्मक (Affirmative) या अस्वीकारात्मक प्रकार से है। परिमाण से तात्पर्य निरूपाधिक तर्कवाक्य के सर्वव्यापी (Universal) या अंशव्यापी (Particular) रूप से है। इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि किसी निरूपाधिक तर्कवाक्य में परिमाण और गुण दोनों ही होते हैं।

3.4 गुणानुसार निरूपाधिक तर्कवाक्य का वर्गीकरण **(According to Quality Classification of Categorical)**

निरूपाधिक तर्कवाक्य का गुण (Quality) उसके द्वारा वर्गान्तरभाव सम्बन्ध के विधि एवं निषेध के अनुसार स्वीकारात्मक या निषेधात्मक होता है। स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते हैं; जिसमें विधेय उद्‌देश्य को स्वीकार करता है; जैसे – 'सभी मतदाता नागरिक हैं;'। निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते हैं; जिसमें विधेय उद्‌देश्य पद को अस्वीकार करता है; जैसे – कोई मनुष्य पूर्ण न ही है। स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में संयोजक स्वीकारात्मक होता है अर्थात् उसमें निषेध का चिह्न नहीं होता है। परन्तु निषेधात्मक तर्कवाक्य में संयोजक निषेधात्मक होता है अर्थात् उसमें निषेध का चिह्न होता है। जैसे – 'सभी मतदाता नागरिक हैं' और 'कोई खिलाड़ी शाकाहारी नहीं है'। इसमें प्रथम उदाहरण स्वीकारात्मक है और द्वितीय उदाहरण अस्वीकारात्मक होता है। जब सामान्य निरूपाधिक तर्कवाक्य को व्यक्त करते हैं; तो वह इस प्रकार का हो सकता है – सभी उ वि है और कोई उ वि नहीं है।

कुछ तर्कशास्त्रियों ने सभी निषेधात्मक तर्कवाक्यों में निषेध के चिह्न को विधेय का भाग मानकर उन्हें स्वीकारात्मक रूप देने का प्रयास करते है। अतएव इस प्रकार तर्कशास्त्री यह न कहकर कि 'कोई मनुष्य पूर्ण नहीं हैं' यह कहते हैं कि 'सभी मनुष्य अपूर्ण हैं'। इस प्रकार निषेध का चिह्न विधेय में समाविष्ट कर दिया जाता है। ऐसे तर्कवाक्य को अपरिमित तर्कवाक्य (Infinite proposition) कहते हैं। अतः अपरिमित तर्कवाक्यों का संयोजक स्वीकारात्मक होता है। इसलिए ऐसे तर्कवाक्यों का आकार स्वीकारात्मक होता है। यद्यपि उसकी विशेषता मुख्यतः निषेधात्मक ही होती है। वस्तुतः स्वीकृति तथा निषेध मूल रूप में भिन्न होते हैं। अतएव स्वीकारात्मक एवं निषेधात्मक को एक दूसरे से भिन्न मानना हो उचित है।

3.5 परिमाण की दृष्टि निरूपाधिक तर्कवाक्य का वर्गीकरण (Classification of Categorical Proposition According to Quantity)

परिमाण की दृष्टि से निरूपाधिक तर्कवाक्य का जो विभाजन किया गया है; वह इस प्रकार हैं –

(1) **सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य (Universal Categorical Proposition)** – सर्वव्यापी या सामान्य (Universal) निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते हैं; जिसमें उद्देश्य पद द्वारा सूचित सभी सदस्यों का निर्देश होता है। दूसरे शब्दों में यह कहा जा सकता है कि जिस निरूपाधिक तर्कवाक्य में विधेय सम्पूर्ण उद्देश्य पद के लिए स्वीकार या अस्वीकार किया जाय; उसे सर्वव्यापी या सामान्य निरूपाधिक तर्कवाक्य कहते हैं; जैसे – 'सभी मतदाता नागरिक हैं'; कोई पूँजीपति समाजवादी नहीं है। परिमाण का संकेत करने वाला शब्द परिमाणक (Quantifier) कहलाता है। सामान्यतः तर्कशास्त्र में सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य का परिमाणक सभी, (All) प्रत्येक (Eevery) कोई नहीं के रूप में व्यक्त होता है।

(2) **अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य (Particular Categorical Proposition)**– अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य अपने उद्देश्य पद द्वारा अभिहित (सूचित) वर्ग के केवल कुछ सदस्यों का निर्देश करता है। अंशव्यापी (Particular) निरूपाधिक तर्कवाक्य का परिमणक 'कुछ' (Some) के रूप में निरूपाधिक तर्कवाक्य में प्रयुक्त होता है। तर्कशास्त्र में 'कुछ' (Some) से जो अर्थ होता है, वह साधारणतया समझे जाने वाले अर्थ से भिन्न होता है। साधारण बोलचाल की भाषा में 'कुछ' से तात्पर्य पूर्ण अर्थात् सब के एक छोटे से अंश से होता है; तर्कशास्त्र में **'कुछ' का अर्थ कोई भी अनिश्चित परिणाम (Indefinite quantity)** होता है। अतः यदि किसी कक्षा में एक सौ विद्यार्थी हैं और उसमें से एक या दो ही ने अपना पाठ याद किया है; तो तर्कशास्त्र की भाषा में कहेंगे कि 'कुछ विद्यार्थियों ने अपना पाठ याद किया है' और यदि सौ में से निनान्वे विद्यार्थियों में अपना पाठ याद किया है; तो इस बात को व्यक्त करने की यही विधि है कि – कुछ विद्यार्थियों ने अपना पाठ याद किया है। अतः तर्कशास्त्र में कुछ का अर्थ कम से कम एक और अधिक से अधिक पूरे से एक कम होता है।

तर्कशास्त्र में एक बात और विशेष रूप से उल्लेखनीय है कि जब हम 'कुछ' शब्द का प्रयोग करते हैं; तो सभी या पूर्ण के सम्बन्ध में कोई बात नहीं कहते। साधारण बोलचाल की भाषा में जब हम कोई वक्तव्य किसी कक्षा के कुछ विद्यार्थियों के बारे में देते हैं; तो हमारा अभिप्राय यह होता है; इसके विरूद्ध वक्तव्य शेष के बारे में सही उदाहरणार्थ; जब बोल चाल की भाषा में हम कहते हैं कि 'कुड विद्यार्थियों ने अपना पाछ याद कर लिया

है'; तो हम मानो यह समझाते हैं कि 'शेष विद्यार्थियों ने अपना पाठ याद नहीं किया है'। परन्तु तर्कशास्त्र में 'कुछ' शब्द से ऐसा कोई संकते नहीं होता। जब हम 'कुछ' के बारे में कोई बात करते हैं; तो शेष के बारे में कुछ भी संकेत नहीं किया जाता है। साधारण भाषा में 'कुछ' से तात्पर्य केवल 'कुछ' होता है; किन्तु तर्कशास्त्र में 'कुछ' से तात्पर्य 'कम से कम कुछ' होता है; वह सब तो नहीं हो सकता है। अतएव तर्कशास्त्र में 'कुछ' अनिवार्यतः सब का व्यावर्तक नहीं है; किन्तु वह 'सब' के सम्बन्ध में भी कोई संकेत नहीं करता।

वास्तविकता यह है कि निरपेक्ष या निरूपाधिक तर्कवाक्यों का परिमाण उद्देश्य के परिमाण (Quantity) से निर्धारित होता है। यदि उद्देश्य अपने पूर्ण विस्तार (Extent) में लिया जाता है; तो निरूपाधिक तर्कवाक्य सर्वव्यापी या सामान्य (Universal) होता है और यदि उद्देश्य अपने आंशिक विस्तार में लिया जाता है; तो निरूपाधिक तर्कवाक्य अंशव्यापी या विशेष होता है। यही कारण है कि सामान्य या सर्वव्यापी तर्कवाक्यों का उद्देश्य व्याप्त (Distributed) होता है और अंशव्यापी तर्कवाक्यों का उद्देश्य अव्याप्त (Undistributed) होता है। निरूपाधिक तर्कवाक्यों के व्याप्ति और अव्याप्ति की चर्चा हम आगे करेंगे।

साधारण भाषा में हम सर्वदा निरूपाधिक तर्कवाक्य के परिमाण को व्यक्त नहीं करते हैं। यदि परिमाण स्पष्टतया व्यक्त नहीं होता अथवा अनिश्चित रहता है; तो ऐसे तर्कवाक्यों को अनिश्चित तर्कवाक्य (Indesignate or Indefinite Proposition) कहते हैं; जैसे – 'मनुष्य बुद्धिमान प्राणी है, पुस्तकें लाभदायक हैं; इत्यादि। जिन तर्कवाक्यों का परिमाण व्यक्त होता है; उन्हें निश्चित तर्कवाक्य (Predesignate Proposition) कहते हैं। वास्तव में अनिश्चित तर्कवाक्यों का तर्कशास्त्र में कोई स्थान नहीं हैं; क्योंकि तर्कवाक्य अस्पष्ट नहीं होना चाहिए। इस दृष्टिकोण से तर्कशास्त्र में सब अनिश्चित तर्कवाक्य विशेष या अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य समझे जाने चाहिए।

अब विशिष्ट तर्कवाक्य (Singular Proposition) के विषय विचार करेंगे और यह जानने का प्रयास करेंगे कि विशिष्ट तर्कवाक्य किस प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य कहलाएगा? तर्कशास्त्री विशिष्ट तर्कवाक्य को परिभाषित करते हुए कहते हैं कि जब किसी तर्कवाक्य का उद्देश्य विशेष व्यक्तिवाचक या विशिष्ट (Singular) होता है; तो उसे विशिष्ट तर्कवाक्य (Singular Proposition) कहते है। कुछ तर्कशास्त्रियों ने परिमाण के अनुसार इसे सामान्य (Universal) और विशेष (Particular) से भिन्न निरूपाधिक तर्कवाक्य माना है। परन्तु इस प्रकार की मान्यता उचित नहीं है। विशिष्ट तर्कवाक्य में जब उद्देश्य निश्चित व्यक्ति या व्यक्ति समूह का निर्देश करता हो; तो उसे सामान्य या सर्वव्यापी मानना चाहिए; जैसे 'प्लेटो महान दार्शनिक है' 'यह मनुष्य शिक्षित है' इत्यादि। ये तर्कवाक्य सामान्य या सर्वव्यापी हैं; क्योंकि इनका वक्तव्य पूर्ण विस्तार के अर्थ में है और विधेय उद्देश्य के पूर्ण विस्तार को स्वीकार करते हैं। यदि विशिष्ट तर्कवाक्य (Singular Proposition) का उद्देश्य किसी निश्चित व्यक्ति या व्यक्ति समूह का निर्देष नहीं करता है; तो वह तर्कवाक्य अंशव्यापी या विशेष निरूपाधिक तर्कवाक्य (Particular Categorical Proposition) होता है; जैसे – एक व्यक्ति यहाँ हैं; एक धातु द्रव है।

इस प्रकार निरूपाधिक तर्कवाकयों को परिमाण के आधार पर दो प्रकार का माना जाता है – सर्वव्यापी या सामान्य निरूपाधिक तर्कवाक्य (Universal Categorical Proposition) और अंशव्यापी या विशेष निरूपाधिक

तर्कवाक्य (Particular Categorical Proposition)। सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य उसे कहते है; जिसमे विधेय (Predicate) पूरे उद्देश्य (Subject) को स्वीकार या अस्वीकार करता है अर्थात् उद्देश्य पूर्ण निर्देश में प्रयुक्त होता है। जब उद्देश्य एक सामान्य पद होता है; तो उसमें 'सब' या 'कोई भी नहीं' शब्दों से संकेत करते है; परन्तु यदि उद्देश्य विशिष्ट पद (Singular Term) हो; तो उसे निश्चित बनाने के लिए हम पूर्ण विस्तार मे ंलेते हैं।

3.6 गुण के आधार पर निरूपाधिक तर्कवाक्य का निर्देशन (Demonstration of Categorical Proposition according to Quality)

गुण के आधार पर निरूपाधिक तर्कवाक्य दो प्रकार के हैं –

(i) स्वीकारात्मक या विध्यात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में विधेय पद उद्देश्य पद को पूर्णतः या अंशतः स्वीकार करता हैं; जैसे – सभी मतदाता नागरिक हैं; या 'कुछ राजनीतिज्ञ असत्यवादी हैं।'

(ii) निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में विधेय उद्देश्य पद को पूर्णतः या अंशतः अस्वीकार करता है जैसे – 'कोई मनुष्य पूर्ण नहीं है' एवं 'कुछ खिलाड़ी शाकाहारी नहीं हैं'।

3.7 निरूपाधिक तर्कवाक्य के मानक आकार

अरस्तू ने निगमन के लिए मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य की रचना में चार तत्वों को प्रमुख माना है – परिमाणक, उद्देश्य, पद, संयोजक एवं विधेय पद। वर्ग व्याख्या के अनुसार मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य के उद्देश्य और विधेय पदार्थों के वर्गों का अभिधान करते हैं। परिमाण एवं गुण के अनुसार निरूपाधिक तर्कवाक्य किसी वर्ग या तो सभी सदस्यों के विषय में निर्देश कर सकता है या वह उस वर्ग के केवल कुछ सदस्यों के विषय में निर्देश कर सकता सकता है। अतएव अंग्रेजी के चार अक्षर A, E, I, O के द्वारा चार प्रकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य को व्यक्त करने की परम्परा रही है। अंग्रेजी के ये चार अक्षर लैटिन शब्द Aff I r mo एवं NEgO से ग्रहण किये गये हैं, जिसमें A और I स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य है' और E और O निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य है। मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य चार प्रकार के हैं; जिनका विभाजन गुण एवं परिमाण के आधार पर किया गया है –

(1) सर्वव्यापी स्वीकारात्मक (A) (Universal Affirmative)

(2) सर्वव्यापी निषेधात्मक (E) (Universal Negative)

(3) अंशव्यापी स्वीकारात्मक (I) (Particular Affirmative)

(4) अंशव्यापी निषेधात्मक (O) (Particular Negative)

(1) **सर्वव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य–** सर्वव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद का वर्ग विधेय पद के वर्ग में पूर्णतः समाहित होता है। सर्वव्यापी स्वीकारात्मक तर्कवाक्य यह कथन करता है कि उद्देश्य वर्ग के सभी सदस्य निधेय वर्ग के सदस्य हैं। उदाहरणार्थ – 'सभी नागरिक मतदाता हैं' – इस निरूपाधिक तर्कवाक्य में 'नागरिक' उद्देश्य पद 'मतदाता' विधेय पद पूर्णतः समाहित है। दूसरे शब्दों 'नागरिक वर्ग' के सभी सदस्य 'मतदाता वर्ग' के भी सदस्य हैं। यह तर्कवाक्य सभी नागरिकों का निर्देश तो करता है या

सभी नागरिकों के विषय में कथन तो करता है, किन्तु सभी मतदाताओं का निर्देश नहीं करता है। सर्वव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य 'A' प्रकार का मानक आकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। सर्वव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में परिमाणक 'सभी' का प्रयोग होता है।

(2) **सर्वव्यापी निषेधातमक निरूपाधिक तर्कवाक्य (Universal Negative Categorical Proposition)**– सर्वव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य उद्देश्य पद वर्ग विधेय पद वर्ग में पूर्णतः समाहित नहीं होता है अर्थात् उद्देश्य पद का वर्ग विधेय पद वर्ग से पूर्णतया अलग होता है। सर्वव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य यह कथन करता है कि उद्देश्य वर्ग का कोई भी सदस्य ऐसा नहीं है; जो विधेय वर्ग का सदस्य हो; जैसे – 'कोई राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं है'। इस निरूपाधिक तर्कवाक्य में 'राजनीतिज्ञ' उद्देश्य पद वर्ग का कोई भी सदस्य ऐसा नहीं है; जो 'सत्यवादी' विधेय पद वर्ग का सदस्य हो। सर्वव्यापी निषेधात्मक तर्कवाक्य उद्देश्य पद एवं विधेयक पद के पूर्ण वर्ग का तो निर्देश तो करता है; किन्तु यह निर्देश करता है कि प्रथम वर्ग के सभी सदस्य द्वितीय वर्ग से पूर्णरूपेण अलग है। सर्वव्यापी निषेधात्मक तर्कवाक्य 'E' प्रकार का मानक आकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य का परिमाणक 'कोई' और संयोजक 'नहीं है' के रूप मे ंप्रयोग में आता है।

(3) **अंशव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कक्वाय (Prarticular Affirmative Categorical Proposition)**– जब किसी निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद वर्ग विधेय पद वर्ग में अंशतः समाहित होता है, तो उसे अंशव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य कहते हैं। जैसे – 'कुछ कवि दार्शनिक हैं' – यह तर्कवाक्य 'सभी कवि' या 'सभी दार्शनिक' के बारे में कोई कथन नहीं करता। यह निरूपाधिक तर्कवाक्य यह कथन करता है कि उद्देश्य पद वर्ग विधेय पद वर्ग में अंशतः अन्तर्भूत है अर्थात् कम से कम कवि वर्ग का एक सदस्य ऐसा है, जो दार्शनिक वर्ग का भी सदस्य है। अंशव्यापी विध्यात्मक या स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य को 'I' प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य कहा जाता है। इस निरूपाधिक तर्कवाक्य का परिमाणक 'कुछ' एवं संयोजक 'है' के रूप में होता है।

(4) **अंशव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य (Particular Negative Categorical Proposition)**– अंशव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद वर्ग विधेय पद वर्ग में अंशतः समाहित नहीं होता है। यह निरूपाधिक तर्कवाक्य कथन करता है कि उद्देश्य पद वर्ग का कम से कम एक सदस्य ऐसा है; जो विधेय वर्ग में समाहित नहीं है। यह तर्कवाक्य यह कथन करता है कि कम से कम उद्देश्य पद वर्ग में एक सदस्य ऐसा है जो विधेय पर वर्ग पूर्णतया बाहर है; जैसे – 'कुछ खिलाड़ी शाकाहारी नहीं है' – यह तर्कवाक्य यह कथन करता है कि 'खिलाड़ी वर्ग' का कम से कम एक सदस्य ऐसा है; जो 'शाकाहारी वर्ग' से पूर्णतया बाहर है। यह तर्कवाक्य विधेय पद वर्ग के सम्पूर्ण सदस्यों का निर्देश करता है; किन्तु उद्देश्य पद वर्ग के आंशिक सदस्यों के बारे में ही कथन करता है। अंशव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य 'O' प्रकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य के रूप में जाना जाता है। अंशव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य का परिमाणक 'कुछ' तथा संयोजक 'नहीं है' के रूप में होता है।

3.8 व्याप्ति (Distribution)

निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद एवं विधेय पद के सम्बन्ध का कथन (वर्णन) होता है। उद्देश्य पद का एक वर्ग है और विधेय पद का दूसरा वर्ग है। इस प्रकार निरूपाधिक तर्कवाक्य उद्देश्य पद एवं विधेय पद के वर्गों का अभिधान करता हैं। प्रत्येक निरूपाधिक तर्कवाक्य में विधेय पद वर्ग उद्देश्य पद वर्ग के विषय में ही वर्णन करता है। उद्देश्य पद एवं विधेय पद का यह वर्ग पूर्ण हो सकता है और अर्थात् आंशिक भी हो सकता है। अनिश्चित उद्देश्य एवं विधेय पद वर्ग के बारे में यह भी कहा जा सकता है कि यह दोनों वर्ग पूर्ण वर्ग के रूप में भी तर्कवाक्य में प्रयुक्त हो सकते है और ऐसे अनिश्चित वर्ग के रूप में भी प्रयुक्त हो सकते हैं; जिसमें कम से कम एक ही सदस्य हों।

यदि कोई निरूपाधिक तर्कवाक्य किसी पद द्वारा अभिहित वर्ग के सभी सदस्यों का निर्देश करता है, तो वह पद उस तर्कवाक्य में 'व्याप्त; होता है। यदि कोई निरूपाधिक तर्कवाक्य किसी पद द्वारा अभिहित वर्ग के सभी सदस्यों का निर्देश नहीं करता है, तो वह पद उस तर्कवाक्य में 'अव्याप्त' होता है। जहाँ तक मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्यों का प्रश्न है; तो मानक आकार के चारों निरूपाधिक तर्कवाक्यों की स्थिति इस प्रकार है –

(1) सर्वव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद वर्ग के सभी सदस्य विधेय पद वर्ग के सदस्य है। अतएव 'A' तर्कवाक्य में उद्देश्य पद वर्ग विधेय पद में पूर्णतः समाहित है। इस तर्कवाक्य में विधेय पद वर्ग उद्देश्य पद वर्ग के द्वारा अभिहित सभी सदस्यों का निर्देश करता है; किन्तु उद्देश्य पद विधेय पद द्वारा अभिहित सम्पूर्ण वर्ग का निर्देश नहीं करता है।

'A' तर्कवाक्य यह कथन करता है कि – ऐसा कोई नहीं है, जो 'S' (उद्देश्य) हो; किन्तु P (विधेय) न हो। इस प्रकार 'A' तर्कवाक्य में केवल 'उ' (S) पद व्याप्त होता है।

(2) सर्वव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद वर्ग के सभी सदस्य विधेय पद वर्ग के सभी सदस्यों से पूर्णतया बहिर्गत हैं। अतएव E तर्कवाक्य में उद्देश्य पद एवं विधेय पद वर्ग के द्वारा अभिहित सभी सदस्यों का निर्देष तो होता है; किन्तु ये दोनों वर्ग एक दूसरे में समाहित न होकर एक दूसरे से पूर्णतया बाहर होते हैं।

'E' तर्कवाक्य यह कथन करता है कि – ऐसा कोई नहीं है; जो 'उ' (S) और 'वि' (P) दोनों हो। 'E' तर्कवाक्य में उद्देश्य पद एवं विधेय पद द्वरा अभिहित सम्पूर्ण वर्ग का निर्देश तो होता है; किन्तु दोनों वर्ग एक दूसरे से बाहर है। इसप्रकार 'E' तर्कवाक्य में 'उ' एवं 'वि' दोनों पद व्याप्त हैं।

(3) अंशव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद वर्ग के विषय में विधेय पद वर्ग यह निर्देश करता है कि उद्देश्य पद वर्ग का कम से कम एक सदस्य ऐसा है; जो विधेय पद वर्ग का भी सदस्य है। अतएव

'I' तर्कवाक्य में चूँकि उद्देश्य पद वर्ग में सदस्यों की संख्या अनिश्चित है अर्थात् वह पूर्ण वर्ग के विषय में निर्देश न करके 'कम से कम एक' सदस्य का निर्देश करता है।

'I' तर्कवाक्य में उद्देश्य पद वर्ग विधेय पद वर्ग में न तो पूर्णतः समाहित है और न ही पूर्णतया बहिर्गत हैं। यह केवल यह कथन करता है कि – 'उ' (S) वर्ग का कम से कम एक सदस्य ऐसा है; जो 'वि' (P) वर्ग का सदस्य है। दूसरे शब्दों में यह कहा जा सकता है कि 'उ' पद वर्ग में कम से कम एक सदस्य ऐसा है, जो 'उ' और 'वि' दोनों है। इसप्रकार 'I' तर्कवाक्य में 'उ' (S) एवं 'वि' (P) दोनों पद अव्याप्त हैं।

(4) अंशव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य उद्देश्य पद वर्ग के सभी सदस्यों के विषय में कुछ नहीं कहता है; बल्कि उद्देश्य पद द्वारा अभिहित वर्ग के कम से कम एक (कुछ) सदस्यों का निर्देश करता है। यह निर्देश करता है कि विधेय पद वर्ग जो कि पूर्ण वर्ग है, उद्देश्य पद से बाहर से है। दूसरे शब्दों में यह कहा जा सकता है कि उद्देश्य पद वर्ग का कम से कम एक सदस्य ऐसा है जो विधेय पद द्वारा अभिहित वर्ग का सम्पूर्ण का सदस्य नहीं है।

'O' तर्कवाक्य में उद्देश्य पद वर्ग का कम से कम एक सदस्य ऐसा है, जो 'उ' (S) है, किन्तु 'वि' (P) नहीं है। अर्थात् 'O' तर्कवाक्य उद्देश्य पद द्वक्षरा अभिहित कम से कम एक सदस्य के विधेय पद द्वारा अभिहित पूर्ण वर्ग से बाहर होने की बात करता है। इस प्रकार 'O' तर्कवाक्य में 'विधेय पद' (P) व्याप्त होता है।

3.9 निष्कर्ष

निष्कर्ष के रूप में यह कहा जा सकता है कि अरस्तू ने अपने न्यायवाक्य (Syllogism) में युक्तियों के आकारिक परीक्षण के पहले निरूपाधिक तर्कवाक्यों का वर्गीकरण परिमाण और गुण के आधार पर करते हुए चार प्रकार के A, E, I और O निरूपाधिक तर्कवाक्यों का निरूपण किया है। इन चारों प्रकार के निरूपाधिक तर्कवाक्यों में व्याप्ति सम्बन्ध को स्पष्ट करते हुए यह दिखाया है कि –

1. A निरूपाधिक तर्कवाक्य में उ (S) व्याप्त होता है।
2. E निरूपाधिक तर्कवाक्य में उ और वि (S and P) दोनों ही व्याप्त होता है।
3. I निरूपाधिक तर्कवाक्य में उ और वि (S and P) दोनों ही अव्याप्त होता है।
4. O निरूपाधिक तर्कवाक्य में उ (S) अव्याप्त और वि (P) व्याप्त होता है।

3.10 सारांश

अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्यों का वर्गीकरण करते हुए परिमाण और गुण के आधार पर निरूपाधिक तर्कवाक्यों को चार प्रकार का बताया है –

1. सर्वव्यापी स्वीकारात्मक
2. सर्वव्यापी निषेधात्मक
3. सर्वव्यापी स्वीकारात्मक
4. अंशव्यापी निषेधात्मक

उपर्युक्त चारों प्रकार के निरूपाधिक तर्क वाक्यों को गुण और परिमाण के आधार पर मानक आकार के रूप में A, E, I और O बताया है। इनके बीच व्याप्ति (Distribuled) सम्बन्ध को स्पष्ट करते हुए यह बताया है कि A निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य (S) पद व्याप्त होता है; E निरूपाधिक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद और विधेय पद (S and P) दोनों ही व्याप्त होता है, I निरूपाधिक तर्कवाक्य में उ और वि (S and P) दोनों ही अव्याप्त (Undistributed) होता है और O निरूपाधिक तर्कवाक्य में केवल वि (P) व्याप्त होता है।

3.11 प्रश्न बोध

1. तर्कवाक्य के स्वरूप को स्पष्ट कीजिए तथा निरूपाधिक तर्कवाक्य का परिमाण और गुण के आधार पर वर्गीकरण कीजिए।
2. निरूपाधिक तर्कवाक्य के मानक आकार के विविध रूपों का विवेचन कीजिए।
3. निरूपाधिक तर्कवाक्यों के व्याप्ति सम्बन्ध को स्पष्ट कीजिए।

3.12 उपयोगी पुस्तकें

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ. संगम लाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ, डॉ. नीलिमा मिश्रा

****

इकाई – 04 : परम्परागत विरोध–वर्ग

इकाई की रूपरेखा

4.0 उद्देश्य

4.1 प्रस्तावना

4.2 परम्परागत विरोध–वर्ग

4.3 व्याघाती

4.4 विपरीत

4.5 विरूद्ध

4.6 उपाश्रयण

4.7 निष्कर्ष

4.8 सारांश

4.9 बोध प्रश्न

4.10 उपयोगी पुस्तकें

4.0 उद्देश्य –

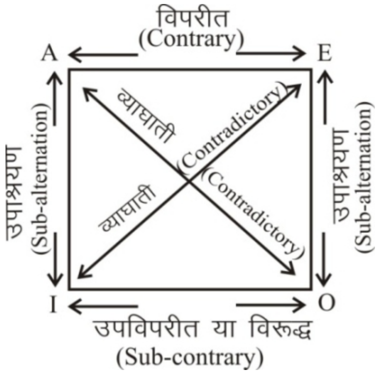
प्राचीन तर्कशास्त्र में ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्यों के बीच कुछ निश्चित सत्य सम्बन्ध को स्वीकार किया गया है; जो एक दूसरे परिमाण या गुण या परिमाण और गुण दोनों में ही भिन्न हैं; किन्तु ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्यों का उद्देश्य और विधेय एक ही होता है। परम्परागत तर्कशास्त्री अरस्तू ने निरूपाधिक तर्कवाक्यों के बीच पाये जाने वाले निश्चित सम्बन्ध को परम्परागत विरोध वर्ग 0(Traidtional Square of Opposition) कहा है। मानक आकार वाले ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक ही उद्देश्य और विधेय वाले हैं; उनकी बीच के ही सम्बन्ध को 'विरोध' सम्बन्ध के रूप में जाना जाता है। अरस्तू को इस परम्परागत विरोध वर्ग की स्पष्ट व्याख्या करने की आवश्यकता इसलिए हुई, क्योंकि अरस्तू निमनात्मक अनुमान को दो प्रकार का मानते हैं – व्यवहित या सान्तरानुमान (mediate Inference) और अव्यवहित अनुमान या अनन्तरानुमान (Immediate Inference)। व्यवहित अनुमान का प्रयोग अरस्तू न्यायवाक्य की वैधता और अवैधता के परीक्षण में किया और अव्यवहित अनुमान के निष्कर्ष के सत्यता या असत्यता या संभाव्यता के परीक्षण के लिए ही परम्परागत विरोध वर्ग की सहायता ली जाती है।

4.1 प्रस्तावना

अरस्तू के निगमनात्मक तर्कशास्त्र में अनुमान के दो प्रकार बताये गये हैं – व्यवहित या सान्तरानुमान (Mediate Inference) और अव्यवहित या अनन्तरानुमान (Immediate Inference)। मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्यों से ही अरस्तू ने निगमनात्मक न्यायवाक्य के वैधता और अवैधता का परीक्षण करते है। अरस्तू का न्यायवाक्य (Syllogism) निरूपाधिक तर्कवाक्यों से ही बनता है ओर किसी भी न्यायवाक्य में निष्कर्ष की सत्यता आधारवाक्यों के सत्यता से ही अनिवार्यतः फलित होती है। किसी भी निगमनात्मक युक्ति में यदि आधारवाक्य सत्य हैं अर्थात् आधारवाक्य निष्कर्ष की सत्यता के लिए आवश्यक प्रमाण प्रस्तुत करते हैं; तो इस–प्रकार की निगमनात्मक युक्ति का निष्कर्ष भी अनिवार्यतः सत्य होगा और ऐसी युक्ति वैध होगी। अरस्तू के न्यायवाक्य में ऐसी ही निगमनात्मक युक्ति के वैधता और अवैधता का परीक्षण होता है और यह जानने का प्रयास किया जाता है कि सत्य निष्कर्ष और सत्य आधारवाक्य वाले न्याय वाक्य में आकारगत सत्यता है या नहीं है। अरस्तू के न्यायवाक्य में युक्ति की वैधता आकारगत सत्यता पर ही निर्भर करती है। अरस्तू ने अव्यवहित या अनन्तरानुमान वाली युक्तियों की वैधता की अपेक्षा मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्यों के सतयता या असत्यता या संभाव्यता को जानने का प्रयास किया है।

4.2 परम्परागत विरोध–वर्ग (Traditional Square of Opposition)

अरस्तू के अनुसार मानक आकार के ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक दूसरे से गुण या परिमाण या दोनों में ही भिन्न हो सकते हैं, उनके बीच कुछ सत्य सम्बन्ध हैं। अरस्तू एवं उनके परम्परा का अनुसरण करने वाले तर्कशास्त्रियों ने मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्यों की इस प्रकार की भिन्नता को 'विरोध' नाम दिया और मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्यों के इस विरोध को 'परम्परागत विरोध–वर्ग' के नाम से जाना जाने लगा। 'परम्परागत विरोध–वर्ग' को निम्न रूपों निदर्शित किया गया है –



(1) व्याघाती (Contradictory)

(2) विपरीत (Contrary)

(3) उपविपरीत या विरूद्ध (Sub - contrary)

(4) उपाश्रयण (Subalternation)

4.3 व्याघाती **(Contradictory)**

परम्परागत तर्कशास्त्रियों के अनुसार मानक आकार के ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक दूसरे से गुण और परिमाण दोनों में भिन्न होते हुए भी एक ही उद्‌देश्य एवं विधेय वाले हैं, उनके बीच व्याघाती (Contradictory) सम्बन्ध होता है; जैसे –

सभी नृत्यांगना गायिका हैं (A)
एवं
कुछ नृत्यांगना गायिका नहीं हैं (O)

और 'कोई राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं हैं (E)
एवं
कुछ राजनीतिज्ञ सत्यवादी हैं।

मानक आकार के उपर्युक्त निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक ही उद्‌देश्य एवं विधेय वाले हैं; किन्तु एक दूसरे से गुएा एवं परिमाण दोनों में भिन्न हैं, उनके बीच 'व्याघाती' सम्बन्ध है। मानक आकार के दो निरूपाधिक तर्कवाक्य तब व्याघाती है; जब उनमें एक दूसरे की अस्वीकृत हो अर्थात् जब वे दोनों एक साथ सत्य न हों और दोनों एक साथ असत्य न हो। इस प्रकार स्पष्ट है कि व्याघाती सम्बन्ध वाले दो निरूपाधिक तर्कवाक्य न तो एक साथ सत्य हो सकते हैं और न ही एक साथ असत्य हो सकते हैं।

'A' और 'O' एवं 'E' और 'I' के बीच के सम्बन्ध को व्याघाती सम्बन्ध कहा जाता है।

4.4 विपरीत **(Contrary)**

अरस्तू के अनुसार मानक आकार के ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक ही उद्‌देश्य एवं विधेय वाले है, किन्तु गुण में भिन्न सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य है; उनके बीच के सम्बन्ध को 'विपरीत' सम्बन्ध कहा जाता है। विपरीत सम्बन्ध सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्यों के बीच ही पाया जाता है। अतएव ऐसे निरूपाधिक

तर्कवाक्य परिमाण मे समान होते हैं; केवल गुण में भिन्न होते हैं। विपरीत सम्बन्ध 'A' एवं 'E' निरूपाधिक तर्कवाक्य के बीच ही पाया जाता है।

एक ही उद्‌देश्य एवं विधेय वाले ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य जिनके बीच विपरीत सम्बन्ध पाया जाता है; ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य एक साथ सत्य नहीं हो सकते है, यद्यपि दोनों एक साथ असत्य हो सकते हैं; जैसे –

सभी समाजवादी शान्तिप्रिय हैं (A)

एवं

कोई समाजवादी शान्तिप्रिय नहीं है (E)

4.5 विरूद्ध

मानक आकार के ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक ही उद्‌देश्य एवं विधेय वाले अंशव्यापी तर्कवाक्य हैं; किन्तु गुण में एक दूसरे से भिन्न हैं, उनके बीच के सम्बन्ध को विरोध–वर्ग में 'विरूद्ध' कहा गया है। विरूद्ध सम्बन्ध वाले अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य स्वभावतः परिमाण में समान होंगे और 'गुण' में ही केवल भिन्न होंगे। विरूद्ध सम्बन्ध 'I' और 'O' निरूपाधिक तर्कवाक्य के बीच पाया जाता है। परम्परागत विरोध–वर्ग में विरूद्ध सम्बन्ध वाले ऐसे अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक ही उद्‌देश्य विधेय वाले हैं; किन्तु गुण में एक दूसरे से भिन्न हैं; एक साथ असत्य नहीं हो सकते; किन्तु सत्य हो सकते हैं; जैसे –

कुछ वकील जज हैं (I)

एवं

कुछ वकील जज नहीं हैं (O)

4.5 उपाश्रयण (Subalternation)

मानक आकार के ऐसे दो निरूपाधिक तर्कवाक्य जो उद्‌देश्य एवं विधेय में एक ही हों और वे गुण में भी एक ही हों तथा केवल परिमाण में भिन्न हों; तो वहाँ पर उनमें असहमति के न होते हुए भी विरोध है। ऐसी अवस्थाओं में अंशव्यापी तर्कवाक्य का सत्य सर्वव्यापी तर्कवाक्य से निकाला जाता है।

मानक आकार के सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य एवं एक ही गुण रखने वाले अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य; जो एक ही उद्‌देश्य एवं विधेय वाले एवं गुण वाले होते हुए भी परिमाण में केवल भिन्न हैं, के बीच के विरोध को 'उपाश्रयण' कहा जाता है।

उपाश्रयण सम्बन्ध में सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य को 'उपाश्रय; (Superaltern) एवं अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य को 'उपाश्रित' (Subaltern) कहते हैं। A और E निरूपाधिक तर्कवाक्य (Superaltern) उपाश्रय कहलाता है और I और O निरूपाधिक तर्कवाक्य उपाश्रित (Subaltern) कहलाता है और इनके बीच का सम्बन्ध या विरोध उपाश्रयण कहलाता है। उपाश्रय उपाश्रित को अपने में अन्तर्भूत करता है; किन्तु उपाश्रित उपाश्रय को अपने में अन्तर्भूत नहीं करता है। इस प्रकार उपाश्रय के सत्य होने पर उपाश्रित अवश्य ही सत्य होगा; किन्तु उपाश्रित के सत्य होने पर 'उपाश्रय' संदेहात्मक (Doubtful) होगा अर्थात् अनिश्चित होगा। अनिश्चित से तात्पर्य सत्य एवं असत्य दोनों के होने की संभावना से है।

'A' और 'I' तथा 'E' और 'O' के बीच के सम्बन्ध को उपाश्रयण सम्बन्ध कहते हैं। 'A' तथा 'E' उपाश्रय है और 'I' तथा 'O' उपाश्रित हैं। उदाहरणार्थ –

सभी समाजवादी अहिंसक हैं (A)

एवं

कुछ समाजवादी अहिंसक हैं (I)

और कोई तानाशाह मानतावादी नहीं है (E)

एवं

कुछ तानाशाह मानवतावादी नहीं है (O)

4.7 निष्कर्ष

परम्परागत तर्कशास्त्री विरोध–वर्ग द्वारा मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्यों के बीच सम्बन्धों को दिखाकर अव्यवहित या अनन्तरानुमान वाली युक्तियों की वैधता या अवैधता के परीक्षण के लिए तार्किक आधार प्रदान करते हैं। अव्यवहित अनुमान उसे कहते हैं; जिसमें कोई निष्कर्ष एक ही आधारवाक्य से निकाला जाता है। परम्परागत विरोध वर्ग का उपयोग अव्यवहित अनुमान में युक्ति की वैधता एवं अवैधता के परीक्षण हेतु किया जाता है। परम्परागत विरोध–वर्ग में युक्ति की वैधता या अवैधता की अपेक्षा एक निरूपाधिक तर्कवाक्य के सतय होने पर उसी उद्देश्य और विधेय वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य के सत्यता या असत्यता या संभाव्यता को परम्परागत विरोध वर्ग के आधार पर स्पष्ट करने का प्रयास किया जाता है। ऐसी सभी युक्तियाँ जिनका आधारवाक्य सत्य है; उनका उसी उद्देश्य और विधेय वाले ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य; जो अव्यवहित अनुमान से प्राप्त होते हैं और जिन्हें हम निष्कर्ष के रूप में जानते हैंद्ध उनके सत्यता या असत्यता या संभाव्यता का निर्धारण परम्परागत – विरोध – वर्ग के आधार पर ही करते हैं।

4.8 सारांश

अरस्तू ने परम्परागत विरोध–वर्ग के अन्तर्गत यह दिखाया है कि एक ही उद्देश्य और विधेय वाले मानक आकार के A, E, I और O निरूपाधिक तर्कवाक्यों के बीच एक निश्चित सत्य सम्बन्ध होता है; जिस सम्बन्ध को ही अरस्तू ने परम्परागत विरोध–वर्ग के नाम से अभिहित किया है। यह परम्परागत–विरोध वर्ग चार प्रकार का है

1. विपरीत (Contrary)
2. उपविपरीत या विरूद्ध (Sub-Contrary)
3. व्याघात (Contradictory)

और 4. उपाश्रयण (Subalternation)

(1) अरस्तू ने A और E के बीच के सम्बन्ध को विपरीत सम्बन्ध कहा है और यह बताया है कि विपरीत सम्बन्ध वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य एक साथ सत्य नहीं हो सकते हैं; यद्यपि दोनों एक साथ असत्य हो सकते हैं।

(2) उपविपरीत सम्बन्ध I और O निरूपाधिक तर्कवाक्य के बीच होता है और इसके विषय में अरस्तू का यह कहना है कि उपविपरीत या विरूद्ध सम्बन्ध वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य एक साथ सत्य हो सकते हैं; किन्तु असत्य नहीं हो सकते।

(3) अरस्तू ने A और O तथा E और I के बीच के सम्बन्ध को व्याघाती सम्बन्ध बताया है और व्याघाती सम्बन्ध की व्याख्या करते हुए वे यह कहते है कि व्याघाती सम्बन्ध वाले निरूपाधिक तर्कवाक्यों में एक ही सत्यता में दूसरे की असत्यता निहित होती है।

(4) उपाश्रयण सम्बन्ध को स्पष्ट करते हुए अरस्तू यह कहते हैं कि उपाश्रयण सम्बन्ध सर्वव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य का अंशव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य से और सर्वव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य का अंशव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य से होता है। उपाश्रयण सम्बन्ध में सर्वव्यापी तर्कवाक्य को उपाश्रय और अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य को उपाश्रित कहते हैं। उपाश्रय के सत्य होने पर उपाश्रित अनिवार्यतः सत्य होगा; किन्तु उपाश्रित के सत्य होने पर उपाश्रय संभाव्य होगा।

4.9 प्रश्नबोध

1. परम्परागत विरोध–वर्ग से आप क्या समझते हैं? व्याख्या कीजिए।
2. परम्परागत विरोध–वर्ग में विपरीत और विरूद्ध के अन्तर को सोदाहरण समझाइए।
3. अधोलिखित निरूपाधिक तर्कवाक्यों के समूह में यदि हम प्रथम तर्कवाक्य को सत्य या असत्य मान लें; तो शेष अन्य तर्कवाक्यों के सत्य या असत्य के बारे में क्या अनुमान किया जा सकता है?

I (a) सभी सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति होते हैं।
(b) कोई सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति नहीं होता है।
(c) कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति होते हैं।
(d) कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति नहीं होते हैं।

II (a) कोई श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी नहीं होता है।
(b) कुछ श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी होते हैं।
(c) कुछ श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी नहीं होते हैं।
(d) सभी श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी होते हैं।

III (a) कुछ राजनीतिज्ञ सत्यवादी हैं।
(b) कुछ राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं है।
(c) कोई राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं है।
(d) सभी राजनीतिज्ञ सत्यवादी है।

III (a) कोई समाजवादी स्वार्थी नहीं होता है।
(b) कुछ समाजवादी स्वार्थी नहीं है।
(c) कुछ समाजवादी स्वार्थी हैं।
(d) सभी समाजवादी स्वार्थी हैं।

प्रश्न हल –

I यदि हम मान लिया जाय कि (a) सभी सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति हैं, यह 'A' प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्य है; तो ऐसी स्थिति में अन्य 'I' निरूपाधिक तर्कवाक्यों की निम्न स्थिति होगी –

(b) 'कोई बुद्धिमान व्यक्ति सफल प्रशासक नहीं है' यह E मानक आकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। A और E निरूपाधिक तर्कवाक्य के बीच विपरीत सम्बन्ध है। विपरीत सम्बन्ध वाले A और E निरूपाधिक तर्कवाक्य एक साथ सत्य नहीं हो सकते, यद्यपि असत्य हो सकते हैं। यदि A सत्य है; तो E असत्य होगा।

(c) 'कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति हैं' यह I प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। यदि A सत्य है; तो I अनिवार्यतः सत्य होगा क्योंकि A और I के बीच उपाश्रयण सम्बन्ध है। A उपाश्रय है और I उपाश्रित है। उपाश्रित की सत्यता उपाश्रय में ही अन्तर्निहित है।

(d) 'कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति है' यह Q प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। 'A' और Q के बीच व्याघात सम्बन्ध है। 'A' के सत्यता में ही Q की असत्यता अन्तनिर्हित है। अतएव 'कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति नहीं हैं' असत्य हैं।

अब यदि 'सभी सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति नहीं होते' को असत्य मान लिया जाय; तो अन्य निरूपाधिक तर्कवाक्यों की निम्नलिखित स्थिति होगी –

(b) 'कोई बुद्धिमान व्यक्ति सफल प्रशासक नहीं है' यह 'E' मानक आकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्य हो जाएगा क्योंकि दिया गया निरूपाधिक तर्कवाक्य 'A' प्रकार का है।

A और E के बीच विपरीत सम्बन्ध हैं; जो यह बताता है कि A और E एक साथ सत्य नहीं हो सकते; यद्यपि दोनों एक साथ असत्य हो सकते हैं।

(c) 'कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति हैं' यह I प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है और A और I के बीच का सम्बन्ध उपाश्रयण सम्बन्ध है। A उपाश्रय है और I उपश्रित है। अतएव A के असत्यता में ही 'I' की भी असत्यता अन्तर्निहित है।

कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति हैं – असत्य

(d) 'कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति नहीं है' यह Q मानक आकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। पहला निरूपाधिक तर्कवाक्य 'A' मानक आकार का है। अतएव यदि 'A' असत्य हैं; तो व्याघात सम्बन्ध A और Q में होने पर Q सत्य होगा।

कुछ सफल प्रशासक बुद्धिमान व्यक्ति नहीं है – सत्य

II (a) 'कोई श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी नहीं होता है' यदि यह सत्य है; तो अन्य निरूपाधिक तर्कवाक्य होगा

(b) 'कुछ श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी होते हैं' यह I प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। प्रथम कोई श्रृंगी मांसभक्षी नहीं होता है' यह E का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। E और I के बीच व्याघात सम्बन्ध है अर्थात् एक के सत्यता में दूसरे की असत्यता अन्तर्निहित है। अतएव कुछ श्रृंगी प्राणी मांस भक्षी होते हैं – असत्य

(c) प्रथम निरूपाधिक तर्कवाक्य (a) 'कोई श्रृंणी प्राणी मांसभक्षी नहीं होते है' यह E प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है और (c) कुछ श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी नहीं होते हैं' यह 'Q' प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है'। E और Q के बीच उपाश्रयण सम्बन्ध है। E उपाश्रय है और Q उपाश्रित है। उपाश्रित की सत्यता उपाश्रय में ही अन्तर्निहित है। अतएव – कुछ श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी नहीं होते हैं – सत्य

(d) 'सभी श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी होते हैं' यह मानक आकार का 'A' प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। प्रथम (a) निरूपाधिक तर्कवाक्य – 'कोई श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी नहीं होते हैं' यह E प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। E और A के बीच विपरीत सम्बन्ध है। अतएव E के सत्य होने पर A असत्य होगा।

सभी श्रृंगी प्राणी मांसभक्षी हैं – असत्य

III (a) 'कुछ राजनीतिज्ञ सत्यवादी हैं' यह I प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य यदि सत्य है; तो अन्य प्रकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य की निम्नलिखित स्थिति होगी –

(b) 'कुछ राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं हैं' यह 'Q' प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्रू है। यदि I सत्य है' तो Q संभाव्य होगा; क्योंकि I और 'Q' के बीच उपविपरीत या विरूद्ध सम्बन्ध है; जो यह बताता है कि दोनों एक साथ सत्य हो सकते हैं; किन्तु असत्य नहीं हो सकते है।

अतएव कुछ राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं है – संभाव्य

(c) 'कोई राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं है' यह E मानक आकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। I मानक आकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्य होने पर E मानक आकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य असत्य होगा, व्याघात सम्बन्ध होने के कारण; क्योंकि एक की सत्यता या असत्यता में ही दूसरे की असत्यता या सत्यता अन्तर्निहित है। अतः 'कोई राजनीतिज्ञ सत्यवादी नहीं है' यह असत्य होगा।

(d) सभी राजनीतिज्ञ सत्यवादी है' और प्रथम निरूपाधिक (a) तर्कवाक्य 'कुछ राजनीतिज्ञ सत्यवादी है' यदि सत्य है; तो यह I प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है और निरूपाधिक तर्कवाक्य (d) 'A' प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य है। A और I बीच उपाश्रयण सम्बन्ध है।

I उपश्रित है और A उपाश्रय है।

I सत्य है; तो A संभाव्य होगा; क्योंकि उपाश्रित के सत्यता से उपाश्रय के सत्यता का दावा नहीं किया जा सकता है।

4.10 उपयोगी पुस्तक

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ. संगम लाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ डॉ. नीलिमा मिश्रा

इकाई – 05 : सत्तात्मक तात्पर्य

इकाई की रूपरेखा

5.0 उद्देश्य

5.1 प्रस्तावना

5.2 परम्परागत तर्कशास्त्र और आधुनिक तर्कशास्त्र में परम्परागत विरोध–वर्ग के सम्बन्ध में विचार

5.3 सत्तात्मक तात्पर्य

5.4 आधुनिक तर्कशास्त्र का सत्तात्मक तात्पर्य सम्बन्धी दृष्टिकोण

5.5 सत्तात्मक दोष और बूलीय व्याख्या

5.6 बूलीय व्याख्या के निहितार्थ

5.7 सत्ता की मान्यता और परम्परागत विरोध–वर्ग में संगति

5.8 निष्कर्ष

5.9 सारांश

5.10 बोध प्रश्न

5.11 उपयोगी पुस्तकें

5.0 उद्देश्य –

आधुनिक तर्कशास्त्री परम्परागत विरोध–वर्ग के व्यक्त किये गये विपरीत, उपविपरीत या विरूद्ध, व्याघाती और उपाश्रयण सम्बन्धों की पुनर्समीक्षा करते हैं। परम्परागत विरोध वर्ग में यह दिखाया गया था कि मानक आकार के ऐसे निरूपाधिक तर्कवाक्य जो एक ही प्रकार के उद्देश्य और विधेय वाले हैं; उनके बीच एक निश्चित सत्य सम्बन्ध होता है और इस प्रकार के सम्बन्ध को ही वे परम्परागत विरोध–वर्ग नाम से अभिहित करते हैं। परन्तु परम्परागत विरोध–वर्ग के अन्तर्गत प्राचीन तर्कशास्त्रियों ने जिन सम्बन्धों का उल्लेख किया है; उन सम्बन्धों को लेकर आधुनिक तर्कशास्त्री सहमत नहीं है। आधुनिक तर्कशास्त्रियों का यह कहना है कि परम्परागत विरोध–वर्ग के अन्तर्गत निरूपाधिक तर्कवाक्यों का सम्बन्ध निर्दोष नहीं है। परम्परागत तर्कशास्त्र में यह स्वीकार किया जाता है कि यदि सर्वव्यापी स्वीकारात्मक और अंशव्यापी स्वीकारात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य तथा सर्वव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य एवं अंशव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य उपाश्रयण सम्बन्ध रखते हैं; तो सभी प्रकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्तावाचक होंगे।

5.1 प्रस्तावना

आधुनिक तर्कशास्त्री परम्परागत विरोध वर्ग को प्रस्तुत करने वाले परम्परागत तर्कशास्त्रियों के दृष्टिकोण को दोषपूर्ण मानते हैं। परम्परागत तर्कशास्त्री A और E निरूपाधिक तर्कवाक्यों का तात्पर्य I और O निरूपाधिक तर्कवाक्यों की ही भाँति करते हुए इसे भी सत्तात्मक तात्पर्य वाला मान लेते हैं। उनके अनुसार 'सभी X, Y हैं; का निहितार्थ है कि 'X' का अस्तितव है और कोई 'X', 'Y' नहीं है। परन्तु आधुनिक तर्कशास्त्रियों का यह कहना है कि परम्परागत तर्कशास्त्रियों के द्वारा A और E निरूपाधिक तर्कवाक्यों को सत्तावाचक निरूपाधिक तर्कवाक्य रूप में मानना एक पूर्वमान्यता पर आधारित है। वास्तविकता यह है कि परम्परागत तर्कशास्त्री सर्वव्यापी स्वीकारात्मक और अंशव्यापी व्यापी स्वीकारात्मक तथा सर्वव्यापी निषेधात्मक एवं अंशव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्यों के बीच उपाश्रयण सम्बन्ध मानते हैं। उपाश्रयण सम्बन्ध वाले निरूपाधिक तर्कवाक्यों में सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य उपाश्रय कहलाता है और अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य उपाश्रित कहलाता है। उपाश्रय पर ही उपाश्रित निर्भर रहता है। यहीं परम्परागत तर्कशास्त्री यह मान बैठते हैं कि यदि अंशव्यापी तर्कवाक्य की सत्यता उपाश्रय सर्वव्यापी के सत्यता में ही अन्तर्निहित है; तो ऐसी स्थिति में यदि अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्तावाचक है; तो सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य को भी सत्तावाचक होना चाहिए। यदि 'A', 'E', 'I' और 'O' चारों मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्तावाचक या अस्तित्ववाचक या सत्तात्मक तात्पर्य वाले हैं; तो ऐसी अवस्था में परम्परागत विरोध वर्ग के सम्बन्ध भी दोषपूर्ण हो जाते है और परम्परागत विरोध वर्ग में किस–किस सम्बन्ध को दोषपूर्ण मानकर उसे आधुनिक तर्कशास्त्री अस्वीकार कर देते हैं और उसमें सत्तात्मक दोष बताते हैं; इसी को स्पष्ट करने का प्रयास इस इकाई में किया गया है। परम्परागत तर्कशास्त्री के परम्परागत विरोध–वर्ग में आधुनिक तर्कशास्त्री केवल व्याघात सम्बन्ध को ही दोषरहित माना है। अन्य प्रकार के परम्परागत सम्बन्ध में सत्तात्मक दोष होने के कारण इसे आधुनिक तर्कशास्त्री अस्वीकार कर देते हैं और यह दिखाते हैं कि यह सत्तात्मक दोष केवल परम्परागम तर्कशास्त्रियों के द्वारा पूर्वमान्यता के रूप में A और Eनिरूपाधिक

तर्कवाक्यों को भी सत्तात्मक तात्पर्य वाला मान लेने के ही कारण उत्पन्न होता है। सत्तात्मक तात्पर्य को आधार बनाकर आधुनिक तर्कशास्त्री I और O निरूपाधिक तर्कवाक्यों को सत्तात्मक अर्थ वाला मानते हुए अन्य प्रकार के 'A' और E मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य को सत्तात्मक दोष से युक्त माना है।

5.2 परम्परागत तर्कशास्त्र और आधुनिक तर्कशास्त्र में परम्परागम विरोध–वर्ग के सम्बन्ध में विचार

परम्परागत तर्कशास्त्र में 'A' और 'O' मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्यों को व्याघाती सम्बन्ध वाला माना गया है। व्याघाती सम्बन्ध वाले दो निरूपाधिक तर्कवाक्य एक साथ न तो सत्य हो सकते हैं और न ही असत्य हो सकते हैं। व्याघाती सम्बन्ध रखने वाले निरूपाधिक तर्कवाक्यों में एक की सत्यता में दूसरे की असत्यता अन्तर्निहित होती है। ऐसी दशा में प्रश्न यह उठता है कि यदि 'A' और E निरूपाधिक तर्कवाक्यों को सत्तात्मक अर्थ या सत्तावाचक अर्थ लगाया जाए; जैसाकि परम्परागत तर्कशास्त्री लगाते हैं; तो 'A' तथा 'O' और E तथा I व्याघाती नहीं माने जा सकते; क्योंकि उस अर्थ में 'A' तथा 'Q' एवं 'E' तथा 'I' दोनों ही व्याघाती सम्बन्ध वाले निरूपाधिक मानक आकार वाले तर्कवाक्य असत्य हो सकते हैं और व्याघात सम्बन्ध ही खण्डित हो जाएगा। जैसे – चन्द्रमा पर रहने वाले सभी मनुष्य गोर हैं।' यहाँ पर हम पूर्व मान्यता के रूप में यह स्वीकार कर लेते हैं कि चन्द्रमा पर वास्तव में मनुष्य रहते हैं और उनमें से सभी गोरे हैं। इसी प्रकार यदि यह कहा जाय कि चन्द्रमा पर रहने वाले कुछ मनुष्य गोरे नहीं है' यह 'O' प्रकार का निरूपाधिक तर्कवाक्य व्यक्त करता है कि 'चन्द्रमा पर कम से एक मनुष्य है और वह गोरा नहीं है। यदि चन्द्रमा पर एक भी मनुष्य नहीं है; तो ऐसी अवस्था में दोनों 'A' और 'O' निरूपाधिक तर्कवाक्य एक साथ असत्य हो सकते हैं। इसी प्रकार सत्तावाचक अर्थ में 'E' तथा 'I' निरूपाधिक तर्कवाक्य भी एक साथ असत्य हो सकते हैं। यही सत्तावाचक निरूपाधिक तर्कवाक्य एवं परम्परागत विरोध–वर्ग को लेकर उठने वाली सबसे बड़ी समस्या है; जिसके तरफ ही आधुनिक तर्कशास्त्री लोगों का ध्यान आकर्षित करते हैं।

5.3 सत्तात्मक तात्पर्य (Existential Import)

यदि कोई निरूपाधिक तर्कवाक्य किसी विशिष्ट प्रकार के पदार्थों के सत्ता का कथन करता है; तो उसे 'सत्तात्मक तात्पर्य' वाला कहते हैं। परम्परागत तर्कशास्त्रियों की यह मान्यता है कि मानक आकार वाले निरूपाधिक A, E, I और 'O' तर्कवाक्यों में सत्तात्मक तात्पर्य होता है; क्योंकि ये सभी निरूपाधिक तर्कवाक्य तब तक सार्थक नहीं कहें जाएँगे; जब तक कि यह न स्वीकार किया जाए कि उसके पद किसी अस्तित्ववान वस्तु की ओर संकेत करते हैं। यद्यपि परम्परागत तर्कशास्त्र के निरूपाधिक तर्कवाक्यों में केवल अंशव्यापी तर्कवाक्यों द्वारा ही यह ध्वनित होता है कि ये सत्तात्मक तात्पर्य (Existential Import) रखते हैं; जैसे 'कुछ राजनीतिज्ञ असत्यवादी होते हैं' यह I मानक आकार वाला निरूपाधिक तर्कवाक्य कथन करता है कि 'कम से कम एक ऐसा राजनीतिज्ञ है; जो असत्यवादी है और 'कुछ राजनीतिज्ञ असत्यवादी नहीं हैं' यह 'Q' तर्कवाक्य कहता है कि 'कम से कम एक ऐसा राजनीतिज्ञ है, जो असत्यवादी नहीं है। दोनों ही अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य बताते हैं कि उनके उद्देश्य पद द्वारा अभिहित वर्ग 'रिक्त' या 'शून्य' नहीं होते; अर्थात् उसमें कुछ सदस्य अवश्य होते हैं।

यदि यह स्वीकार कर लिया जाए कि 'I' और 'Q' निरूपाधिक तर्कवाक्यों में सत्तात्मक तात्पर्य (Existential Import) होता है; तो पारम्परिक विरोध–वर्ग से यह निःसृत होता है कि 'A' और 'E' निरूपाधिक तर्कवाक्यों में भी सत्तात्मक तात्पर्य होता है; क्योंकि यदि 'I' निरूपाधिक तर्कवाक्य वैध ढंग से उपाश्रयण द्वारा तत्संगत 'A' मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य से निःसृत होता है और यदि 'I' मानक आकार वाला अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्ता का कथन करता है; तो 'A' भी अवश्य ही सत्ता का कथन करेगा। इसी प्रकार यदि 'Q' मानक आकार वाला अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य सत्तात्मक तात्पर्य वाला है और वैध ढंग से उपाश्रयण द्वारा तत्संगत 'E' मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य से निःसृत होता है; और यदि 'Q' मानक आकार वाला अंशव्यापी निरूपाधिक सत्ता का कथन करता है; तो 'E' भी अवश्य ही सत्ता का कथन करेगा। यदि हम 'A' के परिमित परिवर्तन 'I' अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य और E के परिमित प्रतिपरिवर्तन की वैधता को स्वीकार करें; तो भी 'A' और 'E' का सत्तात्मक तात्पर्य 'I' और 'Q' मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्यों से निकलता है। वास्तविकता यह है कि परम्परागत तर्कशास्त्र के अनुसार 'सभी मनुष्य मरणशील है। इस 'A' मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य का अर्थ है 'मनुष्य का अस्तित्व है' और प्रत्येक (सभी) मनुष्य मरणशील हैं। इसी प्रकार 'कोई साहित्कार गणितज्ञ नहीं है' इस 'E' मानक आकार वाले सर्वव्यापी निषेधात्मक निरूपाधिक तर्कवाक्य का अर्थ होगा – साहित्यकार का अस्तित्व है और कोई साहित्कार गणितज्ञ नहीं है।

5.4 आधुनिक तर्कशास्त्र का सत्तात्मक तात्पर्य सम्बन्धी दृष्टिकोण

आधुनिक प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र के जनक एवं गणितज्ञ जार्ज बूलिये (George Boolean) ने यह प्रतिपादित किया कि केवल अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य 'I' और 'Q' में ही सत्तात्मक तात्पर्य (Existential Import) होता है। उन्होंने दिखाया कि यदि 'A' और 'Q' दोनों तर्कवाक्यों में सत्तात्मक तात्पर्य होता; तो दोनों असत्य हो सकते हैं। यदि 'मंगलग्रह के सभी निवासी गोरे हैं' और 'मंगलग्रह के कुछ निवासी गोरे नहीं हैं' ये दोनों यह कथन करते हैं कि 'मंगल ग्रह पर निवासी हैं।' परन्तु यदि मंगल ग्रह निर्जन है अर्थात् वहाँ कोई निवासी नहीं हैं, तो 'A' और 'Q' दोनों ही निरूपाधिक तर्कवाक्य असत्य होंगे और यदि तत्संगत 'A' और 'Q' दोनों असत्य हो सकते हैं; तो वे व्याघाती नहीं हो सकते। ऐसी स्थिति में ऐसा लगता है कि परम्परागत विरोध–वर्ग में कुछ त्रुटि अवश्य है। ऐसा प्रतीत होता है कि यदि यह (विरोध–वर्ग) उपाश्रित 'I' और 'Q' को अपने में सन्निहित करने वाले 'A' और 'E' उपाश्रयों के बारे में जो कुछ करता है; वह सत्य है; तो तत्संगत 'A' और 'Q' को व्याघाती बताकर भूल करता है और 'I' तथा 'Q' को भी विरूद्ध बताकर भूल करता हैं।

वास्तविकता यह है कि परम्परागत तर्कशास्त्री 'A' और 'E' निरूपाधिक तर्कवाक्यों का अर्थ हेतुहेतुमत् के रूप में प्रस्तुत करते हैं; जैसे – 'सभी तर्कशास्त्री गणितज्ञ हैं' का अर्थ परम्परागत तर्कशास्त्रियों के अनुसार मात्र इतना है कि यदि 'तर्कशास्त्री' है; तो वह 'गणितज्ञ' है। इमसें किसी 'तर्कशास्त्री' या 'गणितज्ञ' के अस्तित्व का दावा नहीं किया गया है। इस प्रकार आधुनिक तर्कशास्त्री परम्परागत तर्कशास्त्रियों पर यह आरोप लगाते हैं कि – "परम्परागत तर्कशास्त्रियों की निरूपाधिक तर्कवाक्यों से सम्बन्धित मान्यता इस पूर्वमान्यता पर आधारित है कि वे जिन वर्गों का निर्देश करते हैं; उनमें सदस्य अवश्य होते हैं। यदि हम यह सामान्य पूर्व मान्यता रखे कि हमारे

पदों द्वारा अभिहित सभी वर्गों में सदस्य होते हैं, तो परिमित परिवर्तन और परिमित प्रतिपरिवर्तन वैध हैं; और परम्परागत विरोध वर्ग में दिये गये सभी सम्बन्ध सत्य हैं। परन्तु सत्तात्मक पूर्व मान्यता कई प्रकार के दोषों से ग्रसित है –

(i) सत्तात्मक पूर्व मान्यता किसी भी मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य के लिए यह असंभव कर देती है कि वह अपने पदों द्वारा अभिहित वर्गों के सदस्यों की सत्ता को अस्वीकार करें।

(ii) सत्तात्मक मान्यता सामान्य प्रयोग के पूर्ण अनुरूप नहीं है; उदाहरणार्थ 'अनाधिकार प्रवेश करने वाले सभी व्यक्ति दण्डित किये जाएँगें'यह तर्कवाक्य यह मानने के बजाय कि अनधिकार प्रवेश करने वालों के वर्ग में कोई सदस्य है; वस्तुतः यह उद्देश्य रखता है कि ऐसा वर्ग शून्य रहे।

(iii) आधुनिक तर्कशास्त्री सत्ता विषयक किसी पूर्व मान्यता के बिना तर्क करने को महत्ता देना चाहते हैं; जबकि परम्परागत तर्कशास्त्री सत्ता विषयक पूर्व मान्यता के आधार पर तर्क करना चाहता है।

5.5 सत्तात्मक दोष और बूलीये व्याख्या

सत्तात्मक पूर्व मान्यता पर आधारित दोषों के कारण जार्ज बूलिये (George Boolean) ने मानक आकार के परम्परागत विरोध वर्ग के विपरीत अपनी व्याख्या प्रस्तुत करते हुए यह स्पष्ट किया है कि परम्परागम विरोध–वर्ग में कुछ त्रुटियाँ हैं; जिसे 'सत्तात्मक दोष' (Fallacy of Existential) कहा जाता है। बूलिये के अनुसार परम्परागत विरोध–वर्ग में केवल व्याघाती (Contradictory) सम्बन्ध ही दोष रहित हैं; किन्तु अन्य सभी सम्बन्धों में सत्तात्मक दोष है। इसीलिए मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य के आधुनिक व्याख्या को बूलीये व्याख्या (Boolean Expansion) कहते हैं।

5.6 बूलीये व्याख्या के निहितार्थ

जार्ज बूलिये की व्याख्या से यह स्पष्ट होता है कि 'A' तथा 'Q' और 'E' तथा 'I' को व्याघाती मानना तथा 'A' और 'I' का सत्तावाचक अर्थ लगाना; ये दोनों बातें आत्म–विरोधी हैं। इसलिए इन दोनों को एक साथ स्वीकार नहीं किया जा सकता। आधुनिक तर्कशास्त्रियों का इस सम्बन्ध में कथन है कि 'A' तथा 'E' तर्कवाक्यों का अर्थ सत्तावाचक न करके उसका अर्थ होत्वाश्रित तर्कवाक्य के रूप में किया जाना चाहिए। इस प्रकार यह कहा जा सकता है कि –

सभी 'x' 'y' हैं (A)

का अर्थ यह किया जाए कि –

यदि कोई 'x' है, तो वह 'y' है (x y = o)

और

कोई x, 'y' नहीं है

का अर्थ यह किया जाए कि –

यदि कोई x है, तो वह 'y' नहीं है (x y = o)

इस प्रकार यदि 'A' और 'E' तर्कवाक्यों को उपर्युक्त ढंग से हेत्वाश्रित तर्कवाक्य समझें और I तथा 'Q' तर्कवाक्यों को सत्तावाचक समझें; तब और केवल तब 'A' और 'Q' और E तथा 'I' व्याघाती (Contradictory)

हो सकते हैं और परम्परागत विरोध वर्ग के अन्य सम्बन्ध दोष ग्रस्त होने के कारण खण्डित हो जाते हैं। अतएव 'A' और 'E' को सत्तावाचक न मानने पर व्याघात को छोड़कर अन्य प्रकार के कोई विरोध रह नहीं जाता है।

आधुनिक तर्कशास्त्री जार्ज बूलिये का यह कहना है कि मान लीजिए एक भी 'x' का अस्तित्व नहीं है। ऐसी स्थिति में 'सभी 'x' 'y' हैं ($x \bar{y} = o$) और 'कोई x y नहीं हैं' ($x y = o$) दोनों एक साथ सत्य होंगे। इसी प्रकार 'कुछ x y हैं और 'कुछ x y नहीं हैं' दोनों ही एक साथ असत्य होंगे। इस प्रकार न तो 'A' और 'E' के बीच विपरीत सम्बन्ध होगा और न ही I तथा 'Q' के बीच उप विपरीत या विरूद्ध सम्बन्ध होगा। ऐसी स्थिति में 'A' तो सत्य होगा; लेकिन 'I' असत्य होगा। इसी प्रकार E तो सत्य होगा; लेकिन Q असत्य होगा। अतएव न तो A से I का और न ही E से Q का आपादान या निगमन हो पाएगा।

एक उदाहरण से इस मत का अधिक स्पष्टीकरण होगा। हम इस बात को सत्य मान लेते हैं कि चन्द्रमा पर कोई मनुष्य नहीं है। ऐसी स्थिति में चार मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य के सत्य/असत्य के बारे में विचार करने पर यह स्पष्ट होता है –

(1) सभी चन्द्रमा पर रहने वाले मनुष्य (च) मरणशील (म) हैं। मानक आकार का A निरूपाधिक तर्कवाक्य (च= O)

(ऐसा नहीं है कि चन्द्रमा पर कोई मनुष्य हो और वह मरणशील न हो)

कोष्ठक में उपयुक्त की गयी व्याख्या च   = O की है।

(2) कोई चन्द्रमा पर रहने वाला मनुष्य (च) मरणशील (म) नहीं है। मानक आकार का E निरूपाधिक तर्क वाक्य च म = O

(ऐसा नहीं है कि चन्द्रमा पर कोई मनुष्य हो और यह मरणशील हो)

कोष्ठक में उपर्युक्त की गयी व्याख्या च म = O की है।

(3) कुछ चन्द्रमा पर रहने वाले मनुष्य (च) मरणशील (म) है। मानक आकार का I निरूपाधिक तर्कवाक्य (च म ≠ O)

(चन्द्रमा पर कम से कम एक मनुष्य है और वह मरणशील है)

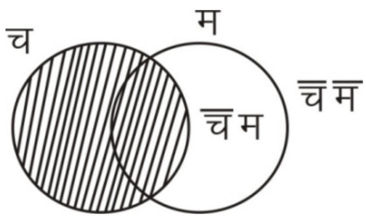
कोष्ठक में उपर्युक्त की गयी व्याख्या च म ≠ O की है।

(4) कुछ चन्द्रमा पर रहने वाले मनुष्य (च) मरणशील (म) नहीं है। मानक आकार का 'Q' निरूपाधिक तर्कवाक्य च   ≠ O

(चन्द्रमा पर कम से कम एक मनुष्य है और वह मरणशील नहीं है)

कोष्ठक में उपर्युक्त व्याख्या च   ≠ O की है।

निम्नलिखित वेन आरेख (Venn Diagram) इस विचार को बहुत ही अच्छे रूप में स्पष्ट कर रहा है –



च = चन्द्रमा पर रहने वाला मनुष्य
म = मरणशील

उपर्युक्त आरेख में पूरे च वृत्त को छायांकित करके यह प्रदर्शित किया गया है कि च वृत्त रिक्त (O) है अर्थात् चन्द्रमा पर रहने वाला कोई मनुष्य नहीं है। उपर्युक्त आरेख से निरूपाधिक तर्कवाक्य के द्वारा किये गये कथनों का निम्नलिखित अर्थ है –

(i) कथन (1) सत्य है अर्थात् च = o सत्य है।

(ii) कथन (2) अर्थात् च म = o सत्य है।

(iii) कथन (3) अर्थात् च म ≠ o असत्य है।

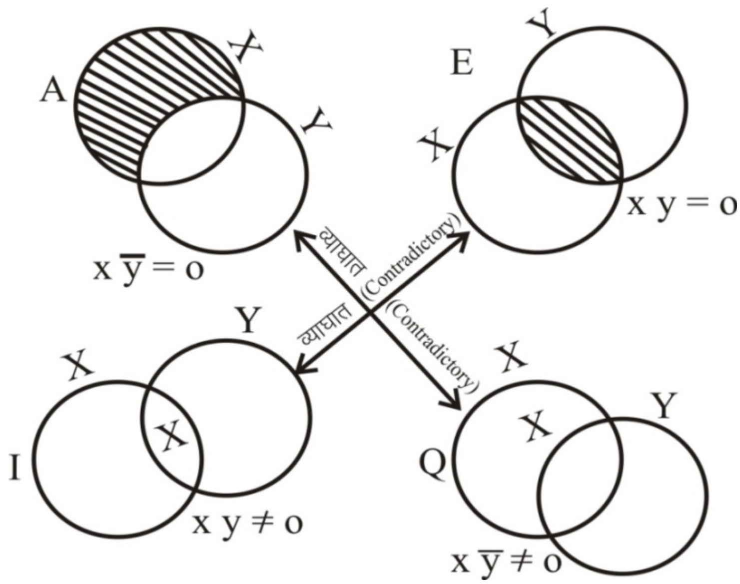
(iv) कथन (4) अर्थात् च म≠ o असत्य है।

इस प्रकार A निरूपाधिक तर्कवाक्य (च = o) तथा E निरूपाधिक तर्कवाक्य (च म = o) दोनों सत्य हो सकते हैं। ये विपरीत (Contrary) नहीं है।

I निरूपाधिक तर्कवाक्य (च म ≠ o) तथा Q निरूपाधिक तर्कवाक्य (च≠ o) दोनों असत्य हो सकते हैं। ये उपविपरीत या विरूद्ध (Sub-Contrary) नहीं है।

अतः यह कहा जा सकता है कि यदि 'A' (च = o) सत्य हैं; तो I (च म ≠ o) असत्य हो सकता है। इसी प्रकार यदि E (च म = o) सत्य है, तो Q (च≠ o) असत्य हो सकते हैं। इसलिए A का I से और E का Q से आपादान सम्बन्ध नहीं हो सकता है। अतएव यह कहा जा सकता है कि –'A' (च = o) और 'Q' (च ≠ o) दोनों एक साथ न तो सत्य हो सकते हैं और न असत्य हो सकते हैं। इसी प्रकार E (च म = o) तथा I (च म ≠ o) भी एक साथ न तो सत्य हो सकते हैं और न ही असतय हो सकते हैं। इस प्रकार आधुनिक तर्कशास्त्र के अनुसार A और Q तथा E और I का व्याघाती (Contradictory) सम्बन्ध ही केवल वैध सम्बन्ध है और परम्परागत विरोध–वर्ग में केवल यही एक रूप ऐसा है जो निर्दोष है।

निम्नलिखित चित्र में इसे प्रदर्शित किया गया है –

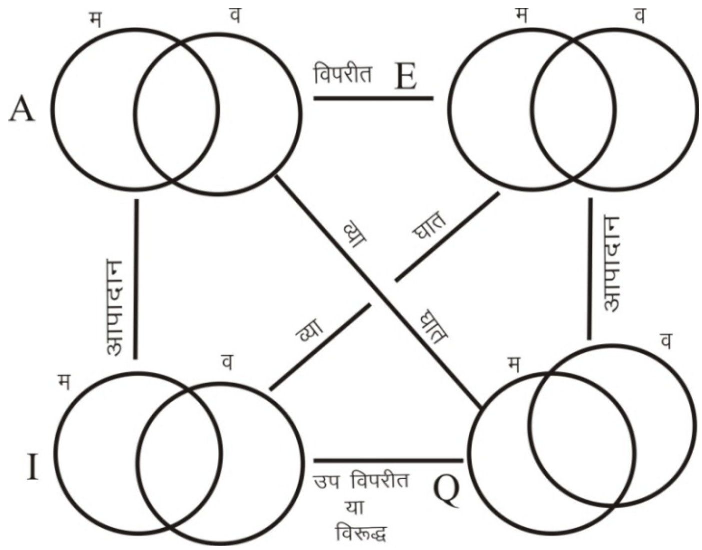


चित्र द्वारा यह प्रदर्शित किया गया है कि आधुनिक तर्कशास्त्र के अनुसार तर्कवाक्यों में गुण का अन्तर उनके विरोधी होने की आधारभूत शर्त नहीं हैं; बल्कि निरूपाधिक तर्कवाक्यों का परिमाण का अन्तर उनके विरोधी होने की आधारभूत शर्त है। दोनों प्रकार के (A और E) निरूपाधिक सर्वव्यापी तर्कवाक्य रिक्त (O) वर्ग के बारे में होते हैं; जबकि अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य अतिरिक्त (शून्य नहीं है) के बारे में होते हैं।

5.7 सत्ता की मान्यता और परम्परागत विरोध–वर्ग की संगति

अब तक के विवेचन से यह स्पष्ट होता है कि परम्परागत तर्कशास्त्र में परम्परागत विरोध–वर्ग में विसंगति है। इस विसंगति का प्रमुख कारण परम्परागत तर्कशास्त्र में A और E का सत्तावाचक अर्थ लिया जाना है। परन्तु यदि परम्परागत विरोध–वर्ग का सीमित प्रयोग किया जाए; तो यह एक संगत सिद्धान्त बन जाता है। यदि हम किसी विशेष उदाहरण में यह मान लें कि 'A' तथा 'E' निरूपाधिक तर्कवाक्यों का वास्तव में अस्तित्व हैं; तो उस उदाहरण में परम्परागत विरोध वर्ग संगत बना रहता है। वास्तविकता यह है कि 'A' तथा 'E' निरूपाधिक तर्कवाक्यों के स्वाभाविक अर्थ में अस्तित्व बोधक अर्थ शामिल नहीं होता हैं; किन्तु किन्हीं उदाहरणों में अस्तित्व बोधक मान्यता 'A' तथा E के साथ जोड़ी जा सकती है। उदाहरण के लिए 'सभी मनुष्य विचारशील हैं' का तार्किक अर्थ तो केवल यह है कि 'यदि कोई मनुष्य है; तो वह विचारशील है'। लेकिन हम इसके साथ यह मान्यता कि 'मनुष्यों का वास्तव में भी अस्तित्व है' जोड़ सकते हैं। वेन आरेखों में इस मान्यता को उपयुक्त कोष्ठक में X लिखकर प्रदर्शित किया जा सकता है। सत्ता बोधक मान्यता के आधार पर परम्परागत विरोध–वर्ग की संगति

निम्नलिखित वेन आरेख (Venn Diagram) में प्रदर्शित की गयी है –



म = **मनुष्य**

व = **विचारशील**

मान्यता= मनुष्यों का वास्तव में अस्तित्व है।

इस परम्परागत विरोध वर्ग से यह स्पष्ट होता है कि यदि A और E के साथ सत्ताबोधक मान्यता जोड़ दी जाती है; तो 'A' और E विपरीत और I तथा O उपविपरीत बन जाते हैं एवं A से I का और E से O का आपदान बन जाता है।

5.8 निष्कर्ष

आधुनिक तर्कशास्त्र के बूलीय व्याख्या में यह स्वीकार किया गया है कि केवल 'I' और 'Q' निरूपाधिक तर्कवाक्यों में ही सत्तात्मक तात्पर्य होता है। अतः यदि उ वर्ग शून्य हो; तो 'कुछ उ वि है' (उ = उद्देश्य पद और वि = विधेय पद) और कुछ उ वि नहीं है' ये दोनों ही तर्कवाक्य एक साथ असत्य हो सकते हैं। सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य 'A' और E भी Q और I के क्रमशः व्याघाती माने जाते हैं। यदि 'उ' एक रिक्त (शून्य वर्ग) है; तो दोनों ही अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य असत्य होंगे और उनके व्याघाती सम्बन्ध 'सभी उ वि हैं' और 'कोई उ वि नहीं है' दोनों सत्य होंगे। बूलीय व्याख्या के अनुसार सर्वव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्यों में सत्तात्मक तात्पर्य नहीं होता। इस प्रकार जार्ज बूलिये ने यह प्रतिपादित किया कि यदि यह स्पष्ट रूप से नहीं कहा जा सकता कि किसी वर्ग में सदस्य हैं; तो उसमें सदस्य होते हैं; यह मानना एक भूल है। इसी भूल को जार्ज बूलिये ने सत्तात्मक कल्पना दोष या सत्तात्मक दोष (Fallacy of Existential Assumption) कहा है।

5.9 सारांश

सत्तात्मक तात्पर्य वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य केवल अंशव्यापी निरूपाधिक तर्कवाक्य 'I' और Q ही कहे जा सकते है। ऐसा स्वीकार करने के पश्चात् परम्परागत विरोध–वर्ग में केवल व्याघात सम्बन्ध ही वैध रह जाता है और परम्परागत विरोध–वर्ग के अन्य सम्बन्ध खण्डित हो जाते हैं। इसलिए आधुनिक तर्कशास्त्री यह दिखाते हैं कि 'A' और 'E' दोनों मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य एक साथ सत्य हो सकते हैं; अतः ये विपरीत नहीं माने जा सकते। 'I' और 'Q' मानक आकार वाले निरूपाधिक तर्कवाक्य एक साथ असत्य हो सकते हैं। अतएव ये उपविपरीत या विरूद्ध नहीं कहे जा सकते। इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि चूँकि 'A' और E सत्य हो सकते हैं; जबकि I और Q असत्य हो सकते हैं; ऐसी स्थिति में उपाश्रयण सम्बन्धी अवैध है। प्रतिवर्तन किसी भी निरूपाधिक तर्कवाक्य के सभी वैध है किन्तु परिमित परिवर्तन और परिमित प्रति परिवर्तन अवैध है। इस प्रकार परम्परागत विरोध–वर्ग के विपरीत, उपविपरीत उपाश्रयण, परिमित परिवर्तन और परिमित प्रति परिवर्तन में सत्तात्मक दोष (Fallacy of Existential Assumption) पाया जाता है।

5.10 प्रश्न बोध

1. सत्तात्मक तात्पर्य को सोदाहरण स्पष्ट कीजिए।
2. आधुनिक तर्कशास्त्र में परम्परागत विरोध–वर्ग का कैसे खण्डन किया गया है? व्याख्या कीजिए।
3. सत्तात्मक दोष को सोदाहरण स्पष्ट किजिए

5.11 उपयोगी पुस्तकें

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ. संगम लाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ

डॉ. नीलिमा मिश्रा

खण्ड–02 : निरपेक्ष न्यायवाक्य

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य

खण्ड परिचय :

तर्कशास्त्र के खण्ड में निरपेक्ष न्यायवाक्य से सम्बन्धित विविध विषयों को अध्ययन के अन्तर्गत रखा गया है। इस खण्ड में निरपेक्ष न्यायवाक्य न्यायवाक्य का आकारगत प्रयोग, न्यायवाक्य का वेन रेखा–चित्र द्वारा परीक्षण और न्यायवाक्य के वैधता के नियम और तर्कदोष को सम्मिलित किया गया है। इस खण्ड के पूर्व यह चर्चा की जा चुकी है कि अरस्तू निगमनात्मक तर्कशास्त्र के जनक हैं। अरस्तू की निगमन पद्धति को न्यायवाक्य के रूप में जाना जाता है। अरस्तू का निगमनात्मक अनुमान न्याय वाक्यीय युक्ति पर आधारित है। अरस्तू का न्यायवाक्य (Syllogism) उस निगमनात्मक सान्तरानुमान या व्यवहित अनुमान है; जिसमें दो आधार वाक्य निरूपाधिक तर्कवाक्य के रूप में होते हैं और उन दोनों आधारवाक्यों से एक निष्कर्ष निरूपाधिक तर्कवाक्य के रूप में प्रापत किया है। इस प्रकार खण्ड 02 के इकाई –6 मेंमानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का व्यवस्थित विवेचन किया गया है और यह स्पष्ट करने का प्रयास किया गया है कि अरस्तू का न्यायवाक्य निगमनात्मक (Deductive) अनुमान है; जिसमें एक निष्कर्ष को दो आधारवाक्यों से प्राप्त किया जाता है। अतएव किसी भी न्यायवाक्य (Syllogism) में कुल तीन निरूपाधिक तर्कवाक्य होते हैं; जिसमें दो आधार वाक्य के रूप में प्रयुक्त होते हैं और एक निष्कर्ष के रूप में प्रयुक्त होता है।

इस खण्ड की इकाई –7 न्याय वाक्यीय युक्ति का आकारगत प्रयोग से सम्बन्धित है। किसी भी न्यायवाक्य का आकार युक्ति का वह रूप है; जिसका निर्णय मुख्य या साध्य पद तथा पक्ष या अमुख्य पद के सम्बन्ध में मध्यम पद या हेतु के आधारवाक्यों से किया जाता है। किसी भी न्यायवाक्य में मध्यम पद या हेतु मुख्य पद और अमुख्य पद या पक्ष दोनों में ही उपस्थित रहता है; किन्तु किसी न्यायवाक्य में हेतु या मध्यम पद का स्थान एक सा नहीं होता है। न्यायवाक्य में दोनों आधारवाक्यों में मध्य पद या हेतु का स्थान चार रूपों में संभव है और इन चार रूपों में मध्यम पद चार भिन्न रूपों में पाया जाता है। इस प्रकार किसी न्यायवाक्य में चार आकार होते है; जिसका निदर्शन इकाई–7 में किया जाएगा।

इस खण्ड की इकाई–8 में न्यायवाक्य के परीक्षणार्थ वेन की रेखा–चित्र विधि द्वारा प्रदर्शित करके न्यायवाक्य के आकारगत एवं निरूपाधिक तर्कवाक्यों का न्यायवाक्य के मानक आकार के रूप में प्रयोग के आधार अवस्था निर्धारित की जाती है और न्यायवाक्य के वैधता और अवैधता को बताया जाएगा। इस इकाई में अरस्तू के निगमनात्मक पद्धति के साथ–साथ जार्ज बूलिये के गणितीय पद्धति एवं वेन महोदय के रेखा–चित्र विधि को सम्मिलित रूप में प्रयोग किया जाएगा। इकाई–8 में न्यायवाक्य के आवश्यक नियम और तर्कदोष पर विचार किया जाएगा।

इकाई – 6 : निरपेक्ष न्यायवाक्य

इकाई की रूपरेखा

6.00 उद्देश्य

6.1 प्रस्तावना

6.2 मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य

6.3 न्यायवाक्य की रचना

6.4 मुख्य पद

6.5 अमुख्य पद

6.6 मध्यम पद या हेतु पद

6.7 मानक आकार

6.8 अवस्था

6.9 आकृति

6.10 निष्कर्ष

6.11 सारांश

6.12 बोध प्रश्न

6.13 उपयोगी पुस्तकें

6.0 उद्देश्य –

अरस्तू ने तर्कशास्त्र में अनुमान के लिए निगमनात्मक पद्धति को अपनाया। अरस्तू ने निगमनात्मक पद्धति में व्यवहित अनुमान या सान्तरानुमान (Mediate Inference) और अव्यवहित अनुमान या अनन्तरानुमान का प्रयाग निश्चित निष्कर्ष की प्राप्ति के लिए किया है। अरस्तू की निगमनात्मक युक्तियाँ निरूपाधिक मानक आकार वाले तर्कवाक्यों पर आधारित हैं। अरस्तू निगमन के व्यवहित अनुमान और अव्यवहित अनुमान के लिए मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों की सहायता लिया है। निरपेक्ष तर्कवाक्यों पर आधारित युक्तियों को ही अरस्तू निरपेक्ष न्यायवाक्य के रूप में वर्णित किया है। अरस्तू की निगमनात्मक अनुमान युक्तियों; जिसे वे न्यायवाक्य कहते हैं; उसे ही अंग्रेजों में Syllogism कहते हैं।

अरस्तू के न्यायवाक्य को हेत्वानुमान भी कहा जाता है। कभी–कभी न्यायवाक्य को संक्षेप में न्याय या अनुमान भी कहा जाता है। अरस्तू का न्यायवाक्य सान्तरानुमान या व्यवहित अनुमान भी कहलाता है। न्यायवाक्य को व्यवहित अनुमान इसलिए कहा जाता है; क्योंकि इसमें निष्कर्ष एक से अधिक आधारवाक्यों से निकाला जाता है। अरस्तू के न्यायवाक्य का उद्देश्य किसी युक्ति के आकारगत सत्यता का परीक्षण करना है।युक्ति के आकारगत सत्यता से ही युक्ति की वैधता या अवैधता का निर्धारण होता है।

6.1 प्रस्तावना

न्यायवाक्य उस निगमनमूलक सान्तरानुमान (Mediate Inference) को कहते हैं; जिसमें दो आधारवाक्यों से निष्कर्ष प्राप्त होता है। न्यायवाक्य निगमनात्मक (Deductive) अनुमान है। इसलिए न्यायवाक्य का निष्कर्ष आधारवाक्य से अधिक व्यापक नहीं हो सकता। यह सान्तरानुमान है; जिसका निष्कर्ष एक आधारवाक्य से न निगमित करके; दो आधारवाक्यों से प्राप्त किया जाता है। न्यायवाक्य का एक
उदाहरण इस प्रकार है –

सभी मनुष्य मरणशील है।

महेश मनुष्य है।

∴ महेश मरणशील है।

इस प्रकार स्पष्ट होता है कि किसी न्यायवाक्य की संरचना में मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों का प्रयोग होता है। न्यायवाक्य के निष्कर्ष की प्राप्ति मानव निरपेक्ष तर्कवाक्य के रूप में आधारवाक्यों एक साथ रखकर ही प्राप्त होता है। किसी भी न्यावाक्य में निष्कर्ष दोनों आधार वाक्यों का योगमात्र ही नहीं होता है; अपितु उन दोनों आधारवाक्यों को एक साथ रखने से अनिवार्यतः फलित होता है। न्यायवाक्य में यदि दिये हुए आधारवाक्य सत्य होते हैं; तो निष्कर्ष भी अनिवार्यतः सत्य होता है। किसी भी न्यायवाक्य में हमारे समक्ष यह प्रश्न रहता है कि यदि न्यायवाक्य में आधार वाक्यों को सत्य मान लिया जाए; तो उस न्यायवाक्य का निष्कर्ष भी अनिवार्यतः सत्य होगा। अतएव न्यायवाक्य में निष्कर्ष का होना आधारवाक्यों के सत्य होने पर ही निर्भर करता है। न्यायवाक्य का, निगमनमूलक अनुमान होने के कारण सम्बन्ध केवल आकारगत सत्य (Formal Truth) से है; वस्तुगत सत्य

(Material Truth) से नहीं। किसी भी विषय के वस्तुगत सत्यता का परीक्षण करना तर्कशास्त्र का कार्य नहीं है। वस्तुगत सत्यता का पता लगाना विज्ञान का कार्य है।

6.2 मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य

न्यायवाक्य अंग्रेजी के सिलोजिज्म (Syllogism) का हिन्दी रूपान्तरण है। यह व्यवहित अनुमान का ही एक रूप है; क्योंकि इसमें दो आधारवाक्यों से ही एक निष्कर्ष प्राप्त होता है। किसी भी न्यायवाक्य में मानक आकार के निरपेक्ष तर्कवाक्यों का ही प्रयोग होता है; और ये मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य तीन होते हैं। इन तीन निरपेक्ष तर्कवाक्यों में एक निष्कर्ष होता है और अन्य दो निरपेक्ष तर्कवाक्य आधारवाक्य के रूप में प्रयुक्त होते हैं। न्यायवाक्य को व्यवहित अनुमान इसलिए कहा जाता है; क्योंकि इसमें निष्कर्ष को प्रथम आधारवाक्य से द्वितीय आधारवाक्य के माध्यम से निःसृत होता है। इस प्रकार न्यायवाक्य के विषय में यह कहा जा सकता है कि न्यायवाक्य वह युक्ति है; जिसमें दो आधारवाक्य से एक निष्कर्ष को प्राप्त किया जाता है। निरपेक्ष न्यायवाक्य व्यवहित अनुमान की वह युक्ति है; जिसमें तीन निरपेक्ष तर्कवाक्य होते हैं। इन तीनों तर्कवाक्यों में कुल मिलाकर तीन पद होते हैं; जिनमें प्रत्येक पद दोनों आधारवाक्यों में दो बार प्रयुक्त होते हैं। न्यायवाक्य उस समय मानक आकार में होता है; जब इसके सभी आधारवाक्य और निष्कर्ष मानक आकार के निरपेक्ष तर्कवाक्य हों और वे एक विशिष्ट क्रम में व्यवस्थित हों।

6.3 न्यायवाक्य की रचना

न्यायवाक्य में मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों की संख्या तीन होती है। **किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में दो मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य आधारवाक्य के रूप में होते हैं और इन आधारवाक्यों से ही एक मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य निष्कर्ष के रूप में प्राप्त होता है।** जो नवीन निरपेक्ष तर्कवाक्य निष्कर्ष के रूप में प्राप्त होता है; उसे ही निष्कर्ष कहते हैं और यह जिन मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों से प्राप्त होता है; उसे आधारवाक्य (Premises) कहते हैं। न्यायवाक्य के प्रत्येक मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य में दो पद होते हैं। अतएव सम्पूर्ण न्यावाक्य में तीन तर्कवाक्य होने के कारण पदों की संख्या छः हो जाती हैं; किन्तु प्रत्येक पद दो बार प्रयुक्त होता है। इसलिए मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में पदों की संख्या तीन ही होती है। यद्यपि मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में प्रयुक्त होने वाले तर्कवाक्य में पद उद्देश्य और विधेय के रूप में ही प्रयुक्त होते हैं; किन्तु सम्पूर्ण न्यायवाक्य में यह पद उद्देश्य पद, विधेय और मध्य पद या हेतु पद के रूप में जाना जाता है। किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में उद्देश्य और विधेय पद के रूप में निष्कर्ष में आये पदों के आधार पर ही आधारवाक्य में प्रयुक्त होने वाले विधेय पद और उद्देश्य का प्रयोग होता है। आधारवाक्य में प्रथम आधारवाक्य में विधेय पद और मध्यम पद तथा दूसरे आधारवाक्य में उद्देश्य पद और मध्यम पद का प्रयोग होता है। निरपेक्ष न्यायवाक्य में मध्यम पद ही वह पद है जो कि प्रथम आधारवाक्य और द्वितीय आधारवाक्य पर स्तर संयुक्त करते हुए निष्कर्ष तक पहुँचने में हमारी सहायता करता है। अतएव मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में प्रयुक्त तीन पद इस प्रकार हैं –

1. मुख्य पद या साध्य पद (Major Term)
2. अमुख्य पद या पक्ष पद (minor Term)

3. मध्यम पद या हेतु पद (Middle Term)

6.4 मुख्य पद (Major Term)

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के निष्कर्ष का विधेय पद मुख्य पद या साध्य पद (Major Term) कहलाता है। उदाहरण के लिए निम्नलिखित मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में तीनों पदों को निम्नलिखित रूप में इस प्रकार स्पष्ट रूप से जाना जा सकता है –

सभी कवि दार्शनिक हैं।

सभी समाजवादी कवि हैं।

∴ सभी समाजवादी दार्शनिक है।

उपर्युक्त मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में 'इसलिए' से दिया गया निरपेक्ष तर्कवाक्य; जिसको ∴ चिह्न से दर्शाया गया है; निष्कर्ष है और इसे मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के रूप में 'सभी समाजवादी दार्शनिक हैं' व्यक्त किया गया है। इस निष्कर्ष निरपेक्ष तर्कवाक्य में 'समाजवादी' उद्देश्य पद है और 'दार्शनिक' विधेय पद है। इस प्रकार मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में निष्कर्ष में प्रयुक्त 'दार्शनिक' पद; जो कि विधेय पद के रूप में प्रयुक्त हुआ है; वह निष्कर्ष के अतिरिक्त आधारवाक्य में प्रयुक्त हुआ है। मुख्य पद को ही साध्य पद भी कहा जाता है। इसे हिन्दी में वि (विधेय पद) और अंग्रेजी में P (Predicate) के संक्षिप्त रूप में प्रतीकात्मक शैली में निर्दिष्ट किया जाता है।

विशेष रूप से उल्लेखनीय बात यह है कि मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के निष्कर्ष में प्रयुक्त हुआ विधेय पद मुख्य पद होने के कारण जिस आधारवाक्य में होता है; उस आधारवाक्य को मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में सबसे पहले निरपेक्ष तर्कवाक्य के रूप में लिखा जाता है। दूसरे शब्दों में कहा जाए; तो यह कहा जा सकता है कि जिस आधारवाक्य में मुख्य पद होता है, वह मुख्य आधारवाक्य कहलाता है।

6.5 अमुख्य पद या पक्ष पद (Mimor Term)

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में निष्कर्ष का उद्देश्य पद; जो 'समाजवादी' पद के रूप में प्रयुक्त हुआ है; अमुख्य पद या पक्ष पद के रूप में जाना जाता है। निष्कर्ष का अमुख्य पद निष्कर्ष के अतिरिक्त आधारवाक्य में भी प्रयुक्त होता है। उपर्युक्त मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में निष्कर्ष के रूप में प्रयुक्त मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य 'सभी समाजवादी दार्शनिक हैं'; इस निरपेक्ष तर्कवाक्य में 'समाजवादी' उद्देश्य पद है; जिसे ही अमुख्य पद कहा जाता है और यह पद निष्कर्ष के अतिरिक्त आधारवाक्य में भी प्रयुक्त हुआ है। अमुख्य पद ही पक्ष पद भी कहलाता है। इसे हिन्दी में प्रतीकात्मक रूप में उ (उद्देश्य पद) और अंग्रेजी में प्रतीकात्मक रूप में S (Subject Term) निर्दिष्ट किया जाता है। विशेष रूप से उल्लेखनीय बात यह है कि मानक रिपेक्ष न्यायवाक्य के निष्कर्ष में प्रयुक्त हुआ उद्देश्य पद अमुख्य पद होने के कारण; जिस आधारवाक्य में होता है; उस आधारवाक्य को मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में मुख्य आधार वाक्य के बाद लिखा जाता है। इस आधारवाक्य

का कम मुख्य आधारवाक्य के बाद दूसरे नम्बर पर होता है। दूसरे शब्दों में कहा जाए; तो यह कहा जा सकता है कि जिस आधारवाक्य में अमुख्य पद होता है; वह कम की दृष्टि से आने वाला न्यायवाक्य में दूसरा आधारवाक्य होता है। इसीलिए इसे अमुख्य आधारवाक्य कहा जाता है।

6.6 मध्यम पद या हेतु पद (Middle Term)

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का तीसरा पद; जो निष्कर्ष में तो प्रयुक्त नहीं होता है; किन्तु दोनों आधारवाक्यों में उपस्थित रहता है और यह पद दोनों ही आधारवाक्यों में उभयनिष्ठ रहता है। पूर्व दिये गये उदाहरण में 'कवि' पद मध्यम पद है। मध्यम पद उस मध्यस्थ की भाँति होता है; जो कि प्रारम्भ में एक दूसरे से अपरिचित मुख्य पद एवं अमुख्य पद को परस्पर परिचित करता है। यदि मध्यम पद उभयनिष्ठ पद न होता; तो मुख्य पद और अमुख्य पद एक दूसरे से अपरिचित रह जाते। इसलिए हेतु या मध्यस्थ पद इस अर्थ में मध्यस्थ है कि वह मुख्य पद और अमुख्य पद के बीच मध्यस्थता कराते हुए उनको एक दूसरे से सम्बन्धित या संयुक्त करता है। मध्यम पद मुख्य पद और अमुख्य पद को एक दूसरे से जोड़ने के पश्चात् निष्कर्ष में लुप्त हो जाता है। अतएव मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में हम निष्कर्ष को तुरन्त या साक्षात् रीति से प्राप्त नहीं करते; अपितु मध्यस्थ पद की सहायता से प्राप्त करते हैं।निरपेक्ष न्यायवाक्य के मानक आकार में दोनों आधारवाक्यों में से एक आधारवाक्य; जो सबसे पहले न्यायवाक्य में आता है; इस आधारवाक्य में मुख्य पद या साध्य पद और मुख्य आधारवाक्य के बाद जो दूसरा आधारवाक्य आता है उस आधारवाक्य में अमुख्य पद आता है। प्रत्येक मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में निष्कर्ष सहित; जो आधारवाक्य होते हैं; उनकी संख्या तीन होती है। निष्कर्ष के अतिरिक्त न्यायवाक्य में प्रयुक्त दोनों आधारवाक्य मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होते हैं इसीलिए इसे मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य कहा जाता है। निरपेक्ष मानक न्यायवाक्य का एक उदाहरण इस प्रकार है –

सभी लेखक संवेदनशील हैं
सभी कवि लेखक हैं।
∴ सभी कवि संवेदनशील हैं।

उपर्युक्त उदाहरण में न्यायवाक्य के निष्कर्ष में जो निरपेक्ष तर्कवाक्य दिया गया है, उसके उद्देश्य पद को पक्ष या अमुख्य पद (Minor-Term) तथा विधेय पद को साध्य या मुख्य पद के रूप में जाना जाता है। न्यायवाक्य के अन्य दो आधारवाक्यों में एक आधार वाक्य में मुख्य पद आता है तथा दूसरे आधारवाक्य में अमुख्य पद या पक्ष पद (Minor Term) आता है। इस प्रकार निरपेक्ष न्यायवाक्य के तीनों तर्कवाक्य क्रमशः मुख्य आधारवाक्य अमुख्य आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के रूप में ही जाना जाता है।

निरपेक्ष न्यायवाक्य में निष्कर्ष मुख्य पद (Major Term) जिस आधारवाक्य में होता है; उसे ही मुख्य आधारवाक्य या साध्य आधारवाक्य (Major Premiss) कहते है; जैसे उपर्युक्त उदाहरण में 'संवेदनशील' मुख्य पद है; इसलिए 'सभी लेखक संवेदनशील हैं' मुख्य आधारवाक्य है। निरपेक्ष न्यायवाक्य की युक्ति मं मुख्य आधारवाक्य सबसे पहले आता है। निरपेक्ष न्यायवाक्य में निष्कर्ष का अमुख्य या पक्ष पद (Minor Term) जिस आधारवाक्य में होता है; उसे अमुख्य या पक्ष आधारवाक्य कहते हैं। पक्ष या अमुख्य आधारवाक्य उपर्युक्त उदाहरण में 'सभी कवि लेखक हैं' के रूप में आया है। इसे इसीलिए अमुख्य' या पक्ष आधारवाक्य कहा जाता है; क्योंकि निष्कर्ष अमुख्य

पद इस आधारवाक्य में आया है। निरपेक्ष न्यायवाक्य युक्ति में अमुख्य आधारवाक्य मुख्यआधार वाक्य के बाद आता है।

किसी भी निरपेक्ष न्यायवाक्य में यदि निष्कर्ष नियत एवं निश्चित स्थान पर नहीं होता है; तो निरपेक्ष न्यायवाक्य युक्ति में उसे अन्त में लिखा जाता है तथा उसे व्यवस्थित रूप दिया जाता है। इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि निरपेक्ष न्यायवाक्य युक्ति में निष्कर्ष की पहचान करने के लिए कुछ शब्दों पर ध्यान दिया जाना आवश्यक है; जिनकी सहायता से हम निष्कर्ष को आधारवाक्य से अलग कर सकते हैं; जैसे अतः अतएव इसलिए, इस प्रकार, परिणामतः अन्ततः फलतः आदि। इन शब्दों के अतिरिक्त कभी–कभी निष्कर्ष इस रूप में भी आता है जैसे – इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि, हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि, हम तर्क कर सकते हैं कि, हम इस निश्चय पर पहुँचते हैं कि आदि।

निरपेक्ष न्यायवाक्य में कभी–कभी ऐसे भी न्यायवाक्य मिल जाते हैं; जिसमें निष्कर्ष की पहचान के लिए उपर्युक्त शब्द उपलब्ध नहीं होते हैं। ऐसी स्थिति में आधारवाक्यों के लिए प्रयुक्त शब्द हमें निष्कर्ष की पहचान करने में सहायता प्रदान करते हैं। जब किसी तर्कवाक्य के पूर्व 'चूँकि' 'क्योंकि', 'जैसाकि', इतना कि, 'किन्तु', 'परन्तु', और 'इस कारण से कि' आदि शब्दों का प्रयोग हो, तो वह आधारवाक्य होता है; जैसे–

कुछ सुधारक सनकी होते हैं; क्योंकि कुछ आदर्शवादी सनकी हैं और सभी सुधारक आदर्शवादी हैं।

6.7 मानक आकार (Standard Form)

प्रत्येक निरपेक्ष न्यायवाक्य को मानक आकार में ही लिखे जाने की परम्परा है। मानक आकार में सबसे पहले मुख्य आधारवाक्य, फिर अमुख्य आधारवाक्य और अन्त में निष्कर्ष होता है। हम अपने से इस क्रम में कोई परिवर्तन करने के लिए स्वतंत्र नहीं है। मानक आकार में निरपेक्ष न्यायवाक्य को लिखते समय हम सबसे पहले निष्कर्ष को ऊपर दो अन्य तर्कवाक्य लिखने के लिए स्थान छोड़कर लिख लेते है और उसके पश्चात् सबसे पहले मुख्य आधारवाक्य और फिर अमुख्य आधारवाक्य लिखते हैं। उपर्युक्त उदाहरण को मानक आकार में इस प्रकारलिखा जाता है –

कुछ आदर्शवादी सनकी हैं। →(2)
सभी सुधारक आदर्शवादी हैं। →(3)
∴ कुछ सुधारक सनकी होते हैं। →(1)

उपर्युक्त उदाहरण में संख्या (1) से यह दर्शाया गया है कि मानक आकार में न्यायवाक्य को लिखते समय सबसे पहले निष्कर्ष लिखा गया है। निष्कर्ष का मुख्य पद अर्थात् विधेय पद जिस तर्कवाक्य में आया है उसे ऊपर छोड़े गये दो स्थान में संख्या (2) अर्थात् सबसे ऊपर लिखा गया है। निष्कर्ष का उद्देश्य पद अर्थात् अमुख्य पद जिस तर्कवाक्य में आया है उसे संख्या (3) अर्थात् सबसे ऊपर लिखे गये आधारवाक्य के बाद लिखा गया है। इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि मानक आकार के क्रम को हम अपने ढंग से लिखने में स्वतंत्र नहीं है।

निरपेक्ष न्यायवाक्य के अब तक दिये गये विवरण से यह स्पष्ट हो गया है कि प्रत्येक निरपेक्ष न्यायवाक्य का एक आकार (Figure) होता है। किसी भी निरपेक्ष न्यायवाक्य के आकार में अवस्था (Mood) एवं आकृति (Figure) सम्मिलित होता है।

6.8 अवस्था

किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के अवस्था के विषय में यह जानना ही पर्याप्त है कि न्यायवाक्य के जो चार तर्कवाक्य (A, E, I, O) हैं; वे जिस क्रम में मानक आकार में व्यक्त हुए हैं; उसे ही अवस्था (Mood) कहा जाता है। जैसे यदि किसी मानक आकार के न्यायवाक्य में मुख्य आधारवाक्य A प्रकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य है, अमुख्य आधारवाक्य E प्रकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य है और निष्कर्ष भी E प्रकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य है; तो उस मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था AEE होगी। इस प्रकार स्पष्ट है कि मानक आकार के निरपेक्ष न्यायवाक्य के अवस्था का निर्धारण इसमें प्रयुक्त तर्कवाक्यों के प्रकार से होता है।

6.9 आकृति (Figure)

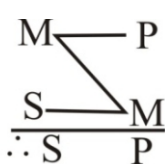
मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के आकृति का निर्धारण आधारवाक्यों के मध्यम पद (Middle Term) की स्थिति से होता है। किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में मध्यम पद की चार स्थितियाँ संभव हैं; क्योंकि मध्यम पद दोनों ही आधारवाक्यों में आता है। मध्यम पद या तो मुख्य आधारवाक्य का 'उद्देश्य पद' हो सकता है या 'विधेय पद' हो सकता है। इस प्रकार मुख्य आधारवाक्य में 'मध्यम पद' की दो स्थितियाँ संभव है। इसी प्रकार मध्यम पद अमुख्य आधारवाक्य का या तो उद्देश्य पद हो सकता है या विधेय पद हो सकता है। इस प्रकार अमुख्य आधारवाक्य में भी मध्यम पद की दो ही स्थितियाँ संभव है। अतएव मध्यम पद की विभिन्न स्थितियाँ के अनुसार मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की चार आकृतियाँ संभव हैं। मध्यम पद के सापेक्ष ये चार आकृतियाँ प्रथम द्वितीय तृतीय एवं चतुर्थ के रूप में जानी जाती हैं।

1. **प्रथम आकृति** – जब मध्यम पद (middle Term) मुख्य आधारवाक्य में उद्देश्य पद के स्थान पर हो और अमुख्य आधारवाक्य में विधेय पद के स्थान पर हो, तो इस प्रकार का मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य प्रथम आकृति का होगा; जैसे –

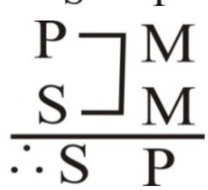
इस प्रकार पथ आकृति को उल्टा जेड़ (Z) प्रतीक रूप में स्मरण रखा जा सकता है।

2. **द्वितीय आकृति** – जब मध्यम पद मुख्य एवं अमुख्य दोनों ही आधारवाक्यों में मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में विधेय पद के स्थान पर हो; तो वह 'द्वितीय आकृति' में होगा; जैसे –

M P
S M
$\therefore$ S P



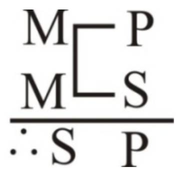
P M
S M
$\therefore$ S P



यह आकृति उल्टा सी (C) के रूप में स्मरण रखी जा सकती है।

3. **तृतीय आकृति** – जब मध्यम पद अमुख्य एवं मुख्य दोनों ही आधारवाक्यों में मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में उद्देश्य के स्थान पर हो; तो वह तृतीय आकृति में होगा; जैसे –

$$\begin{array}{cc} M & P \\ M & S \\ \hline \therefore S & P \end{array}$$



4. **चतुर्थ आकृति** – जब मध्यम पद मुख्य आधारवाक्य में विधेय पद तथा अमुख्य आधारवाक्य में उद्देश्य पद के स्थान पर मानक निरपेक्ष न्यायक्वाय में हो; तो वह चतुर्थ आकृति में होगा; जैसे –

$$\begin{array}{cc} P & M \\ M & S \\ \hline \therefore S & P \end{array}$$

इस स्मरण रखने के लिए अंग्रेजी जेड़ (Z) अक्षर को ध्यान में रखना चाहिए।

परम्परागत तर्कशास्त्र में परिमाण उवं गुण के आधार पर प्रत्येक आकृति में 64 संभावित अवस्थाएँ संभव है और न्यायवाक्य के आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के आधार पर $64 \times 4 = 256$ अवस्थाएँ चारों आकृतियों में संभव है; किन्तु परम्परागत तर्कशास्त्र में मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की चारों आकृतियों में केवल 19 अवस्थाएँ ही वैध अवस्थाएँ हैं। किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था को वैध तभी कहा जाता है; जब आधारवाक्य से निष्कर्ष विशुद्ध रूप से निगमित हुए हों।

6.10 निष्कर्ष

निष्कर्ष के रूप में यह कहा जा सकता है कि अरस्तू ने जिस निगमन पद्धति की सहायता से ज्ञात से अज्ञात का अनुभव करने के लिए अनुमान का सहारा लिया है; उसे मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के रूप में जाना जाता है। अरस्तू के मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की यह चिन्तन प्रक्रिया वैज्ञानिक है। यद्यपि अरस्तू के अनुमान की इस पद्धति में पूर्णतया नवीन ज्ञान का दावा नहीं किया जा सकता है; फिर भी अरस्तू की यह निगमन पद्धति हमारे वर्तमान ज्ञान के आधार पर भविष्य के ज्ञान का दावा अवश्य करती है। अरस्तू की यह निगमन पद्धति नवीन ज्ञान न देने के बावजूद अत्यधिक उपयोगी है; क्योंकि यह ज्ञात से अज्ञात की ओर बढ़ने की पद्धति है और इसके अन्तर्गत ज्ञात आधारवाक्यों से अज्ञात निष्कर्ष पर पहुँचा जाता है। यह हमें उन तथ्यों से अवगत कराता है; जो कि अनुमान लगाने के पहले हम नहीं जानते थे। यद्यपि न्यायवाक्य में निष्कर्ष आधार वाक्यों से निकाला जाता है और वह किसी नवीन ज्ञान की सूचना नहीं देता है; फिर भी वह हमारे समक्ष कुछ ऐसे तथ्यों को स्पष्ट करता है; जिनको इतने व्यवस्थित रूप में हम अपने चिन्तन का विषय नहीं बनाये थे। वास्तविकता यह है कि अरस्तू के

अनुमान का मानक न्यायवाक्य के रूप में प्रयोग सामान्य सिद्धान्तों से विशेष निष्कर्ष को सिद्ध करने की एक व्यवस्थित तर्क प्रणाली है। यह किसी निष्कर्ष की स्थापना के लिए वैज्ञानिक युक्ति प्रदान करता है।

6.11 सारांश

अरस्तू मानक निपरेक्ष न्यायवाक्य में निरपेक्ष तर्कवाक्यों का युक्ति मे ंप्रयोग करके ज्ञात से अज्ञात निष्कर्ष का अनुमान करने की एक निगमनात्मक पद्धति की स्थापना करते हैं। अरसतू की यह निगमन पद्धति सान्तरानुमान के रूप में जानी जाती है। अरस्तू के मानक निरपेक्ष न्याय वाक्य में निरपेक्ष न्यायवाक्यों की संख्या तीन होती है। प्रत्येक न्यायवाक्य में दो आधारवाक्य और एक निष्कर्ष होता है। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में प्रयुक्त मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के पदों की संख्या छः होती है और प्रत्येक पद दो बार प्रयुक्त होते हैं। इसीलिए पदों की संख्या तीन ही होती है और ये तीन पद ही दो–दो बार आधारवाक्य और निष्कर्ष में प्रयुक्त होने के कारण ही छः हो जाते हैं। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में तीन पद हैं – मुख्य पद, अमुख्य पद और मध्यम पद मध्यम पद का प्रयोग दोनों आधार वाक्यों में ही होता है और मुख्य पद और अमुख्य पद का प्रयोग निष्कर्ष और दोनों आधारवाक्यों में होता है। निष्कर्ष में आने वाला उद्देश्य पद अमुख्य पद या पक्ष पद के रूप में जाना जाता है और निष्कर्ष में आने वाला विधेय पद मुख्य पद के रूप में जाना है। जिस आधारवाक्य में मुख्य पद होता है; वह न्यायवाक्य का मुख्य आधारवाक्य होता है और आधारवाक्य के रूप में वह सबसे पहले लिखा जाता है। अमुख्य पद जिस आधार वाक्य में होता है; वह मुख्य आधारवाक्य के बाद मानक न्यायवाक्य में दूसरे क्रम पर लिखा जाता है तथा निष्कर्ष मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में ∴ (इसलिए) चिह्न के साथ अन्त में होता है। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में मध्यम पद का प्रयोग दोनों आधारवाक्यों में ही होता है और यह दोनों आधारवाक्यों के मुख्य पद और अमुख्य पद को परस्पर संयुक्त करते हुए निष्कर्ष तक पहुँचने के लिए प्रमुख भूमिका का निर्वहन करता है।

6.12 बोध प्रश्न

1. मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का विवेचन कीजिए। क्या यह सान्तरानुमान का एक रूप है? व्याख्या कीजिए।
2. मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के प्रमुख विशेषताओं का विवेचन कीजिए।
3. मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में कुल कितने पद होते हैं; सोदाहरण विवेचन कीजिए।
4. मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के आकृति का निर्धारण कैसे होता है? स्पष्ट व्याख्या कीजिए और मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के आकृति को सोदाहरण समझाइये।

6.13 उपयोगी पुस्तक

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ. संगम लाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ
डॉ. नीलिमा मिश्रा

इकाई 7 : न्यायवाक्यीय युक्ति का आकारगत प्रयोग

(The Formal Experimentation of Syllogistic Argument)

इकाई की रूपरेखा

7.0 उद्देश्य

7.1 प्रस्तावना

7.2 न्यायवाक्यीय युक्ति में अवस्था

7.3 न्यायवाक्यीय युक्ति का आकारगत प्रयोग

7.4 न्यायवाक्यीय युक्ति के अवैध आकारगत प्रयोग के उदाहरण

7.5 प्रथम आकृति के वैध आकारगत प्रयोग

7.6 द्वितीय आकृति की वैध अवस्थाएँ

7.7 तृतीय आकृति की वैध अवस्थाएँ

7.8 चतुर्थ आकृति की वैध अवस्थाएँ

7.9 निष्कर्ष

7.10 सारांश

7.11 बोध प्रश्न

7.12 उपयोगी पुस्तकें

7.0 उद्देश्य –

प्रस्तुत इकाई का शीर्षक 'न्यायवाक्यीय युक्ति का आकारगत प्रयोग' है। इस इकाई का उद्देश्य अरस्तू द्वारा प्रतिपादित न्यायवाक्यीय युक्ति के आकारगत प्रयोग स्पष्ट करना है। अरस्तू ने तर्कशास्त्र में निगमन पद्धति के रूप में न्यायवाक्यीय युक्ति का प्रयोग किया है। अरस्तू ने अपने निगमनात्मक तर्कशास्त्र को न्यायवाक्य युक्ति पर आधारित किया है। इसलिए उनके चिन्तन में न्यायवाक्यीय युक्ति का विशेष महत्व है। न्यायवाक्यीय युक्ति उस निगमनात्मक अनुमान को कहते हैं; जिसमें सान्तरानुमान की सहायता से अनुमान किया जाता है। निगमन में सान्तरानुमान उस युक्ति को कहते हैं; जिसमें दो मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों को एक साथ रखने पर एक निरपेक्ष तर्कवाक्य के रूप में निष्कर्ष प्राप्त होता है। इस न्यायवाक्यीय युक्ति में निष्कर्ष आधारवाक्यों से अधिक व्यापक नहीं हो सकता है। इस निगमनात्मक न्यायवाक्यीय युक्ति में इस बात पर विचार नहीं किया जाता है कि आधारवाक्य वास्तव में सत्य है या असत्य हैं। इस न्यायवाक्यीय युक्ति में केवल यह प्रश्न विचारणीय रहता है कि यदि किसी निगमनात्मक युक्ति में आधारवाक्य सत्य हैं तो उसका निष्कर्ष भी अनिवार्यतः सत्य होगा; क्योंकि निष्कर्ष की सत्यता आधारवाक्यों के सत्यता से ही फलित होती है। अरस्तू के द्वारा प्रतिपादित न्यायवाक्यीय युक्ति निगमनात्मक अनुमान है; इसलिए इसका सम्बन्ध केवल आकारगत सत्य (Formal Truth) सत्य से है। न्यायवाक्यीय युक्ति निगमनमूलक अनुमान होने के कारण या तो वैध होती है या अवैध होती है। न्यायवाक्यीय युक्ति की वैधता या अवैधता उसके आकार पर निर्भर होता है; क्योंकि न्यायवाक्यीय युक्ति में केवल आकारगत सत्यता ही पायी जाती है।

7.1 प्रस्तावना

अरस्तू की न्यायवाक्यीय युक्ति निगमनात्मक अनुमान है। निगमनात्मक अनुमान में आकारिक सत्यता पायी जाती है। आकारिक सत्यता से तात्पर्य है – किसी भी निगमनात्मक युक्ति के आकार से सम्बन्धित कुछ स्वयंसिद्ध नियम होते हैं; जिन स्वयंसिद्ध नियम आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के बीच पाये जाने वाले तार्किक सम्बन्ध को व्यक्त करते हैं। इसलिए यदि किसी न्याय वाक्यीय युक्ति में आकारिक सत्यता निहित होगी; तभी उसे वैध कहा जाएगा; अन्यथा उस युक्ति में कोई न कोई तार्किक दोष पाया जाएगा और वह अवैध होगी। इस प्रकार यह कहा जा सकता है कि निरपेक्ष न्यायवाक्य की वैधता (Vatadity) या अवैधता (Invaladity) पूर्णतः उसके आकार पर निर्भर करती है। तार्किक साम्यानुमान (Logical Analogy) किसी वैध या अवैध न्यायवाक्यीय युक्ति का एक अन्य आकार प्रदान करके उसे भी वैध या अवैध सिद्ध किया जा सकता है।

7.2 न्यायवाक्यीय युक्ति में अवस्था

न्यायवाक्यीय युक्ति के आकारगत प्रयोग के लिए अवस्था (Moods) का भी विशेष महत्व है। प्रत्येक न्यायवाक्यीय युक्ति में मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों का एक क्रम होता है; जिसे ही अवस्था कहा जाता है। वास्तविकता यह है कि न्यायवाक्यीय युक्ति की अवस्था उस रूप को कहते हैं; जिसका निर्णय अवयव के रूप में प्रयुक्त आधारवाक्यों के गुण एवं परिमाण के आधार किया जाता है। अधिक व्यापक अर्थ में अवस्था (moods) से तात्पर्य न्याय वाक्यीय युक्ति के उस रूप से होता है; जिसका निर्णय न्यायवाक्यीय युक्ति के घटक अवयवों (दोनों

आधारवाक्य एवं निष्कर्ष) के गुण एवं परिमाण के आधार पर किया जाता है। कुछ तर्कशास्त्री अवस्था (Moods) शब्द को बहुत संकीर्ण अर्थ में प्रयुक्त करते हैं और उसका तात्पर्य वैध अवस्था (Valid Moods) से मानते हैं अर्थात् ऐसी अवस्था जिनसे विशुद्ध निष्कर्ष प्राप्त किये जाएँ। इस प्रकार न्यायवाक्यीय युक्ति के गुण और परिमाण के आधार पर ही अवस्थाएँ बनती हैं, तो प्रत्येक आकार में 16 अवस्थाएँ बनती हैं और इन 16 अवस्थों से चारों आकारों में सम्मिलित कर देने पर इनकी संख्या 64 हो जाती है। इस दृष्टिकोण से 64 अवस्थाओं में से प्रत्येक के चार रूप हो सकते हैं। अतः 64 वेधाओं से पुनः (64 × 4) 256 अवस्थाएँ चारों आकारों में हो सकती हैं। परन्तु न्यायवाक्यीय युक्ति में बनने वाली सभी अवस्थाएँ वैध नहीं होती हैं; क्योंकि सभी अवस्थाओं में आकारगत सत्यता निहित नहीं होती है।

7.3 न्यायवाक्यीय युक्ति का आकारगत प्रयोग

किसी भी न्यायवाक्यीय युक्ति के अवसथा की वैधता उसके आकारगत सत्यता पर ही निर्भर करती है। यदि न्यायवाक्यीय युक्ति में आकारगत सत्यता है; तो वह वैध हैं; अन्यथा वह अवैध होगी। एक वैध न्यायवाक्यीय युक्ति का उदाहरण इस प्रकार है –

सभी पंजाबी भारतीय हैं।
सभी सिख पंजाबी हैं।
∴ सभी सिख पंजाबी हैं।

उपर्युक्त न्यायवाक्यीय युक्ति की अवस्था - AAA है – और आकृति प्रथम है। यह अपने विषय–वस्तु के सत्यता की अपेक्षा न करते हुए वैध है। इस न्यायवाक्यीय युक्ति में न्यायवाक्य के आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के बीच निहित तार्किक सम्बन्धों का पालन करते हुए निष्कर्ष प्राप्त किया गया है। इस न्यायवाक्यीय युक्ति में आकारगत सत्यता पायी जाती है। अतएव यह न्यायवाक्यीय युक्ति वैध है। उपर्युक्त न्यायवाक्यीय युक्ति से यह स्पष्ट होता है कि इस प्रकार के न्यायवाक्यीय युक्ति के आकार में S, P और M के स्थान पर चाहें जो पद रखे जाएँ, युक्ति वैध होगी। इस प्रकार यह कहा जा सकता है कि न्यायवाक्यीय युक्ति एक प्रकार का तार्किक साम्यानुमान है; क्योंकि यदि दिया हुआ न्यायवाक्य वैध है, तो उसी आकार का कोई भी न्यायवाक्य वैध होगा।

7.4 न्यायवाक्यीय युक्ति के अवैध आकारगत प्रयोग का उदाहरण :

कोई भी न्यायवाक्यीय युक्ति तब अवैध होती है; जब उसका आधारवाक्य सत्य हो; किन्तु निष्कर्ष असत्य हो। इस प्रकार के निगमनात्मक न्यायवाक्यीय युक्ति में आधारवाक्य एवं निष्कर्ष के बीच तार्किक सम्बन्ध नहीं पाया जाता है; जिसके उसमें आकारगत सत्यता भी नहीं पायी जाती है। अतएव अवैध न्यायवाक्यीय युक्ति के आकार का कोई भी न्यायवाक्य अवैध होगा। न्यायवाक्यीय युक्ति में S, P और M के स्थान पर चाहें जो पद रखे जाएँ; वह अवैध होगी।

इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि न्यायवाक्यीय युक्ति की वैधता या अवैधता युक्ति के आकारिक सत्यता पर ही निर्भर होती है। केवल आकारगत सत्यता के कारण ही कोई न्यायवाक्यीय युक्ति वैध कहलाती है। परन्तु यदि किसी न्यायवाक्यीय युक्ति में यदि आकारिक सत्यता नहीं पायी जाता है; तो इसका तात्पर्य यह है कि उस न्यायवाकयीय युक्ति में आकारिक दोष है और उसमें तार्किक नियमों का उल्लंघन किया गया है। अतएव

आकारिक दोष वाली सभी न्यायवाक्यीय युक्ति तार्किक दोष के कारण अवैध है। आकारिक नियम के उल्लंघन के कारण उत्पन्न होने वाले तार्किक दोष निम्नलिखित न्यायवाक्यीय युक्ति अवैघ है –

सभी खरगोश तीव्र धावक हैं।
कुछ अश्व तीव्र धावक हैं।
∴ कुछ अश्व खरगोश हैं।

उपर्युक्त उदाहरणों में आधारवाक्यों की सत्यता ज्ञात है और फिर भी निष्कर्ष असत्य है। इस आकार में जो भी न्यायवाक्य होगा; वह अवैध होगा। उपर्युक्त न्यायवाक्यीय युक्ति की आकृति द्वितीय और अवस्था AII है। अतएव इस प्रकार के आकार वाला कोई भी न्यायवाक्य द्वितीय असकृति में अवैघ होगा। उपर्युक्त उदाहरण के न्यायवाक्य के S, P और M पदों के स्थान पर कोई अन्य पद रखने पर दजो न्यायवाक्यीय युक्ति बनेगी; वह अवैध होगी।

अरस्तू के द्वारा प्रतिपादित निगमनात्मक अनुमान के लिए प्रयुक्त होने वाली न्यायवाक्यीय युक्ति के विषय में यह कहा जा सकता है कि तार्किक दृष्टि से यह असंभव है कि किसी भी वैध न्यायवाक्यीय युक्ति का आधारवाक्य सत्य हो और निष्कर्ष असत्य। कोई भी न्यायवाक्यीय युक्ति सत्य आधारवाक्य और सत्य निष्कर्ष रखते हुए भी अवैघ हो सकती है; क्योंकि किसी न्यायवाक्यीय युक्ति के वैध होने के लिए आवश्यक है कि न्यायवाक्य के पदों के बीच कथित तार्किक सम्बन्ध वही है; जो इसके आधारवाक्यों द्वारा कथित है या आधारवाक्यों में अन्तर्निहित है।

7.5 प्रथम आकृति के वैध आकारगत प्रयोग

M P
S M
∴ S P

प्रथम आकृति में न्यायवाक्यीय युक्ति में निम्नलिखित वैध अवस्थाएँ संभव है –

सभी गायिका सुर सम्राज्ञी हैं।
राधा गायिका है।
∴ राधा सुर सम्राज्ञी है।

उपर्युक्त आकृति में AAA अवस्था मानक निरपेक्ष तर्कवाकयों की है। न्यायवाक्य में आकारगत सत्यता है। इसलिए AAA अवस्था वाला न्यायवाक्य वैध है।इसी प्रकार यदि किसी न्यायवाकयीय युक्ति की अवस्था AII हो और वह प्रथम आकृति में है; तो ऐसी न्यायवाक्यीय युक्ति में आकारगत सत्यता होती है और वह वैध होती है; जैसे –

सभी मनुष्य विचारशील हैं
कुछ जीव मनुष्य हैं।
∴ कुछ जीव विचारशील हैं।

प्रथम आकृति में EAE अवस्था भी न्यायवाक्य में वैध अवस्था होगी; जैसे –

कोई भी जीव अमर नहीं है।

सभी मनुष्य जीव हैं।

∴ कोई भी मनुष्य अमर नहीं है।

प्रथम आकृति में EIO अवस्था आकारगत सत्यता रखने के कारण न्यायवाक्य में वैध होगी; जैसे –

कोई खिलाड़ी शाकाहारी नहीं है।

कुछ मनुष्य खिलाड़ी हैं।

∴ कुछ मनुष्य शाकाहारी नहीं है।

उपर्युक्त चार वैध अवस्थाओं के अतिरिक्त अन्य जितनी भी अवस्थाएँ प्रथम आकृति में संभव हैं; उसमें आकारगत सत्यता नहीं पायी जाता हैं। इसलिए AAA, AII, EAE और EIO अवस्था के अतिरिक्त अन्य अवस्था आकारिक सत्यता प्रथम आकृति में न रखने के कारण अवैध होती और तार्किक दृष्टि से वे तर्कदोष से युक्त होती हैं।

अरस्तू के न्यायवाक्यीय युक्ति सम्बन्धी सिद्धान्त |(Dictum de omni et mullo) प्रथम आकार में सरलता से लागू होता है। यह सिद्धान्त यह मानकर चलता है कि अपने पूर्ण निर्देश में किसी पद का विधान किया जाता है। दूसरे शब्दों में; मुख्य पद या साध्य पद जिस निरपेक्ष तर्कवाक्य में हैं; उसे A मानक आकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य होना चाहिए; दूसरा आधारवाक्य यह बतलाता है कि व्याप्त पद में कुछ वस्तुएँ सम्मिलित हैं। प्रथम आकृति की प्रमुख विशेषताएँ यह है कि –

1. मुख्य आधारवाक्य सर्वव्यापी मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होना चाहिए अर्थात् प्रथम आकृति में मुख्य आधारवाक्य A या E मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य हो सकता है।

2. पक्ष आधारवाक्य गुण की दृष्टि से स्वीकारात्मक होना चाहिए अर्थात् A या I मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होना चाहिए।

3. प्रथम आकृति ही एक ऐसी आकृति है; जिसमें A, E, I और O मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के रूप में निष्कर्ष फलित होता है।

7.6 द्वितीय आकृति की वैध अवस्थाएँ

$$\begin{array}{cc} P & M \\ S & M \\ \hline \therefore S & P \end{array}$$

द्वितीय आकृति में न्यायवाक्यीय युक्ति में निम्नलिखित वैध अवस्थाएँ संभव है; जिसमें आकारगत सत्यता अन्तर्निहीत हैं –

कोई भी मनुष्य पूर्ण नहीं है।

कुछ व्यक्ति पूर्ण नहीं हैं।

∴ कुछ व्यक्ति मनुष्य नहीं हैं

उपर्युक्त न्यायवाक्यीय युक्ति की अवस्था EIO हो; जिसमें आकारगत सत्यता है और न्यायवाक्य के किसी भी नियम का उल्लंघन नहीं होता है; जिसके कारण न्यायवाक्य वैध है। परन्तु अरस्तू ने इसे निर्बल अर्थ में ही वैध माना है।

द्वितीय आकृति का यह न्यायवाक्य भी आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध होगा; जैसे

सभी धातुएँ पदार्थ हैं।

कोई भी यौगिक पदार्थ नहीं है।

∴ कोई भी यौगिक पदार्थ नहीं है।

उपर्युक्त उदाहरण में न्यायवाक्य की अवस्था AEE है। इस अवस्था में आकारगत सत्यता होने के कारण यह अवस्था वैध है।

द्वितीय आकृति में ADD अवस्था का न्यायवाक्य भी आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध होता है; जिसका उदाहरण इस प्रकार है –

सभी घोड़े चतुष्पद हैं।

कुछ जीव चतुष्पद नहीं हैं।

∴ कुछ जीव घोड़े नहीं हैं।

द्वितीय आकृति में EAE अवस्था का न्यायवाक्य भी आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध है, जिसका उदाहरण इस प्रकार है –

कोई भी पूर्ण व्यक्ति मर्त्य नहीं है।

सभी मनुष्य मर्त्य हैं।

∴ कोई भी मनुष्य पूर्ण व्यक्ति नहीं है।

इस प्रकार द्वितीय आकृति के न्यायवाक्य के विभिन्न उदाहरणों से यह स्पष्ट होता है कि द्वितीय आकृति के न्यायवाक्य में EAE, AEE, ADD और EIO अवस्थाएँ आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध अवस्थाएँ है।

द्वितीय आकृति के वैध न्यायवाक्य में निम्नलिखित विशेषताएँ हैं –

1. मुख्य आधारवाक्य मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य का सर्वव्यापी तर्कवाक्य होना चाहिए अर्थात् A या E मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होना चाहिए।

2. मुख्य आधारवाक्य और अमुख्य आधारवाक्य में एक आधारवाक्य निषेधात्मक होना चाहिए।

7.7 तृतीय आकृति में वैध अवस्थाएँ

तृतीय आकृति –

$$\begin{array}{cc} M & P \\ M & S \\ \hline \therefore S & P \end{array}$$

तृतीय आकृति में न्यायवाक्य की निम्नलिखित वैध अवस्थाएँ आकारगत सत्यता के कारण संभव है – अवस्था AAI में आकारगत सत्यता पायी जाती है और यह अवस्था तृतीय आकृति में वैध है। AAI अवस्था का एक उदाहरण इस प्रकार है –

सभी मनुष्य विचारशील हैं।

सभी मनुष्य मर्त्य हैं।

कुछ मर्त्य विचारशील है।

परन्तु उपर्युक्त उदाहरण को अरस्तू निर्बल अर्थ में ही वैध मानते हैं।

AII अवस्था वाला न्यायवाक्य आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध है; जिसका उदाहरण इस प्रकार है –

सभी रोग कष्ट दायक हैं।

कुछ रोग उपचार योग्य हैं।

∴ कुछ उपचार योग्य वस्तुएँ कष्ट दायक हैं।

EAO अवस्था वाले मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को भी अरस्तू निर्बल अर्थ में वैध अवस्था मानते हैं; जैसे

कोई मनुष्य पूर्ण नहीं है।

सभी मनुष्य विचारशील हैं।

∴ कुछ विचारशील पूर्ण नहीं हैं।

परन्तु अरस्तू उपर्युक्त अवस्था को निर्बल अर्थ में ही वैध माना है। EIO अवस्था वाला मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध है; जिसका उदाहरण इस प्रकार है –

कोई मनुष्य देवता नहीं है।

कुछ मनुष्य असुर है।

∴ कुछ असुर मनुष्य नहीं हैं।

IAI अवस्था वाला न्यायवाक्य तृतीय आकृति में आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध हैं; जिसका उदाहरण इस प्रकार है।

कुछ मनुष्य चतुर हैं।

सभी मनुष्य मर्त्य हैं।

∴ कुछ मर्त्य चतुर हैं।

QAQ अवस्था वाला मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य तृतीय आकृति में आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध है, जिसका उदाहरण इस प्रकार
है –

कुछ गायिका नर्तकी नहीं हैं।

सभी गायिका कलाकार हैं।

∴ कुछ कलाकार नर्तकी नहीं हैं।

इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि तृतीय आकृति में AII, EIO, IAI और OAO अवस्था को ही आकारिक दृष्टि से पूर्ण मानते हुए सबल अर्थ में वैध अवस्था माना है। तृतीय आकृति के वैध मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में निम्नलिखित विशेषताएँ पायी जाती हैं –

1. अमुख्य आधारवाक्य स्वीकारात्मक होना चाहिए अर्थात् या तो A मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य या I मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होना चाहिए।

2. निष्कर्ष विशेष या अंशव्यापी मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होना चाहिए अर्थात् I या O मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होना चाहिए।

7.8 चतुर्थ आकृति में वैध अवस्थाएँ

चतुर्थ आकृति

P M
M S
∴S P

चतुर्थ आकृति में मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में निम्नलिखित अवस्थाओं में आकारगत सत्यता होने के कारण संभव अवस्थाएँ है; जो वैध हैं तथा जिसका उदाहरण इस प्रकार है –

सभी मनुष्य स्वार्थी हैं

सभी स्वार्थी असामाजिक हैं।

∴ कुछ असामाजिक मनुष्य हैं।

उपर्युक्त उदाहरण AAI अवस्था को अरस्तू पूर्ण अवस्था नहीं मानते हैं और इस अवस्था की वैधता को निर्बल अर्थ में ही स्वीकार करते हैं।

चतुर्थ आकृति में AEE अवस्था वाले मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में आकारगत सत्यता होने के कारण इस अवस्था को अरस्तू वैध अवस्था कहते हैं; जिसका उदाहरण इस प्रकार है –

सभी खिलाड़ी शाकाहारी हैं।

कोई भी शाकाहारी मांसाहारी नहीं है।

∴ कोई भी मांसाहारी खिलाड़ी नहीं है।

उपर्युक्त मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य है।

EAQ अवस्था वाले मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को अरस्तू ने निर्बल अर्थ में आकारगत सत्य मानते हैं। उदाहरणार्थ –

कोई भी चतुष्पद मनुष्य नहीं है।

सभी मनुष्य जीव हैं।

कुछ जीव चतुष्पद नहीं हैं।

EIO अवस्था वाले मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को अरस्तू वैध मानते हैं; क्योंकि इस अवस्था वाले मानक आकार में आकारगत सत्यता पायी
जाती है; उदाहरणार्थ –

कोई मनुष्य पूर्ण नहीं है।

कुछ पूर्ण विचारशील हैं।

कुछ विचारशील मनुष्य नहीं हैं।

चतुर्थ आकृति में IAI अवस्था में मानक आकार का न्यायवाक्य आकारगत सत्यता रखने के कारण वैध होता है; जिसका उदाहरण इस
प्रकार है –

कुछ गायिका समाजवादी हैं।

सभी समाजवादी शान्तिप्रिय हैं।

∴ कुछ शान्तिप्रिय गायिका हैं।

इस प्रकार चतुर्थ आकृति में वैध मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में निम्नलिखित विशेषताएँ पायी जाती है–

1. यदि मुख्य आधारवाक्य स्वीकारात्मक है; तो अमुख्य आधारवाक्य सर्वव्यापी मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होगा।
2. यदि अमुख्य आधारवाक्य स्वीकारात्मक है; तो निष्कर्ष विशेष या अंशव्यापी तर्कवाक्य होगा।
3. यदि कोई एक आधारवाक्य निषेधात्मक है; तो दूसरा आधारवाक्य स्वीकारात्मक होगा (मुख्य या अमुख्य आधारवाक्य)

7.9 निष्कर्ष

अतएवं निष्कर्ष के रूप में यह कहा जा सकता है कि किसी भी न्यायवाक्यीय युक्ति की 'वैधता' एवं 'अवैधता' उसके आकारिक सत्यता में अन्तर्निहित है। न्यायवाक्यीय युक्ति की आकारिक वैधता या अवैधता के परीक्षण से सम्बन्धित परम्परागत तर्कशास्त्रियों की विधि को आधुनिक तर्कशास्त्री पर्याप्त नहीं मानते हैं; क्योंकि युक्तियों में इतने आकार हैं कि पहले से ही उनको सिद्ध करने के साम्यानुमानों की रचना करना और उनको याद रखना कठिन कार्य हैं। यही कारण है कि आधुनिक तर्कशास्त्रियों ने न्यायवाक्यीय युक्ति की आकारिक 'वैधता' और 'अवैधता' के परीक्षणार्थ किसी अन्य शक्तिशाली पद्धति का अनुभव किये। आधुनिक तर्कशास्त्री न्यायवाक्य की परीक्षा हेतु जार्ज बूलिये के गणितीय पद्धति, एवं वेन रेखा चित्र की भी सहायता लिया और न्यायवाक्य के आकारिक वैधता एवं अवैधता के परीक्षण में आने वाली जटिलता को दूर करने का प्रयास किया है।

7.10 सारांश

अरस्तू के न्यायवाक्यीय युक्ति निगमनात्मक अनुमान पर आधारित है। यह व्यवहित अनुमान का ही एक रूप है; जिसमें दो आधारवाक्यों से एक निष्कर्ष प्राप्त किया जाता है। इस प्रकार न्यायवाक्यीय युक्ति में कुल तीन मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होते हैं; जिसमें उद्देश्य और विधेय तथा मध्यम पद के रूप में तीन पदों का प्रयोग होता है

और प्रत्येक पद दो बार प्रयोग होते हैं। अतएव दो बार प्रत्येक पद के प्रयुक्त होने के कारण पदों की संख्या छः हो जाती हैं; किन्तु ये पद उद्देश्य, विधेय और मध्यम पद के रूप में तीन हैं; जिन्हें प्रतीकात्मक भाषा में उ, वि और म के रूप में व्यक्त किया जाता है। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के तीनों तर्कवाक्य (दो आधारवाक्य और एक निष्कर्ष) मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य होते हैं। इसीलिए अरस्तू ने इसे मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के रूप में वर्णित किया है। न्यायवाक्यीय युक्ति द्वारा अरस्तू न्यायवाक्य के आकारिक सत्यता के आधार युक्ति की वैधता या अवैधता को बताने का प्रयास किया है।

7.11 बोध प्रश्न

1. न्यायवाक्यीय युक्ति किसे कहते हैं? यह बताइये कि क्या वह सान्तरानुमान का एक रूप हैं तथा निगमनात्मक अनुमान है? विवेचन कीजिए।
2. न्यायवाक्यीय युक्ति की प्रमुख विशेषताओं का विवेचन कीजिए।
3. प्रथम आकार के न्यायवाक्यीय युक्ति को पूर्ण आकार क्यों कहते हैं? अरस्तू के न्यायवाक्यीय युक्ति सम्बन्धी सिद्धान्त (Dictum de Omni et mullo) की व्याख्या कीजिए।
4. न्याय वाक्यीय युक्ति का स्वरूप स्पष्ट करते हुए यह बताइये कि उसकी सत्यता किन बातों पर निर्भर करती है।

7.12 उपयोगी पुस्तकें :

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ. संगमलाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ
डॉ. नीलिमा मिश्रा

....000....

इकाई –08 : न्यायवाक्य के परीक्षणार्थ वेन रेखाचित्र विधि
(Venn Diagram Technique for Testing Syllogism)

इकाई की रूपरेखा

8.0 उद्देश्य

8.1 प्रस्तावना

8.2 जार्ज बूलिये द्वारा मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों का प्रतीकों में वर्णन

8.3 तार्किक दृष्टि से मानक आकार के निरपेक्ष तर्कवाक्य के वर्ग मूल्य

8.4 आधुनिक तर्कशास्त्री जार्ज बूलिये द्वारा मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य का समीकरण के रूप में निदर्शन

8.5 वेन रेखा चित्र विविध द्वारा जार्ज बूलिये के समीकरण का निर्देशन

8.6 मानक आकार के चारों निरूपाधिक या निरपेक्ष तर्कवाक्यों का वेन रेखा चित्र विधि द्वारा प्रदर्शन

8.7 न्यायवाक्य के परीक्षणार्थ वैन रेखाचित्र विधि

8.8 वेन रेखाचित्र विविध द्वारा छायांकन के आवश्यक नियम और वेन महोदय के रेखाचित्र विधि द्वारा न्यायवाक्य के वैधता या अवैधता के निर्धारण के नियम

8.9 वेन रेखाचित्र विधि द्वारा मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैधता या अवैधता का परीक्षण

8.10 अंशव्यापी आधार वाक्य वाले मानक निरपेक्ष न्याय वाक्य का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा परीक्षण

8.11 निष्कर्ष

8.12 सारांश

8.13 बोध प्रश्न

8.14 उपयोगी पुस्तकें

8.0 उद्देश्य –

परम्परागत तर्कशास्त्र में अरस्तू ने निगमनात्मक अनुमान में सान्तरानुमान को प्रमुखता दिया था। सान्तरानुमान निगमन की वह पद्धति है; जिसमें निरपेक्ष तर्कवाक्यों वाली युक्तियों की सहायता से अनुमान किया जाता है। मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों वाली ऐसी युक्तियों को अरस्तू मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य कहते हैं। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य वाली युक्तियों में तीन मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों का प्रयोग किया जाता है; जिसमें दो आधारवाक्य और एक निष्कर्ष होता है। इस प्रकार के न्यायवाक्यीय युक्ति द्वारा अरस्तू न्यायवाक्य के आकारागत सत्यता का परीक्षण करते है और युक्ति की 'वैधता' या अवैधता को निर्धारित करते हैं। अरस्तू का यह मानना था कि ऐसी सभी न्यायवाक्यीय युक्तियाँ; जिसमें आकारगत सत्यता पायी जाती है; वे सभी 'वैध' है। ऐसी न्यायवाक्यीय युक्तियों में आधारवाक्य के सत्य होने पर निष्कर्ष अनिवार्यतः सत्य होता है। परन्तु अरस्तू ने न्यायवाक्यीय युक्ति की वैधता के परीक्षण के लिए आकारगत सत्यता के परीक्षण को प्रमुखता दिया है और न्यायवाक्यीय युक्ति की अनेक अवस्थाएँ संभव है; जिसके कारण आकारगत सत्यता का परीक्षण अत्यन्त जटिल हो जाता है; क्योंकि बहुत से आकार को याद रखना बहुत ही कठिन है। यही कारण है कि आधुनिक तर्कशास्त्री एवं गणितज्ञ जार्ज बूलिये एवं वेन महोदय ने न्यायवाक्यीय युक्ति के वैधता और अवैधता के लिए गणित एवं रेखाचित्र की सहायता लिया है। इस इकाई का उद्देश्य न्यायवाक्य की वैधता एवं वैधता कापरीक्षण जार्ज बूलिये की गणितीय पद्धति एवं वेन महोदय के रेखा चित्र विधि द्वारा करना है।

8.1 प्रस्तावना

साधारण व्यवहार में जो युक्तियाँ दी जाती है; उसमें आधारवाक्यों एवं निष्कर्ष का कोई निश्चित क्रम नहीं होता है और न ही उसमें प्रयुक्त तर्कवाक्य मानक आकार में होते हैं। व्यावहारिक दृष्टि से ऐसी युक्तियों को ठीक समझा जाता है। परन्तु यदि किसी न्यायवाक्य के वैधता की परीक्षा करनी हो; तो उसे मानक आकार में रखना आवश्यक होता है। न्यायवाक्य के मानक आकार की दो विशेषताएँ हैं –

(i) मानक आकार वाले न्यायवाक्य में प्रयुक्त तर्कवाक्य मानक आकार में होते हैं।

(ii) न्यायवाक्य के मानक आकार में प्रयुक्त तर्कवाक्यों की एक निश्चित व्यवस्था होती है। इसमें सबसे पहले मुख्य या साध्य आधारवाक्य आता है; उसके बाद अमुख्य या पक्ष वाक्य आता है और अन्त में निष्कर्ष का कथन होता है। वास्तविकता यह है कि निरूपाधिक न्यायवाक्य तीन निरपेक्ष तर्कवाक्यों की ऐसी युक्ति है; जिसमें दो आधारवाक्यों के मेल से निष्कर्ष निकाला जाता है। इसमें दो आधारवाक्यों से निष्कर्ष निकाले जाने के कारण ही इसे व्यवहित या सान्तरानुमान कहते हैं। न्यायवाक्य निगमनात्मक अनुमान का ही रूप है। यदि एक न्यायवाक्य में ऐसी बात कही गयी हैं; जो आधारवाक्यों में निहित नहीं है; तो ऐसा न्यायवाक्य आकारिक दृष्टि से सत्य न होने के कारण अवैध कहा जाएगा। इस प्रकार किसी न्यायवाक्य की वैधता या अवैधता उसके आकार की विशेषता है और यह वैधता या अवैधता न्यायवाक्य में कथित विषय–वस्तु की सत्यता पर निर्भर नहीं है। तर्कशास्त्रियों ने न्यायवाक्य के संभव आकार निश्चित किये हैं। किसी न्यायवाक्य में आकारागत सत्यता तभी संभव है; जब उसके आधारवाक्य एवं निष्कर्ष में उचित तार्किक सम्बन्ध पायाजाए।

आधुनिक तर्कशास्त्री जार्ज बूलिये और वेन महोदय ने न्यायवाक्य के वैधता एवं अवैधता के परीक्षण में आने वाली कठिनाइयों को दूर करने के लिए प्रतीकात्मक भाषा एवं वेन रेखाचित्र की सहायता लिए हैं। वेन महोदय द्वारा न्यायवाक्य के वैधता और अवैधता के लिए प्रस्तुत रेखाचित्र विधि को ही वेन रेखाचित्र विधि के रूप में जाना जाता है। वेन महोदय ने वेन रेखाचित्र द्वारा वर्ग सम्बन्धी तर्कवाक्यों को सरलता से चित्रित किया है। निरपेक्ष न्यायवाक्य में प्रयुक्त निरपेक्ष्स तर्कवाक्य भी वर्ग सम्बन्धी कथन को ही करते हैं। इसलिए वेन महोदय का यह मानना है कि न्यायवाक्य को भी वेन रेखाचित्र के माध्यम से चित्रित किया जा सकता है। वेन महोदय का कहना है कि न्यायवाक्य तीन पदों का सम्बन्ध प्रकट करता है और ये पद वर्ग के विषय में सूचना देते हैं। इसलिए न्यायवाक्य की वैधता या अवैधता का परीक्षण तीन पदो ंके अनुरूप एक दूसरे को काटते हुए तीन वृत्तों के माध्यम से चित्रित करके की जा सकती है।

8.2 जार्ज बूलिये द्वारा मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों का प्रतीकों में वर्णन

वेन महोदय के वेन रेखाचित्र विधि द्वारा न्यायवाक्य के वैधता एवं अवैधता के परीक्षण के पूर्व प्रसिद्ध तर्कशास्त्रती एवं गणितज्ञ जार्ज बूलिये ने मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के मूल्य को निर्धारित करते हुए इसे प्रतीकात्मक रूप में व्यक्त किया। जार्ज बूलिये ने यह स्पष्ट किया है कि मानक आकार के निरपेक्ष तर्कवाक्य शून्य वर्ग के विचार पर आधारित हैं। अतएव इसे प्रकट करने के लिए विशिष्ट प्रतीक O (शून्य) का प्रयोग किया जाता है।

8.3 तार्किक से दृष्टि मानक आकार के निरपेक्ष तर्कवाक्य के वर्ग मूल्य

तार्किक दृष्टि से मानक आकार के निरूपाधिक तर्कवाक्य के दो मूल्य होते हैं – रिक्त और अरिक्त। प्रत्येक वर्ग या तो रिक्त अर्थात् शून्य (O) होता है या अरिक्त अर्थात् शून्य नहीं ($\neq$ O) होता है। यदि यह मान लिया जाए कि S (उ) एक वर्ग है और [(Subject) उ = उद्देश्य]रिक्त वर्ग है, तो इसका प्रतीक S (उ) = O होगा। इसी प्रकार यदि S रिक्त वर्ग नहीं है; तो इसका प्रतीक $S \neq O$ होगा। इस प्रकार रिक्त वर्ग का समीकरण S = O और अरिक्त वर्ग का समीकरण $S \neq O$ है।

8.4 आधुनिक तर्कशास्त्री जार्ज बूलिये के द्वारा मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य का समीकरण के रूप में निदर्शन

मानक आकार के निरूपाधिक या निरपेक्ष तर्कवाक्य दो वर्गों का निर्देश करते हैं। इन दो वर्गों की उभयनिष्ठता या उभय सदस्यता को इन दोनों वर्गों का गुणनफल (Common Product) कहते हैं। इस प्रकार आधुनिक तर्कशास्त्री जार्ज बूलिये के अनुसार मानक आकार के चारों निरूपाधिक तर्कवाक्यों का समीकरण निम्नलिखित रूप में होगा –

(i) A निरपेक्ष तर्कवाक्य का समीकरण के रूप में निदर्शन

1. सभी S (उ) P (वि) हैं।
2. ऐसा कोई नहीं है, जो S (उ) हो; किन्तु P (वि) न हो।
3. P (वि) न हो को P (वि) के ऊपर –[(चिह्न) पाई] लगाकर दर्शाते हैं अर्थात् $\overline{P}$ (वि)।
4. $S\overline{P}$ रिक्त वर्ग है।

5. S $\overline{P}$ को समीकरण के रूप में निम्नलिखित प्रकार से व्यक्त करते हैं –

$$S\overline{P} = O$$

इस प्रकार मानक आकार के A निरपेक्ष तर्कवाक्य को समीकरण के रूप में इस प्रकार व्यक्त किया जाता है –

$$S\overline{P} = O$$

या

—

उ वि = O

(ii) E मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य का समीकरण के रूप में निदर्शन

1. कोई S (उ) P (वि) नहीं है।
2. ऐसा कोई नहीं हैं; जो S (उ) P (वि) दोनों हो।
3. S P रिक्त वर्ग है (उ वि रिक्त वर्ग है)
4. E मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य को समीकरण के रूप में इस प्रकार दर्शाया जाता है –

$$S\ P = O$$

अथवा

उ वि = O

(iii) I मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य का समीकरण के रूप में निदर्शन

1. कुछ S (उ) P (वि) हैं।
2. कम से कम एक सदस्य ऐसा है, जो S (उ) P (वि) दोनों है।।
3. S (उ) P (वि) रिक्त वर्ग नहीं है अर्थात् अरिक्त है।
4. I मानक निरपेक्ष तर्कवाक्रू को समीकरण के रूप में इस प्रकार दर्शाया जाता है –
5. S $\overline{P}$ को समीकरण के रूप में निम्नलिखित प्रकार से व्यक्त करते हैं –

$$S\ P \neq O$$

अथवा

उ वि ≠ O

(iv) O मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य का समीकरण के रूप में निदर्शन

1. कुछ S (उ) P (वि) नहीं है।
2. कम से कम एक ऐसा सदस्य है; जो S (उ) है; किन्तु P (वि) नहीं है।
3. S (उ)$\overline{P}$ (वि) रिक्त वर्ग नहीं है अर्थात् S (उ)$\overline{P}$ (वि) अरिक्त है।
4. O मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य को समीकरण के रूप में इस प्रकार दर्शाया जाता है –

$$S\ \overline{P} \neq O$$

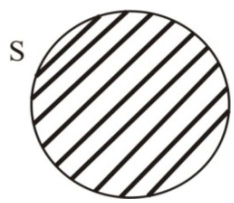
अथवा

उ $\overline{\text{वि}} \neq O$

8.5 वेन रेखाचित्र विधि द्वारा जार्ज बूलिये के समीकरण का निदर्शन :

आधुनिक तर्कशास्त्री जार्ज बूलिये ने चारों मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों का समीकरण के रूप में निदर्शन किया। जार्ज बूलिये के द्वारा मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों के समीकरण को रेखाचित्र विधि के द्वारा प्रदर्शित करने का कार्य वेन महोदय ने किया। तर्कशास्त्री वेन महोदय ने यह दिखाया कि निरपेक्ष या निरूपाधिक तर्कवाक्य जिन वर्गों का निर्देश करते हैं; उन तर्कवाक्यों को रेखाचित्र के रूप में छायांकन के द्वारा दर्शाया जा सकता है। उन्होंने यह दिखाया कि हम किसी वर्ग को उसको अभिहित करने वाले पद से नामांकित वृत्त द्वारा दर्शाया जा सकता है। वेन महोदय का यह कहना है कि यदि कोई वर्ग रिक्त है; तो उसे रेखाचित्र विधि द्वारा छायांकित करके दर्शाया जा सकता है; जैसे –

S = O अर्थात् O (उ) रिक्त है और O (उ) को दर्शाना है; तो इसे वेन रेखाचित्र द्वारा इस प्रकार दर्शायेंगे –

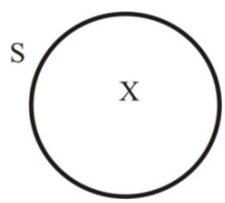


उपर्युक्त छायांकन द्वारा यह दर्शाया गया है कि S वर्ग रिक्त है अर्थात् शून्य (O) है।

यदि कोई वर्ग रिक्त नहीं है अर्थात् अरिक्त है; तो उसे वेन रेखाचित्र विधि द्वारा x (Cross) द्वारा दर्शाया जाता है; जिसका तात्पर्य यह होता है कि इसके अन्दर कुछ सदस्य हैं; (कम से कम एक सदस्य है)। दूसरे शब्दों में यह कहा जा सकता है कि ऐसा वर्ग अरिक्त है; जिसे समीकरण के रूप में इस प्रकार लिखा जाता है

S (उ) ≠ O अर्थात् S (उ) अरिक्त है शून्य (O) नहीं है।

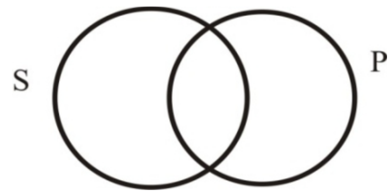
यदि S (उ) ≠ O समीकरण को वेन रेखाचित्र विधि के द्वारा दर्शाना है; तो इसे वेन रेखाचित्र द्वारा इस प्रकार दर्शाया जाएगा –



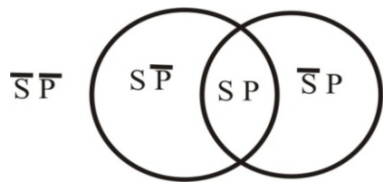
उपर्युक्त छायांकन द्वारा यह दर्शाया गया है कि S (उ) वर्ग अरिक्त है अर्थात् शून्य (O) नहीं है।

इस प्रकार वेन रेखाचित्र विधि में एक वर्ग को दर्शाने के लिए एक वृत्त का प्रयोग किया जाता है; किन्तु निरपेक्ष या निरूपाधिक तर्कवाक्य में दो वर्गों S (उ) और P (वि) के सम्बन्ध का

कानि किया जाता है। अतएव रेखाचित्र विधि द्वारा दोनों वर्गों के सम्बन्ध के कथन को दर्शाने के लिए दो वृत्तों की आवश्यकता होती है; जो परस्पर एक दूसरे को काटते हुए होते हैं; जैसे–



उपर्युक्त वृत्त के भाग हैं; जिसे निम्नलिखित रूप में दर्शाया जा सकता है –



8.6 मानक आकार के चारों निरूपाधिक या निरपेक्ष तर्कवाक्यों का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा प्रदर्शन

मानक निरपेक्ष निरूपाधिक तर्कवाक्यों के चारों प्रकारों (A, E, I और O) के समीकरण को वेन रेखाचित्र द्वारा इस प्रकार दर्शाया जा सकता

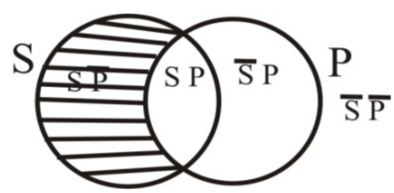
है –

(i) **A मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के समीकरण का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा प्रदर्शन**

$S\overline{P} = O$

अथवा

उ वि = O



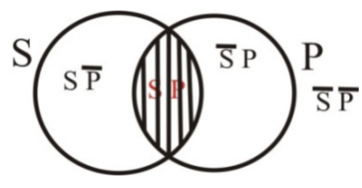
यहाँ पर स्पष्ट रूप से यह समझ लेना आवश्यक है कि उपर्युक्त समीकरण में $\overline{P}$ या वि से तात्पर्य none - P (या अ वि अर्थात् वि के बाहर जो उ है) अर्थात् P के बाहर जो S या उ का भाग है; वह रिक्त है अर्थात् शून्य (O) है। इसलिए P (वि) के बाहर जो S का भाग है, उसे ही छायांकित करके रिक्त या शून्य दिखाया जाता है यहाँ रिक्त दिखाने से तात्पर्य यह है कि S (उ) पूर्णतः P (वि) में समाहित है।

(ii) **E मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के समीकरण का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा प्रदर्शन**

S P = O

अथवा

उ वि = O



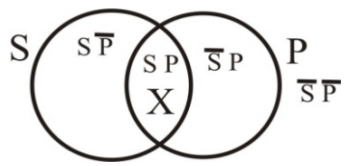
उपर्युक्त समीकरण का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा छायांकन में यह दर्शाया गया है कि S (उ) और P (वि) दोनों वर्ग का गुणनफल रिक्त है अर्थात् S (उ) और P (वि) दोनों वृत्त का जो सम्मिलित भाग है; उसे छायांकित करके यह दर्शाया जाता है कि S (उ) और P (वि) पूर्ण वर्ग एक दूसरे से अलग है अर्थात् S और P दोनों वर्ग के सदस्य एक दूसरे से पूर्णतः अलग है।

(iii) **I मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के समीकरण का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा प्रदर्शन**

$S\ P \neq O$

अथवा

वि ≠ O



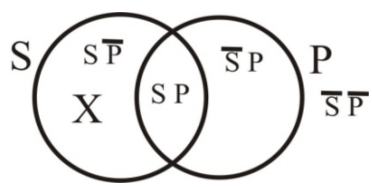
उपर्युक्त समीकरण में यह बताया गया है कि S (उ) और P (वि) दोनों वृत्त का जो सम्मिलित भाग है; वह रिक्त नहीं है अर्थात् अरिक्त है अर्थात् शूनय नहीं O नहीं) है। दूसरे शब्दों में यह कहा जा सकता है कि S (उ) और P (वि) दोनों वृत्त के सम्मिलित भाग में कम से कम एक सदस्य है जो S (उ) और P (वि) दोनों हैं। इसलिए S (उ) P (वि) दोनों वृत्त के सम्मिलित भाग को वेन रेखाचित्र विधि द्वारा दर्शाने के लिए उस भाग में X (Cross) का चिह्न लगा देते हैं और इस X चिह्न द्वारा यह दर्शाते हैं कि S P (उ वि) का सम्मिलित भाग शून्य (O) नहीं है।

(iv) **O मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के समीकरण का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा प्रदर्शन**

$S\ \overline{P} \neq O$

अथवा

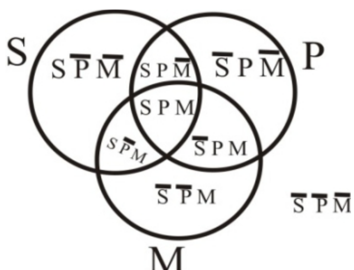
उ वि ≠ O



उपर्युक्त समीकरण को वेन रेखाचित्र विधि द्वारा दर्शाते हुए यह दिखाया गया है कि $\overline{P}$ अर्थात् none-P (अवि अर्थात् वि पूर्ण वर्ग के बाहर जो उ का भाग है) अर्थात् P (वि) वृत्त के बाहर का जो S (उ) का भाग है; वह रिक्त नहीं है अर्थात् उ वर्ग रिक्त नहीं है अर्थात् उ वर्ग शून्य नहीं है O नहीं है)। दूसरे शब्दों में यह कहा जाता है कि P (वि) वृत्त के बाहर का जो भाग है; उसमें कम से कम एक सदस्य ऐसा है; जो S (उ) हैं; किन्तु P (वि) नहीं है। इसलिए P (वि) के बाहर S (उ) के भाग को दर्शाने के लिए S (उ) भाग में X (Cros) चिह्न लगाते हैं। यहाँ S (उ) भाग में (Cross) क्रास (X) चिह्न लगाने का तात्पर्य यह है कि S (उ) वर्ग का कम से कम एक सदस्य ऐसा है; जो P (वि) वर्ग का सदस्य नहीं है अर्थात् वि पूर्ण वर्ग से उ वर्ग का कम से कम एक सदस्य बाहर ळें

8.7 न्यायवाक्य के परीक्षणार्थ वेन रेखाचित्र विधि (Venn Diagram Technique for Testing Syllogism)

मानक निरपेक्ष तर्कवाक्यों को वेन रेखाचित्र द्वारा दर्शाने के लिए दो वृत्त परस्पर काटते हुए खींचने की आवश्यकता थीं, किन्तु वेन रेखाचित्र द्वारा मानक निरपेक्ष न्यायवाक्यों के परीक्षणार्थ तीन पदों; उ (उद्देश्य पद) वि (विधेय पद) और म (मध्यम पद) के अनुरूप तीन परस्पर एक दूसरे को काटते हुए वृत्त खींचे जाने की अवश्यकता पड़ती है; क्योंकि मानक न्यायवाक्य के दोनों आधारवाक्यों में तीन अलग–अलग पद, मुख्य पद या साध्य पद (जो निष्कर्ष का विधेय पद है), अमुख्य पद या पक्ष पद (जो निष्कर्ष का उद्देश्य पद है) तथा मध्यम पद (जो मुख्य आधारवाक्य और अमुख्य आधारवाक्य को एक दूसरे से जोड़ता है) प्रयुक्त होते हैं; जिन्हें क्रमशः S (उ) और P (वि) और M (म) अक्षर के प्रतीकों के माध्यम से दर्शाया जाता है। सर्वप्रथम दो वृत्त हम इस प्रकार खींचते हैं; जैसे किसी मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य को दर्शाने के लिए एक दूसरे को परस्पर काटते हुए खींचते हैं और तत्पश्चात् उन दोनों परस्पर काटते हुए वृत्तों के नीचे एक तीसरा वृत्त दोनों वृत्तों को काटते हुए खींचते हैं। उसी क्रम में हम तीनों वृत्तों का नाम S (उ) P (वि) और M (म) प्रतीक के रूप में देते है। तीन परस्परव्यापी S, P और M नामक वृत्त आठ वर्गों को दर्शाते हैं; जो इस प्रकार है –$S\,\bar{P}\bar{M}$, $S\,P\bar{M}$, $\bar{S}\,P\bar{M}$, $S\,\bar{P}\,M$, $S\,P\,M$, $\bar{S}P\,M$, $\bar{S}\bar{P}M$ और $\bar{S}\bar{P}\bar{M}$। इन पूर्वोक्त वर्णित विभिन्न वर्गों को न्यायवाक्य में चित्रित करने के लिए तीन परस्परव्यापी वृत्तों आठ भागों को वेन रेखाचित्र विधि द्वारा इस प्रकार दर्शाया जा सकता है –



परस्पर काटते हुए तीनों वृत्तों में $\bar{S}\bar{P}\bar{M}$ भाग अन्तर्निहित नहीं होता है।

8.8 वेन रेखा चित्र विधि द्वारा छायांकन के आवश्यक नियम और वेन महोदय के रेखाचित्र विधि द्वारा न्यायवाक्य के वैधता या अवैधता के निर्धारण के नियम–

वेन रेखाचित्र विधि द्वारा किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की वैधता की परीक्षा के लिए निम्नलिखित नियम का पालन करना आवश्यक है –

1. आधारवाक्यों में प्रयुक्त तीनों पदों S (उ) और P (वि) को दर्शाने के लिए तीन परस्परव्यापी वृत्त खींचते हें; उपरोक्त वृत्त में जैसे वृत्त को खींचा गया है2. तीनों वृत्तों के परस्परव्यापी रेखाचित्र में ऊपर के बायीं ओर के वृत्त का रेखाचित्र S (उ) [(अमुख्य पद या पक्ष पद (Minor Term)] के रूप में जाना जाता है, दायीं ओर के परस्परव्यापी रेखाचित्र के वृत्त को P (वि) [(मुख्य पद या साध्य पद) (Minor Term)] एवं नीचे की ओर के परस्परव्यापी वृत्त को M (म) [(मध्यम पद या हेतु पद) (Middle Term)] के रूप में नामांकित करते हैं।
3. वेन रेखाचित्र विधि द्वारा सर्वव्यापी तर्कवाक्यों को दर्शाया जाता है।
4. क्रास X (Cross) चिह्न का प्रयोग अंशव्यापी तर्कवाक्यों को दर्शाने के लिए किया जाता है।

5. छायांकन या X (Cross) केवल आधारवाक्यों का ही किया जाता है।

6. यदि किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में सर्वव्यापी या सामान्य (Universal) और अंशव्यापी या विशेष (Particular) दोनों ही आधारवाक्य हों; तो सर्वव्यापी आधारवाक्य; चाहे वह मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में मुख्य या साध्य आधारवाक्य के रूप में या अमुख्य आधारवाक्य के रूप में प्रयुक्त हुआ हो; ऐसी अवस्था में सर्वव्यपी आधारवाक्य का ही छायांकन किया जाएगा।

7. यदि मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में दोनों आधारवाक्य परिमाण की दृष्टि से सर्वव्यापी या सामान्य या अंशव्यापी या विशेष हो; तो मुख्य आधारवाक्य और अमुख्य आधारवाक्य में किसी का भी छायांकन या क्रास (X) को पहले और बाद में चित्रित किया जा सकता है।

8. अंशयापी आधारवाक्यों को चित्रित करते समय यदि रेखाचित्र के दो भाग ऐसे हों; जो क्रास (X) चिह्न के संभावित क्षेत्र मे हो; तो उन दोनों में 'X' (क्रास) को किसी संभावित क्षेत्र में न लगाकर उसकी विभाजक रेखा पर X (क्रास) लगाना चाहिए। यदि क्रास (X) किसी विभाजक रेखा पर लगाना पड़ता है; तो मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध हो जाएगा।

9. अंशव्यापी या विशेष आधारवाक्य वाले निरपेक्ष तर्कवाक्यों को चित्रित करते समय यदि वृत्त के दो भाग ऐसे हो; जिसके एक भाग में सर्वव्यापी मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य का छायांकन हो चुका है; तो जो भाग खाली होगा उसी में X (क्रास) लगाया जाएगा; क्योंकि सर्वव्यापी के छायांकन वाले भाग में X (क्रास) नहीं लगाया जा सकता है।

10. सर्वव्यापी या सामान्य (Universal) मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य के छायांकन पर फिर सर्वव्यापी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का छायांकन हो सकता है और ऐसा होने पर जाली की रचना होगी तथा न्यायवाक्य अवैध होगा।

11. सर्वव्यापी या सामान्य तर्कवाक्य के छायांकन पर अंशव्यापी या विशेष मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य का क्रास (X) चिह्न नहीं लगाया जा सकता।

12. कोई भी मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य तभी वैध होगा, जब आधारवाक्य के चित्रित भाग निष्कर्ष में भी व्यक्त हो जाय। यदि आधारवाक्य के द्वारा चित्रित (छायांकित) भाग में जाली बनती है या क्रास (X) चिह्न किसी वृत्त के लाइन (रेखा) पर अंकित होता है; तो भी न्यायवाक्य अवैध होगा।

8.9 वेन रेखाचित्र विधि के द्वारा मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैधता या अवैधता का परीक्षण

(1) A सर्वव्यापी या सामान्य मानक निरपेक्ष आधारवाक्यों वाले मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा परीक्षण

यदि किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के दोनों आधारवाक्य सर्वव्यापी या सामान्य मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य हो; तो उसमें किसी भी आधारवाक्य का छायांकन (अर्थात् मुख्य आधारवाक्य और अमुख्य आधारवाक्य में से किसी आधारवाक्य का छायांकन पहले किया जा सकता है; जैसे –

सभी कलाकार (M) समाजवादी (P) हैं।

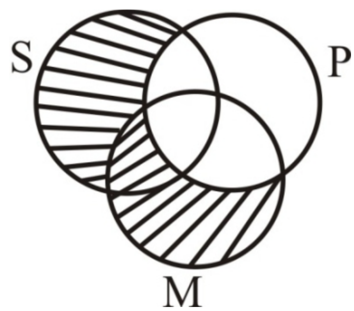
सभी नृत्यांगना (S) कलाकार (M) हैं।

∴ सभी नृत्यांगना (S) समाजवादी (P) हैं।

न्यायवाक्य की अवस्था –A A A

न्यायवाक्य की आकृति – प्रथम

$$\begin{array}{lll} A & M\ \bar{P} & = O \\ A & S\ \bar{M} & = O \\ \hline A & \therefore S\ \bar{P} & = O \end{array}$$



आधारवाक्यों के छायांकन से निष्कर्ष का भी छायांकन हो गया है। अतः उपर्युक्त न्यायवाक्य वैध है।

उदाहरण –2

सभी हिन्दू (P) सहिष्णुतावादी (M) हैं।

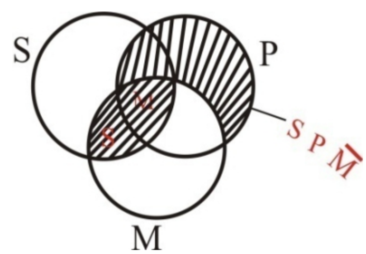
कोई मुस्लिम (S) सहिष्णुतावादी (M) नहीं हैं।

∴ कोई मुस्लिम (S) हिन्दू (P) नहीं हैं।

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था –A E E

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की आकृति – द्वितीय

$$\begin{array}{lll} A & P\ \bar{M} & = O \\ E & S\ M & = O \\ \hline E & \therefore S\ P & = O \end{array}$$



आधारवाक्यों के छायांकन से निष्कर्ष का भी छायांकन हो गया है। अतएव मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य ध है।

उदाहरण –3

सभी मनुष्य (M) सामाजिक (P) प्राणी हैं।

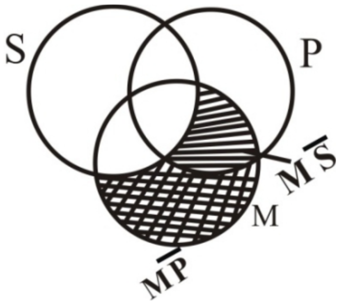
सभी मनुष्य (M) बुद्धिमान (S) हैं।

∴ सभी बुद्धिमान (S) समााजिक (P) प्राणी हैं।

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था –A A A

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की आकृति – तृतीय

$$\begin{array}{llr} A & M\ \overline{P} & = O \\ A & M\ \overline{S} & = O \\ \hline A & \therefore S\ \overline{P} & = O \end{array}$$



आधारवाक्यों के छायांकन से निष्कर्ष का छायांकन न होकर जाली बन गया है। अतः मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध है।

उदाहरण –4

कोई कवि (M) गणितज्ञ (P) नहीं हैं।

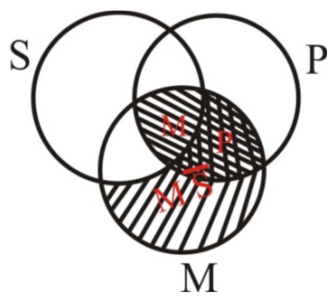
सभी कवि (M) दार्शनिक (S) हैं।

∴ कोई दार्शनिक (S) गणितज्ञ (P) नहीं हैं।

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था –E A E

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की आकृति – तृतीय

$$\begin{array}{llr} E & M\ P & = O \\ A & M\ S & = O \\ \hline E & \therefore S\ P & = O \end{array}$$



उपर्युक्त रेखाचित्र में आधारवाक्यों के छायांकन से निष्कर्ष छायांकन नहीं हो पाता है और जाली बन जाती है। अतः मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध है।

8.10 अंशव्यापी आधारवाक्य वाले मानक वाले मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा परीक्षण सामान्य नियम

1. अंशव्यापी आधारवाक्य रखने वाले मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में वेन रेखाचित्र विधि द्वारा क्रास (X) लगाकर दर्शाया जाता है।
2. यदि मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में दोनों आधारवाक्यों में से एक आधारवाक्य सर्वव्यापी है; तो सबसे पहले वेन रेखाचित्र विधि द्वारा सर्वव्यापी आधारवाक्य का ही छायांकन किया जाएगा।
3. सर्वव्यापी आधारवाक्य के छायांकन में X (क्रास) चिह्न नहीं लगाया जाता है।
4. यदि वृत्त का एक भाग छायांकित हो गया है और उसका कोई भाग खाली है; तो खाली भाग में ही क्रास (X) चिह्न लगेगा।

5. यदि क्रास (X) चिह्न जिस भाग लगाना हो; उसके दो भाग हो; तो क्रास (X) चिह्न दोनों के विभाजक रेखा पर लगाया जाएगा।

6. यदि क्रास (X) विभाजक रेखा या लाइन (रेखा) पर होगा; तो मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध होगा।

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का वेन रेखाचित्र विधि द्वारा परीक्षण

उदाहरण –1

सभी वकील (M) स्नातक (P) हैं।

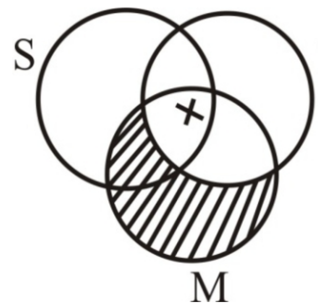
कुछ व्यापारी (S) वकील (M) हैं।

∴ कुछ व्यापारी (S) स्नातक (P) हैं।

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था –A I I

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की आकृति – प्रथम

$$\begin{array}{ll} A & M\overline{P} = O \\ I & SM \neq O \\ \hline I & \therefore SP \neq O \end{array}$$



उपर्युक्त मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में वे न रेखाचित्र द्वारा आधारवाक्यों का छायांकन बिना जाली बने या क्रास (X) चिह्न बिना लाइन पर
गये हो गया है। अतः मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य वैध है।

उदाहरण –2

कुछ धार्मिक (M) लेखक (P) नहीं हैं।

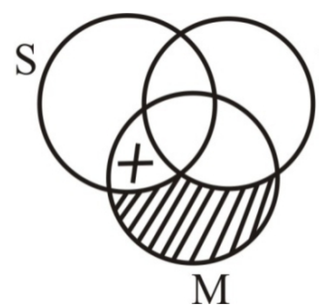
सभी धार्मिक (M) सन्त (S) हैं।

∴ कुछ संत (S) लेखक (P) नहीं हैं।

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था –O A O

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की आकृति – तृतीय

$$\begin{array}{ll} O & M\overline{P} \neq O \\ A & M\overline{S} = O \\ \hline O & \therefore SP \neq O \end{array}$$



उपर्युक्त मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में आधारवाक्यों का वेन रेखाचित्र द्वारा छायांकन हो गया है और क्रास चिह्न भी किसी लाइन पर नहीं लगाना पड़ा है। अतः न्यायवाक्य वैध है।

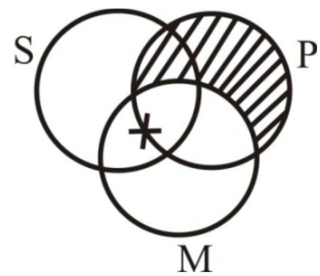
उदाहरण –3

सभी राजनीतिज्ञ (P) धनाढ्य (M) हैं।
कुछ जज (S) धनाढ्य (M) हैं।
∴ कुछ जज (S) राजनीतिज्ञ (P) हैं।

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था –A I I

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की आकृति – द्वितीय

$$\begin{array}{ll} O & P\overline{M} \neq O \\ O & S\overline{M} \neq O \\ \hline O & \therefore S\overline{P} \neq O \end{array}$$



उपर्युक्त न्यायवाक्य में आधारवाक्यों द्वारा निष्कर्ष का छायांकन नहीं हो सका है; क्योंकि अंशव्यापी आधारवाक्य वाले तर्कवाक्य का X चिह्न लाइन (रेखा) पर लगाना पड़ा है। अतः मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध है।

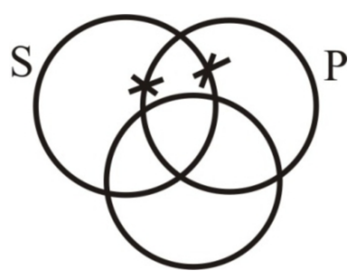
उदाहरण –4

कुछ बिल्लियाँ (P) स्तनपायी (M) नहीं हैं।
कुछ कुत्ते (S) स्तनपायी (M) नहीं हैं।
∴ कुछ कुत्ते (S) बिल्लियाँ (P) नहीं हैं।

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की अवस्था –O O O

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की आकृति – द्वितीय

$$\begin{array}{ll} O & P\overline{M} \neq O \\ O & S\overline{M} \neq O \\ \hline O & \therefore S\overline{P} \neq O \end{array}$$



उपर्युक्त उदाहरण में आधारवाक्यों द्वारा वेन रेखाचित्र विधि द्वारा आधारवाक्यों के द्वारा होने वाला X (क्रास) चिह्न लाइन पर लगाया गया है; जिसके कारण निष्कर्ष की पुष्टि नहीं हो पाती है। अतः मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध है।

8.11 निष्कर्ष

निष्कर्ष के रूप में यह कहा जा सकता है कि अरस्तू ने मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैधता या अवैधता के परीक्षण के लिए जो आकारगत नियम बताये थे; वे बहुत ही जटिल थे; क्योंकि उन नियमों से मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की वैधता या अवैधता के परीक्षण के लिए उन्हें याद रखना आवश्यक था। जार्ज बूलिये एवं वे महोदय द्वारा जो विधि प्रस्तुत की गयी; उसके द्वारा मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैधत और अवैधता का परीक्षा बहुत सरल हो गया। जार्ज बूलिये ने मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य को समीकरण के रूप में प्रस्तुत किया और वेन महोदय ने रेखाचित्र विधि को प्रस्तुत कर मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की वैधता और अवैधता बहुत ही सरल और बोधगम्य बना दिया।

8.12 सारांश

अरस्तू ने सान्तरानुमान की सहायता से मानक निरपेक्ष न्यायवाक्यीय युक्तियों के आकारगत सत्यता के आधार पर वैधता या अवैधता का परीक्षण करने का प्रयास किया है। प्रसिद्ध तर्कशास्त्री और गणितज्ञ जार्ज बूलिये ने मानक निरपेक्ष तर्कवाकयों को समीकरण के रूप में सूतीकरण किया और वेन महोदय ने वेन रेखाचित्र विधि द्वारा छायांकन के द्वारा चित्रित करके मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य की वैधता और अवैधता को सरलतापूर्वक लोगों तक प्रस्तुत किया।

8.13 प्रश्न बोध

निम्नलिखित प्रत्येक युक्ति को मानक आकार में लिखिए, इसकी अवस्था, और आकृति के नाम बताइए और वेन रेखाचित्रों द्वारा इसकी
वैधता की परीक्षा कीजिए –

1. कुछ सुधारक सनकी होते हैं, अतः कुछ आदर्शवादी सनकी है; क्योंकि सभी सुधारक आदर्शवादी होते हैं।
2. कुछ दार्शनिक कर्मशील आदमी हैं; अतः कुछ सैनिक दार्शनिक हैं; क्योंकि सभी सैनिक कर्मशील होते हैं।
3. कुछ स्तनपायी घोड़े नहीं हैं; क्योंकि कोई घोड़े किन्नर नहीं है और किन्नर स्तनपायी हैं।
4. कुछ रूग्णतांत्रिक परोपजीवी नहीं हैं; किन्तु सभी अपराधी परोपजीवी हैं; अतः रूग्णतांत्रिक अपराधी नहीं हैं।
5. जल के नीचे सभी जलयान पनडुब्बियाँ हैं; अतः कोई पनडुब्बी आनन्दप्रद जलयान नहीं है; क्योंकि कोई आनन्दप्रद जलयान जल के नीचे का जलयान नहीं है।
6. कोई अपराधी अगुआ नहीं था; क्योंकि सभी अपराधी तेज आदमी और कोई अगुआ तेज आदमी नहीं है।
7. कोई संगीतज्ञ अच्छा खिलाड़ी नहीं है, सभी संगीतज्ञ बेसबॉल के शौकीन नहीं हैं अतः कोई अच्छा खिलाड़ी बेसबॉल का शौकीन नहीं है।
8. कुछ ईसाई में थाडिस्ट नहीं है; क्योंकि कुछ ईसाई प्रोटेस्टेण्ट हैं और कुछ प्रोटेस्टेण्ट में थाडिस्ट नहीं है।
9. कुछ स्वार्थपरक व्यक्ति श्रद्धा पात्र है; क्योंकि कुछ शिक्षक स्वार्थपरक व्यक्ति हैं और सभी शिक्षक श्रद्धा पात्र हैं।

10. कुछ मनुष्य अनपढ़ नहीं हैं; क्योंकि कोई भी शिक्षक अनपढ़ नहीं हैं और सभी शिक्षक मनुष्य हैं।

11. कोई भारतीय सभ्य नहीं है; क्योंकि कोई भारतीय अंग्रेज नहीं है और सभी अंग्रेज सभ्य हैं।

12. कोई धनाढ्य व्यक्ति समाजवादी नहीं हैं; क्योंकि कोई भी धनाढ्य व्यक्ति सच्चा उदारवादी नहीं है और सभी समाजवादी सच्चे उदारवादी हैं।

8.13 उपयोगी पुस्तकें

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ. संगम लाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ

डॉ. नीलिमा मिश्रा

इकाई – 09 : नियम और तर्कदोष

इकाई की रूपरेखा

9.0 उद्देश्य

9.1 प्रस्तावना

9.2 नियम –1 और तर्क दोष

9.3 नियम –2 और तर्क दोष

9.4 नियम –3 और तर्क दोष

9.5 नियम –4 और तर्क दोष

9.6 नियम –5 और तर्क दोष

9.7 नियम –6 और तर्क दोष

9.8 निष्कर्ष

9.9 सारांश

9.10 बोध प्रश्न

9.11 उपयोगी पुस्तकें

9.0 उद्देश्य –

अरस्तू का निगमनात्मक अनुमान सान्तरानुमान या व्यवहित अनुमान है। व्यवहित अनुमान (Mediate Inference) निगमनात्मक अनुमान का वह रूप है; जिसमें दो आधारवाक्यों के मले से निष्कर्ष फलित होता है। अरस्तू का यह व्यवहित अनुमान मानक निरपेक्ष न्यायवाक्यीय युक्तियों पर आधारित था। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य ऐसी युक्तियाँ हैं; जिसके सभी तर्कवाक्य मानक निरपेक्ष तर्कवाकय होता है। अरस्तू ने मानक निरपेक्ष तर्कवाक्य को गुण एवं परिमाण के आधार पर चार प्रकार का बताया है –A, E, I और O। इन्हीं चार मानक आकार वाले निरपेक्ष तर्कवाक्यों पर ही अरस्तू अपने न्यायवाक्यीय युक्ति का विन्यास करते हैं। अरस्तू के न्यायवाक्यीय युक्ति का प्रमुख प्रयोजन सान्तरानुमान की निगमनात्मक युक्तियों के वैधता और अवैधता का परीक्षण करना था। अरस्तू का यह मानना था कि केवल ऐसा ही न्याय वैध हो सकता है और उसमें आकारगत सत्यता भी पायी जाएगी; जब किसी न्यायवाक्य के निष्कर्ष जो बात कही गयी हो; वह दोनों आधारवाक्यों में भी अन्तर्निहित हो। अरस्तू मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैधता के लिए कुछ नियम बतायें हैं और न्यायवाक्य बिना इन नियमों का पालन किये वैध नहीं हो सकता है। अरस्तू के द्वारा बताये गये इन नियमों के उल्लंघन होने पर न्यायवाक्य में आकारगत दोष आ जाता है। इस इकाई का प्रमुख उद्देश्य न्यायवाक्य के उन नियमों से अवगत कराना है; जिससे न्यायवाक्यीय युक्ति में आकारगत दोष से बचा जा सके।

9.1 प्रस्तावना

मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य एक प्रकार का सान्तरानुमान है। यह निगमनात्मक सान्तरानुमान है। अतएव इसमें केवल आकारिक सत्यता का ही दावा किया जाता है। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य आकारिक दृष्टि से ही सत्य या असत्य होने के कारण या तो 'वैध' होता है या 'अवैध' होता है। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को 'वैध' होने के लिए कुछ आधारभूत नियमों का पालन करना आवश्यक है। इसके 'वैध' होने के लिए छः नियम बताये गये है, जिनका यदि पालन किया गया हैं; तभी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य वैध होगा; अन्यथा 'अवैध' होगा। इसीलिए इन छः नियमों को मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के 'वैधता का नियम' (Rules of Valadity) कहा जाता है। जब छः नियमों का मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में उल्लंघन होता है; तो वह अवैध होता है और उसमें आकारगत तर्कदोष (Formal Fallacies) उतपन्न हो जाता है। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैधता के छः नियम निम्नलिखित हैं –

9.2 नियम –1 और तर्कदोष

किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को वैध होने के लिए यह आवश्यक है कि उस न्यायवाक्य में तीन और केवल तीन पद होने चाहिए और पूर्ण युक्ति में प्रत्येक पद एक ही अर्थ में प्रयुक्त हों।

जब मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में तीन पदों से अधिक पद होते है या सम्पूर्ण न्यायवाक्यीय युक्ति कोई पद एक से अधिक अर्थ में प्रयुक्त होता है; तो इस प्रकार के न्यायवाक्य में आकारिक तर्क दोष उत्पन्न हो जाता है। यह तर्कदोष दो प्रकार का होता है –

(A) चतुष्पदी तर्कदोष (Fallacy of Four Terms)

(B) अनेकार्थक तर्कदोष (Fallacy of Equivocation)

9.3 चतुष्पदी तर्कदोष (Fallacy of Four Terms)

जब किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में तीन से अधिक पद होते है; तो ऐसा मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य नियम –1 का उल्लंघन करता है और अवैध होता है। इस नियम का उल्लंघन करने पर न्यायवाक्य में आकारगत चतुष्पदी तर्कदोष (Formal Fallacy of Four Terms) उत्पन्न हो जाता है। मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में चतुष्पदी तर्कदोष में पदों की संख्या तीन से अधिक होने पर यह चार, पाँच, छः कुछ भी हो सकती है; किन्तु इसमें होने वाला तर्कदोष 'चतुष्पदी तर्कदोष' ही कहलाएगा। चतुष्पदी तर्कदोष से युक्त मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का एक उदाहरण इस प्रकार है –

कोई अनागरिक निवासी नहीं है।

सभी अमतदाता अनागरिक हैं।

∴ सभी मतदाता निवासी हैं।

उपर्युक्त उदाहरण न्यायवाक्य में मतदाता निवासी, अमतदाता एवं अनागरिक चार पद हैं; इसलिए चतुष्पदी तर्कदोष है।

9.4 अनेकार्थक तर्कदोष (Fallacy of Equivocation)

यदि किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में किसी पद का प्रयोग विभिन्न अर्थों में होता है; तो वहाँ अनेकार्थक तर्कदोष (Fallacy of Equivocation) उत्पन्न हो जाता है और न्यायवाक्य अवैध हो जाता है। यह तर्कदोष भी आकारिक तर्कदोष होता है; क्योंकि निगमनात्मक न्यायवाक्य के 'वैधता' के आवश्यक नियम के उल्लंघन से उत्पन्न होता है। किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में तीनपद होते हैं – मुख्य पद अमुख्य पद और मध्यम पद। इन तीनों पदों में से किसी पद को एक से अधिक अर्थ में प्रयुक्त किया जा सकता है। इसलिए अनेकार्थक तर्कदोष भी तीन प्रकार का होता है –

(i) अनेकार्थक मुख्य पद तर्कदोष (Fallacy of Ambiguious Major Term)

(ii) अनेकार्थक अमुख्य पद तर्कदोष (Fallacy of Ambiguious Minor Term)

(iii) अनेकार्थक मध्यम पद तर्कदोष (Fallacy of Ambiguious Middle Term)

(i) अनेकार्थक मुख्य पद तर्कदोष (Fallacy of Ambiguious Major Term)

जब किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में मुख्य पद का प्रयोग विभिन्न अर्थों में हुआ हो; तो वहाँ उत्पन्न होने वाला आकारिक तर्कदोष 'अनेकार्थक मुख्य पद तर्कदोष' होता है; जैसे –

धोबी की पत्नी स्त्री (Iron) नहीं है।

धोबिन धोबी की पत्नी है।

∴ धोबिन स्त्री (औरत) नहीं है।

उपर्युक्त उदाहरण में 'स्त्री' पद मुख्य पद है; क्योंकि निष्कर्ष का विधेय पद है। यहाँ निष्कर्ष में 'स्त्री' पद 'औरत' के अर्थ में और मुख्य आधारवाक्य में 'स्त्री' पद 'Iron' के अर्थ में प्रयुक्त हुआ है। इसलिए अनेकार्थक मुख्य पद तर्कदोष है।

(ii) अनेकार्थक अमुख्य पद तर्कदोष (Fallacy of Ambiguious Major Term)

जब किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में अमुख्य पद का प्रयोग विभिन्न अर्थों में हुआ होता है; तो वहाँ उत्पन्न होने वाला आकारिक तर्कदोष अनेकार्थक अमुख्य पद तर्कदोष या अनेकार्थक पक्ष तर्कदोष कहलाता है; जैसे –

कोई भी मनुष्य उड़ने वाला नहीं है।

सभी द्विज मनुष्य हैं।

∴ कोई द्विज उड़ने वाला नहीं है।

उपर्युक्त उदाहरण में 'द्विज' पद अमुख्य पद है; जो अमुख्य आधारवाक्य एवं निष्कर्ष दोनों में भिन्न–भिन्न अर्थों में प्रयुक्त हुआ है। अमुख्य आधारवाक्य में द्विज पद का अर्थ 'ब्राह्मण' से है और निष्कर्ष में द्विज पद का अर्थ 'पक्षी' से हे। इसलिए यहाँ अनेकार्थक अमुख्य पद तर्क दोष है।

(iii) अनेकार्थक मध्यम पद या अनेकार्थक हेतु पद तर्क दोष (Fallacy of Ambiguious Middle Term)

जब किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में मध्यम पद का प्रयोग विभिन्न अर्थों में हुआ होता है; तो वहाँ उत्पन्न होने वाला तर्कदोष अनेकार्थक मध्यम पद या अनेकार्थक हेतु पद तर्कदोष होता है; जैसे –

सभी द्विज जनेऊधारी है।

सभी पक्षी द्विज हैं।

∴ सभी पक्षी जनेऊधारी है।

उपर्युक्त उदाहरण में 'द्विज' पद मध्यम पद है, जो कि मुख्य आधारवाक्य और अमुख्य आधारवाक्य में प्रयुक्त हुआ है। मुख्य आधारवाक्य में 'द्विज' ब्राह्मण के अर्थ में और अमुख्य आधारवाक्य पक्षी के अर्थ में प्रयुक्त हुआ है। इसलिए अनेकार्थक मध्यम पद तर्कदोष है।

9.3 नियम –2 और तर्कदोष

किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को वैध होने के लिए यह आवश्यक होता है कि उस न्यायवाक्य के आधारवाक्य में मध्यम पद (Middle Term) कम से कम एक बार अवश्य व्याप्त (Distributed) हो। इस नियम का उल्लंघन होने पर न्यायवाक्य अवैध होगा और उसमें आकारगत तर्कदोष उत्पन्न हो जाएगा। न्यायवाक्य में मध्यम पद के आधारवाक्य में अव्याप्त होने पर अव्याप्त मध्यम पद तर्कदोष (Fallacy of Undistributed Middle Term) होता है; जैसे

सभी कुत्ते स्नतपायी हैं।

सभी बिल्लियाँ स्तनपायी हैं।

∴ सभी बिल्लियाँ कुत्ते हैं।

उपर्युक्त मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में अव्याप्त मध्यम पद तर्कदोष है; क्योंकि 'स्तनपायी' जो मुख्य आधारवाक्य का विधेय है और मध्यम पद के रूप में प्रयुक्त हुआ है तथा अमुख्य आधारवाक्य में भी मध्यम पद विधेय के रूप में प्रयुक्त हुआ है। मुख्य एवं अमुख्य दोनों ही आधारवाक्य A प्रकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य है और A प्रकार के निरपेक्ष तर्कवाक्य में विधेय पद P अव्याप्त होता है।

9.4 नियम –3 और तर्कदोष

किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को वैध होने के लिए यह आवश्यक होता है कि न्यायवाक्य में निष्कर्ष में कोई भी ऐसा पद व्याप्त नहीं हो सकता; जो आधारवाक्यों में अव्याप्त हो।

नियम –3 का उल्लंघन होने पर मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध होता है और उसमें आकारगत दो प्रकार का तर्कदोष उत्पन्न होता है; जो इस प्रकार है –

(i) अनियमित मुख्य पद या साध्य पद तर्कदोष (Fallacy of Illicit Major Term)

किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के निष्कर्ष में दो ही पद होते हैं – मुख्य पद या साध्य पद तथा अमुख्य पद या पक्ष पद। जब किसी न्यायवाक्य के निष्कर्ष में मुख्य पद व्याप्त हो और आधारवाक्य में अव्याप्त हो; तो न्यायवाक्य अवैध होगा और उसमें आकारगत अनियमित मुख्य पद तर्कदोष (Fallacy of illicit Major Term) उत्पन्न होता है; जैसे –

सभी हिन्दू आर्य हैं।

कोई पारसी हिन्दू नहीं है।

∴ कोई पारसी आर्य नहीं है।

उपर्युक्त उदाहरण में निष्कर्ष E प्रकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य है और E प्रकार के निरपेक्ष तर्कवाक्य में उद्देश्य पद (अमुख्य पद) तथा विधेय पद (मुख्य पद) दोनों ही व्याप्त होता है; जबकि मुख्य आधारवाक्य A का प्रकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य है; जिसमें केवल उद्देश्य पद व्याप्त होता है। चूँकि उद्देश्य पद के रूप में मुख्य आधारवाक्य में मध्यम पद आया है; इसलिए वह व्याप्त है ओर मुख्य पद जो कि विधेय पद के रूप में मुख्य आधारवाक्य में आया है; वह अव्याप्त है। इसलिए नियम–3 का यहाँ उल्लंघन हुआ है और यहाँ अनियमित मुख्य पद तर्कदोष है तथा न्यायवाक्य अवैध है।

(ii) अनियमित अमुख्य पद या पक्ष पद तर्कदोष (Fallacy of Illicit Minor Term)

जब किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के निष्कर्ष में अमुख्य पद (Minor Term) व्याप्त हो; किन्तु आधारवाक्य में अव्याप्त हो; तो वह न्यायवाक्य अवैध होगा और उसमें अनियमित अमुख्य पद तर्कदोष उत्पन्न हो जाएगा; जैसे –

सभी जापानी बौद्ध हैं।

सभी बौद्ध निरीश्वर वादी हैं।

∴ सभी निरीश्वरवादी जापानी है।

उपर्युक्त उदाहरण में निष्कर्ष में अमुख्य पद जो कि उद्देश्य पद के रूप में तर्कवाक्य में प्रयुक्त हुआ है; व्याप्त है। किन्तु अमुख्य आधारवाक्य जो कि A प्रकार का निरपेक्ष तर्क वाक्य है और उसमें अमुख्य पद विधेय पद के रूप में प्रयुक्त हुआ है। चूँकि A प्रकार के निरपेक्ष तर्कवाक्य में विधेय पद अव्याप्त होता है। इसलिए अमुख्य आधार में अमुख्य पद अव्याप्त है; जबकि निष्कर्ष में व्याप्त है; इसलिए यहाँ नियम –3 का उल्लंघन होने के कारण अनियमित अमुख्य पद तर्कदोष है और मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध है।

9.5 नियम –4 और तर्कदोष

किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को वैध होने के लिए यह आवश्यक है कि उसके दोनों आधारवाक्य निषेधात्मक नहीं होने चाहिए। इस नियम का उल्लंघन होने पर मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध होता है और उसमें निषेधात्मक आधारवाक्य तर्कदोष (Fallacy of Exclusive Premises) होता है; जैसे –

कोई भौतिकवादी धर्मात्मा नहीं है।

कुछ समाजवादी धर्मात्मा नहीं हैं।

∴ कुछ समाजवादी भौतिकवादी नहीं हैं।

उपर्युक्त मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में मुख्य आधारवाक्य E प्रकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य है और अमुख्य आधारवाक्य O प्रकार का निरपेक्ष तर्कवाक्य है। इस प्रकार मुख्य एवं अमुख्य दोनों ही आधारवाक्य निषेधात्मक है और न्यायवाक्य नियम–4 का उल्लंघन करता है। इसलिए मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध है और इसमें निषेधात्मक आधारवाक्य तर्कदोष (Fallacy of exclusive Premisses) है।

9.6 नियम –5 और तर्कदोष

किसी भी वैघ मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के लिए यह आवश्यक है कि यदि उसका कोई भी आधारवाक्य (मुख्य या अमुख्य आधारवाक्य में से एक आधारवाक्य) निषेधात्मक तो निष्कर्ष भी निषेधात्मक होगा।

नियम –5 का उल्लंघन होने पर मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध होता है और उसमें निषेधात्मक आधारवाक्य से स्वीकारात्मक निष्कर्ष निकालने का तर्कदोष (Fallacy of drawing an affirmative conclusion from Negative Premisses) होता है; जैसे –

सभी सैनिक राष्ट्रभक्त हैं।

कोई भी आतंकवादी राष्ट्रभक्त नहीं है।

∴ सभी आतंकवादी सैनिक हैं।

उपर्युक्त उदाहरण में मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य का अमुख्य आधारवाक्य निषेधात्मक और निष्कर्ष स्वीकारात्मक है। इसलिए मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध है और इसमें निषेधात्मक आधारवाक्य से स्वीकारात्मक निष्कर्ष निकालने का तर्कदोष पाया जाता है।

9.7 नियम –6 और तर्कदोष

किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैध होने के लिए यह आवश्यक होता है कि यदि उस न्यायवाक्य का निष्कर्ष विशिष्ट अर्थात् अंशव्यापी तर्कवाक्य (Particular Proposition) है; तो उसके दोनों आधारवाक्य सामान्य या सर्वव्यापी तर्कवाक्य नहीं हो सकते।

नियम –6 का उल्लंघन करने पर मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य अवैध होगा और उसमें 'सत्तात्मक तर्कदोष' (Existential Fallacy) उत्पन्नहो जाता है; जैसे –

सभी शेर मांसाहारी हैं।

सभी बिल्लियाँ मांसाहारी हैं।

∴ कुछ बिल्लियाँ शेर हैं।

उपर्युक्त उदाहरण में निष्कर्ष विशिष्ट प्रकार का I तर्कवाक्य है और मुख्य आधारवाक्य एवं अमुख्य आधारवाक्य सामान्य प्रकार के सर्वव्यापी स्वीकारात्मक A तर्कवाक्य है। इसलिए उपर्युक्त न्यायवाक्य अवैध है और इसमें सत्तात्मक तर्कदोष है।

9.8 निष्कर्ष

निष्कर्ष के रूप में कहा सकता है मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के लिए छः नियम उसकी आवश्यक शर्तें हैं और इन नियमों जब भी उल्लंघन होता है; तो मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य में कोई न कोई आकारगत तर्कदोष (Formal Fallacies) होता है और वह अवैध होता है। वस्तुतः अरस्तू का उद्देश्य न्यायवाक्यीय युक्ति में इन नियमों का पालन करते हुए न्यायवाक्य के आकारगत सत्यता पायी जाएगी; तो ऐसी युक्ति अवश्य ही वैध होगी।

9.9 सारांश

अरस्तू ने न्यायवाक्य की वैधता के लिए छः नियम बतायें हैं; जो इस प्रकार हैं –

1. किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को वैध होने के लिए यह आवश्यक है कि उस न्यायवाक्य में तीन और केवल तीन पद हों और पूर्ण युक्ति में प्रत्येक पद एक ही अर्थ में प्रयुक्त हो। इस नियम के उल्लंघन होने पर चतुष्पदी तर्कदोष और अनेकार्थक तर्कदोष होता है।
2. किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य को वैध होने के लिए यह आवश्यक होता है कि उस न्यायवाक्य के आधारवाक्य में मध्यम पद कम से कम एक बार अवश्य व्याप्त हो। इस नियम के उल्लंघन से न्यायवाक्य में अव्याप्त मध्यम पद दोष उत्पन्न होता है।
3. किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैध होने के लिए यह आवश्यक होता है कि न्यायवाक्य के निष्कर्ष में ऐसा कोई पद व्याप्त न हो; जो आधारवाक्य में अव्याप्त हो। इस नियम के उल्लंघन से न्यायवाक्य में अनियमित मुख्य पद दोष और अनियमित अमुख्य पद दोष उत्पन्न होता है।

4. किसी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैध होने के लिए यह आवश्यक है कि उसके दोनों आधारवाक्य निषेधात्मक नहीं होने चाहिए। इस नियम के उल्लंघन होने पर निषेधात्मक आधारवाक्य दोष उत्पन्न होता है।
5. किसी भी वैध मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के लिए यह आवश्यक है कि यदि उसका कोई आधारवाक्य (मुख्य एवं अमुख्य आधारवाक्यों में से कोई एक आधारवाक्य) निषेधात्मक है; तो निष्कर्ष भी निषेधात्मक होगा। इस नियम का उल्लंघन करने पर निषेधात्मक आधारवाक्य से स्वीकारात्मक निष्कर्ष निकालने का तर्कदोष होगा।
6. किसी भी मानक निरपेक्ष न्यायवाक्य के वैध होने के लिए यह आवश्यक होता है कि यदि उस न्यायवाक्य का निष्कर्ष विशिष्ट है; तो उसके दोनों आधारवाक्य सामान्य या सर्वव्यापी तर्कवाक्य नहीं हो सकते हैं। इस नियम का उल्लंघन करने पर सत्तात्मक दोष उत्पन्न होता है।

9.10 बोध प्रश्न

1. न्यायवाक्य के वैध होने के नियमों को सोदाहरण समझाइए।
2. उदाहरण सहित चतुष्पदी और अनेकार्थक तर्कदोष को समझाइए।
3. उदाहरण सहित अनियमित साध्य दोष और अनियमित पक्ष दोष को समझाइए।
4. सत्तात्मक तर्कदोष क्या है? सोदाहरण समझाइये।

9.11 उपयोगी पुस्तकें

1. तर्कशास्त्र का परिचय – डॉ. संगम लाल पाण्डेय
2. तर्कशास्त्र – डॉ. श्याम किशोर सेठ
   डॉ. नीलिमा मिश्रा

****

खण्ड 3 निगमन की विधि

खण्ड परिचय – प्रस्तुत खण्ड निगमन की विधि एकऐसी प्रक्रिया है जिसके द्वारा निश्चित परिणाम तक पहुंचने में मदद मिलती है। निगमन विधि के प्रवर्तक अरस्तू हैं इसे निगमनात्मक तर्क भी कहा जाता है। निगमन की विधि आर्थिक विश्लेषण की भी पुरानी विधि हैं। निगमन की विधि नियमों और सिद्धांतों को बताने उनका समर्थन करने के लिए उदाहरणों का प्रयोग करने की एक विधि हैं । इस विधि द्वारा सामान्य से विषेश अमूर्त से ठोस एवं सूत्र से उदाहरणों की तरफ बढ़ा जाता है। निगमन विधि को काल्पनिक रीति,विश्लेषणरीति और अमूर्त रीति नामों से भी जाना जाता है। इस विधि में छात्र छात्राओं को नियम या परिभाषा के बारे में बताया जाता है। इस विधि में विभिन्न प्रयोगों एवं उदाहरणों के द्वारा किसी सामान्य नियम की प्रमाणिकता को सिद्ध किया जाता है। यह विधि मौजूदा सिद्धांत का सटीक परीक्षण करने के लिए इस्तेमाल की जाती है। चूंकि अरस्तू को तर्कशास्त्र का जनक माना जाता है। इनकी महत्वपूर्ण खोज यह रही है कि वैधता एवं अवैधता के विषय में हम जो भी विचार करते हैं वह उसके आकार पर निर्भर करता है। निगमन का प्रतिपादन भी अरस्तू ने ही किया।

वस्तुतः इस खण्ड में यह उल्लिखित किया जाएगा कि छात्र/छात्राओं को निगमन की विधि के आसानीकरण से परिचित किया जाए जिसका सटीक अर्थ है कि सामान्य से विशेष निष्कर्ष निकालने की प्रक्रिया को निगमनात्मक अनुमान कहा जाता है।इसमें आधार वाक्यों को सत्य मान लिया जाता है और जब निष्कर्श उन्हीं आधारवाक्यों से निगमित हो रहा है तो वह भी अनिवार्यतः सत्य है। निगमन में हम उचित और अनुचित के स्थान पर वैध एवं अवैध शब्दावलियों का प्रयोग करते हैं। प्रस्तुत खण्ड में निगमनात्मक पहलू की उन सभी प्रविधियों की जानकारी दी जायेगी जिनके आधार पर हम तर्कशास्त्र को समीचीन एवं युक्ति संगत बना सकते हैं। इस दृष्टिकोण से हम कह सकते हैं कि कोई भी निगमनात्मक अनुमान उस समय समय वैध हो सकता है जब आधारवाक्य सत्य हो और निष्कर्ष के लिए निश्चयात्मक साक्ष्य प्रदान करता हो। प्रस्तुत खण्ड में तर्कशास्त्रियों ने आकारिक सत्यता को निर्धारित करने के लिए निगमनात्मक तर्कशास्त्र का निर्माण किया है जिसकी विधियों के आधार पर न्याय वाक्यों की वैधता और अवैधता का अध्ययन इस खण्ड में किया जायेगा।

आधुनिक युग में यह आवश्यक है कि प्रत्येक व्यक्ति अपने द्वारा कहे बचनों की सार्थकता एवं निरर्थकता का संज्ञान ले एवं समाजोपयोगी कथन हेतु अपने में सुधार ले आये। ऐसी स्थिति में उसे यह जानकारी होनी चाहिए कि क्या उचित है और क्या अनुचित? तर्कशास्त्र व्यक्ति की इस स्थिति को निर्धारित करता है और साथ ही साथ निगमनात्मक तर्कशास्त्र उसके औचित्य और

अनौचित्य की वैधता एवं अवैधता सिद्ध करता है जिससे सटीक ज्ञान की प्राप्ति होती है। इस खण्ड में वैधता की आकारगत प्रयोग की विधियों की जानकारी दी जायेगी।

अनुमान के आधार पर कैसे सटीक निर्णय पर पहुंचा जा सकता है उसकी जानकारी दी जाएगी। प्रतिस्थापन के नियमों की वैधता और अवैधता का सटीक विवरण प्रस्तुत किया जायेगा। पुनर्कथन की विस्तृत विवेचना के साथ सोपाधिक प्रमाणों के नियमों का वर्णन किया जायेगा। साथ ही साथ संक्षिप्त सारणी विधि के माध्यम से तर्कशास्त्र विशेषतः निगमनात्मक तर्कशास्त्र की गुत्थियों को सुलझाने एवं छात्र/छात्राओं को समझाने का प्रयास किया जाएगा।

इकाई – 10 : वैधता का आकारगत प्रयोग, अनुमान के नियम एवं प्रतिस्थापन नियम

इकाई की रूपरेखा

10.0 उद्देश्य

10.1 प्रस्तावना

10.2 वैधता एवं अवैधता का परिचय

10.3 वैधता का आकारगत प्रयोग

10.4 अनुमान

10.5 अनुमान के नियम

10.6 निगमनात्मक अनुमान

10.7 आगमनात्मक अनुमान

10.8 प्रतिस्थापन के नियम

10.9 निष्कर्ष

10.10 सारांश

10.11 प्रश्नबोध

10.12 उपयोगी पुस्तकें

****

10.0 उद्देश्य–

तर्कशास्त्र का कार्य मूलतः परोक्ष का विश्लेषण करके सत्य और असत्य की विवेचना करना है। इसका अर्थ यह हुआ कि ज्ञात तथ्यों की सहायता से अज्ञात तथ्यों को खोजने की प्रक्रिया को तर्क की संज्ञा प्रदान की जाती है। वस्तुतः यह कार्य करने के लिए हम कुछ विधियों का प्रयोग करते हैं। प्रस्तुत इकाई में हम सामान्य तर्कशास्त्र में हम जिन विधियों का प्रयोग करते रहे है ंउसमें कुछ और सटीक विधि का प्रयोग करते हुए निष्कर्ष निगमित करने का प्रयास करते हैं। इस इकाई में छात्र/छात्राओं के हित में यह बताना अनिवार्य है कि किसी भी सिद्धांत के लिए व्यवहारिक एवं सैद्धांतिक जगत में आने के पूर्व उसे तर्कशास्त्र की कसौटी पर खर उतरना अनिवार्य हो जाता है। इस दृष्टि से तर्कशास्त्र अब केवल नियामक विज्ञान ही रह गया है जबकि तर्कशास्त्र को अब गणितीय तर्क की भी संज्ञा दी जाने लगी है। प्रस्तुत इकाई का उद्देश्य छात्र–छात्राओं में यह समझ विकसित करना है कि सटीक एवं निश्चित परिणाम के लिए हम निगमनात्मक युक्तियों का प्रयोग करते हैं जिसमें सामान्य से विशेष निकाला जाता है जो कि अभ्रामक एवं वैधता के नजदीक होता है। इस इकाई का प्रमुख लक्ष्य ज्ञात तथ्यों की सहायता से अज्ञात तथ्यों की खोज करना है।

10.1 प्रस्तावना–

मनुष्य को सटीक एवं अभ्रामक ज्ञान की प्राप्ति हो सके इसलिए उसके जीवन मे ंप्रतिदिन होने वाली घटनाओं में सत्य एवं असत्य तर्कों की आवश्यता पड़ती रहती है। सत्य एवं असत्य की खोज मानव जीवन का स्वाभाविक लक्ष्य है। इस लक्ष्य की प्राप्ति के लिए मनुष्य प्रत्यक्ष एवं अप्रत्यक्ष ज्ञान का सहारा लेकर आगे बढ़ता है। हालांकि प्रत्यक्ष ज्ञान में तर्कशास्त्र की विशेष आवश्यकता नहीं पड़ती दिखायी देती फिर भी कभी कभी ऐसा होता है कि हमें जो हमारी इन्द्रियों से दिखाई देता है वह वास्तविक एवं यथार्थ रूप से सत्य नहीं होता है। अप्राप्त ज्ञान के लिए तर्क की आवश्यकता पड़ती है। प्रस्तुत इकाई में हम ज्ञात तथ्यों का सहारालेकर अमूर्त तथ्यों को खोजने की प्रक्रिया में निगमनात्मक सिद्धांत विधि का प्रयोग करेंगे जिससे किसी भी तथ्य की सत्यता एवं असत्यता का निरूपण आसानी से हो जाएगा अर्थात किसी सामान्यज्ञात नियम के आधार पर अज्ञात विशिष्ट तथ्य का पता लगाते हैं तो उसे निगमनात्मक सिद्धांत कहते हैं। हम इस इकाई में निगमनात्मक सिद्धांत के विभिन्न पहलुओं एवं विधियों की चर्चा करेंगे।

10.2 वैधता एवं अवैधता का परिचय–

निगमनात्मक विधि में वैध एवं अवैध शब्दों का प्रयोग किया जाता है। किसी भी निष्कर्ष की वैधता एंव अवैधता सिद्ध करने के लिए हम दो प्रकार की युक्तियों का प्रयोग करते हैं –

1. निगमनात्मक युक्ति

2. आगमनात्मक युक्ति

जिस युक्ति में निष्कर्ष को सिद्ध करने के लिए आधार वाक्य निश्चित प्रमाण प्रस्तुत करते हैं उन्हें निगमनात्मक युक्ति कहा जाता है और जिन प्रमाणों में निश्चतता कम होती है अर्थात सम्भावना मात्र होती है उन्हें आगनात्मक युक्ति कहा जाता है। कोई भी युक्ति या तो वैध होती है या अवैध। वैध युक्ति में निष्कर्ष को सिद्ध करने के लिए आधार वाक्य निश्चित प्रमाण प्रस्तुत करते हैं जबकि अवैध युक्ति में आधार वाक्य निष्कर्ष के लिए निशिचित प्रमाण प्रस्तुत नहीं करते हैं।चूंकि युक्तियां तर्कवाक्यों से ही निर्मित होती हैं इसलिए उनके वैध होने के लिए तर्कवाक्यों का सत्य होना जरूरी है। निगमनात्मक युक्तियां सदैव निश्चित निष्कर्ष को जन्म देती हैं। चाहे वे वैध हों चाहे अवैध। हम देख सकते हैं कि युक्तियों की वैधता और अवैधता निगमनात्मक एवं आगमनात्मक आधारवाक्यों वाले निष्कर्ष पर निर्भर करती हैं।

10.3 वैधता का आकारगत प्रयोग (**Formal Proof of Validity**)

पिछले अध्याय में यह बताया गया है कि किसी भी युक्ति को सत्यता–सारणी द्वारा वैध या अवैध आसानी से सिद्ध किया जा सकता है, किन्तु यह विधि कथनों की संख्या में वृद्धि होने पर सत्यता–सारणी द्वारा अत्यधिक लम्बी हो जाती है, और काफी समय भी लग जाता है। इस कठिनाई से बचने के लिए वैधता का आकारगत प्रयोग (Formal proof of Validity) निगमन की विधि में प्रस्तुत किया गया है। इस विधि द्वारा किसी भी युक्ति को वैध सिद्ध करने। के लिए अनुमान के नौ नियम और पुनर्स्थापन का नियम प्रयोग में लाते हैं तथा इन नियमों का प्रयोग करके उस युक्ति के आधारवाक्यों से निष्कर्ष निगमित कर लेते हैं। अनुमान के नौ नियमों का प्रयोग पूरी पंक्ति में की जाती है, जबकि पुनर्स्थापन के नियम का प्रयोग पूरी पंक्ति के किसी भी भाग में की जा सकती है। अब निम्न युक्तियों की वैधता पर विचार करें, जिसे केवल अनुमान के नौ नियमों से सिद्ध किया गया है–

If Anil Joins, then the Baudh parishad Prestige will rise, and if Manoj joins, then the Baudha parishad's educational position will be more secure. Either Anil or Manoj will Join. If the Baudha parishad prestige rises, then Manoj will Join, and if the Baudha parishad's educational position becomes more secure, then Umesh will join. Therefore, either Manoj or Umesh will join. (A-Anil Join, R– The Baudha parishad prestige rises, M-Manoj joins, E-The Baudha parishad educational position is more secure, U—Umesh Joins.)

Symbolize- 1. $(A \supset R).(M \supset E)$

2. $A \vee M$

3. $(R \supset M).(E \supset U) / \therefore M \vee U$

4. $R \vee E$ $\quad$ 1, 2, $C.\ D.$ (Constructive Dilemma)

5. $M \vee U$ $\quad$ 3, 4, $C.D.$

उपरोक्त युक्ति को वैधता का आकारिक प्रमाण देने के लिए आधारवाक्यों को क्रमानुसार एक स्तम्भ में प्रतीकात्मक रूप में प्रकट किया गया है और अन्तिम आधारवाक्य (R⊃M). (E⊃U) के सामने तिर्यक् रेखा लगाकर निष्कर्ष का प्रतीक लिखा गया है। तत्पश्चात् अनुमानके नौ नियमों का प्रयोग करके आधारवाक्यों से निष्कर्ष MvU प्राप्त किया गया है। जबआधारवाक्यों से अनुमान के नौ नियमों द्वारा निष्कर्ष तक पहुंचने की प्रक्रिया अपनाते हैं, तो ऐसीस्थिति में आधारवाक्यों से प्राप्त प्रत्येक निगमन के दायीं ओर घटित नियम का उल्लेख करते हैं। जैसे उपरोक्त युक्ति के 4थी पंक्ति R v E के दायीं ओर 1, 2, C.D. लिखा हुआ है।यहाँ एक तथ्य और उल्लेखनीय है कि जब आधारवाक्यों से नौ नियमों द्वारा कोई नया तर्कवाक्यप्राप्त करते हैं जैसे उपरोक्त युक्ति में 4थी पंक्ति RvE तो उसके बायीं ओर उस पंक्ति केक्रम का उल्लेख अवश्य करते हैं अर्थात् R v E C.D. द्वारा आधारवाक्य 1 और 2 से निगमित किया गया है जिसका क्रम 4 है अर्थात यह 4थी पंक्ति है।

अब अनुमान के नौ नियमों एवं पुनर्स्थापन के नियमों का सम्मिलित प्रयोग करके अर्थात 19 नियमों द्वारा किसी भी युक्ति की वैधता का आकारिक प्रमाण निम्न प्रकार प्रस्तुत कर सकते हैं–

1. $(Q \vee \sim R) \vee S$
2. $\sim Q \vee (R. \sim Q) / \therefore R \supset S$
3. $(\sim Q \vee R).(\sim Q \vee \sim Q)$
4. $(\sim Q \vee \sim Q).(\sim Q \vee R)$
5. $\sim Q \vee \sim Q$
6. $\sim Q$
7. $Q \vee (\sim R \vee S)$
8. $\sim R \vee S$
9. $R \supset S$

10.4 अनुमान

हम कोई भी ज्ञान प्रत्यक्ष, अनुमान, शब्द, उपमान, अर्थापत्ति एवं अनुपलब्धि के माध्यम से ही कर सकते हैं। तर्कशास्त्र में अनुमान का विशेष महत्व है। वस्तुतः अनुमान वह प्रमाण है जो एक विशिष्ट प्रकार के वाक्य समूह द्वारा किसी अदृष्ट विषय वस्तु के ज्ञान प्राप्त कर सकने की विधि या पद्धति है। दूसरे शब्दों में कह सकते हैं कि अनुमान एक प्रकार का अनुमानात्मक ज्ञान है। इसका अर्थ है कि वह अनुभूति जो पिछले ज्ञान का अनुसरण करती है। इसमें पहले स्थापित घटनाओं की समझ के आधार पर अज्ञात या कम ज्ञात तथ्यों के बारे में ज्ञान प्राप्त किया जाता है। उदाहरण स्वरूप जब हम किसी पर्वत पर धुंआ उठता हुआ देखते हैं तो हमें यह ज्ञात हो जाता है कि धुंआ वहीं पर उठता है जहां पर आग होती है। भारतीय दर्शन में न्याय दर्शन में तो अनुमान ज्ञान प्राप्त करनेका प्रमुख प्रमाण माना गया है। हम कह सकते हैं कि अनुमान ज्ञान का स्रोत एवं तर्क का तरीका दोनों है।

10.5 अनुमान के नियम **RULES OF INFERENCE:**

1- <u>**पूर्ववत अनुमान (MODUS PONENS)**</u> : इस अनुमान में व्यक्ति दृष्टिगत कारण के आधार पर अदृष्टिगत कार्य का अनुमान करता है जैसे घने काले बादलों के आधार पर भविष्य में होने वाली बरसात का अनुमान किया जाता है।

$p \supset q$

p

$\therefore q$

2- <u>**शेषवत अनुमान (MODUS TOLLENSE)**</u> -इस अनुमान में व्यक्ति घटना के प्रभाव व परिणाम के आधार पर अदृष्टिगत कारण का अनुमान करता है जैसे मिट्टी से आ रही सुगन्ध के आधार पर कुछ देर पहले वर्षा होने का अनुमान किया जाता है।

$p \supset q$

p

$\therefore q$

3- <u>**हेतुमत् न्यायवाक्य (HYPOTHETICAL SYLOGISM)-**</u> इस प्रकार के अनुमान में व्यक्ति कारणात्मक सम्बन्ध के आधार पर अनुमान करके एकरूपता के नियत अनुभव के आधर पर अनुमान करता है जैसे चन्द्रमा की विभिन्न स्थितियों को प्रत्यक्षित करने के पूर्व के लम्बे अनुभव के आधार पर व्यक्ति चन्द्रमा की गतिशीलता का अनुमान कर सकता है यद्यपि व्यक्ति द्वारा चन्द्रमा की गतिशीलता का प्रत्यक्ष वास्तव में नहीं किया जाता।

$p \supset q$

$q \supset r$

$\therefore p \supset r$

4- <u>वैकल्पिक न्यायवाक्य **(DISJUNCTIVE SYLLOGISM) (D.S.)**</u>- इस अनुमान में निष्कर्ष दो आधार वाक्यों से निकलता है। उदाहरण स्वरूप –

या तो राम बुद्धिमान है या वह मूर्ख है।

राम बुद्धिमान नहीं है।

∴ राम मूर्ख है।

$P \vee q$

$\sim P$

$\therefore q$

5- <u>विधायक उभयतःपाश **(CONSTRUCTIVE DILEMMA) (C.D.)**</u> - इस अनुमान के दो प्रकार होते हैं – इस अनुमान के दो प्रकार होते हैं 1. मिश्र विधायक उभयतःपाश 2 सरल उभयतः पाश।

1. मिश्र विधायक उभयतः पाश – इसमें निष्कर्ष वैकल्पिक एवं स्वीकारात्मक तर्कवाक्य होता है।

2. सरल विधायक उभयतःपाश –इसमें निष्कर्ष एक स्वीकारात्मक निरपेक्ष तर्कवाक्य होता है।

$(P \supset q).(r \supset s)$

$P \vee r$

$\therefore q \vee s$

6- <u>विघातक उभयतःपाश **(SESTRUCTIVE DILEMMA) (D.D.)**</u> - इस अनुमान के दो प्रकार होते हैं – 1. मिश्र विघातक उभयतःपाश 2 सरल विघातक उभयः पाश।

1. मिश्र विघातक उभयतःपाश – इसमें निष्कर्ष वैकल्पिक एवं निषेधात्मक तर्कवाक्य होता है।

2. सरल विधायक उभयतःपाश –इसमें निष्कर्ष एक निषेधात्मक निरपेक्ष तर्कवाक्य होता है।

$(P \supset q).(r \supset s)$

$\sim P \vee \sim r$

$\therefore \sim P \vee \sim r$

7- **<u>सरलीकरण (SIMPLIFICATION) (SIMP)</u>** - इस अनुमान में तर्कवाक्यों को सरल बनाकर प्रस्तुत किया जाता है जिससे आसनी से निष्कर्ष की प्राप्ति हो सके।

$p \cdot q$

$\therefore p$

8- **<u>संयोजन (CONJUCTION) (CONJ)</u>** - संयोजन– संयोजन– संयोजन वह संयुक्त वाक्य है जिसमें दो कथन और शब्द के द्वारा जुड़े होते हैं। जैसे राम, श्याम को एक साथ जोड़ने के लिए ***राम और श्याम*** का प्रयोग किया जता है।

p

q

$\therefore p \cdot q$

9- **<u>योग (ADDITION) (ADD) -</u>** इस अनुमान में दो चरों को जोड़ने का कार्य किया जाता है। जैसे यदि य और र अलग–अलग हैं तो य.र के माध्यम से योग किया जाता है।

p

$\therefore p \vee q$

EXERCISE –I

For each of the following arguments, state of the rule of inference by which its conclusion follows from its premiss or premisses.

1. $(A \supset \sim B).(\sim C \supset D)$

$\therefore\ A \supset \sim B$ (SIMP)

2. $E \supset \sim F$

$\therefore\ (E \supset \sim F) \vee (\sim G \supset H)$ (ADD)

3. $(I \equiv \sim J).(I \equiv \sim J)$

$\therefore\ I \equiv \sim J$ (SIMP)

4. $K \vee (L \vee M)$

$\therefore\ [K \vee (L \vee M)] \vee [K \vee (L \vee M)]$ (ADD)

5. $N \supset (O \equiv \sim P)$

$(O \equiv \sim P) \supset Q$

$\therefore\ N \supset Q$ (H.S.)

6. $(R \equiv \sim S) \supset (T \supset U)$

$R \equiv \sim S$

$\therefore\ T \supset U$ (M.P.)

7. $(V \supset W) \vee (X \supset Y)$

$\sim (V \supset W)$

$\therefore\ X \supset Y$ (D.S)

8. $(A \supset \sim B).[C \supset (D.E)]$

$\sim \sim B \vee \sim (D.E)$

$\therefore\ \sim A \vee \sim C$ (D.D)

9. $(F \supset \sim G) \supset (\sim H \vee \sim I)$

$F \supset \sim G$

$\therefore\ \sim H \vee \sim I$ (M.P)

10. $[\sim (J.K) \supset \sim L].(M \supset \sim N)$

$\sim (J.K) \vee M$

$\therefore \sim L \vee \sim N$ (C.D)

11. $O \supset \sim P$

$\sim P \supset Q$

$\therefore (O \supset \sim P).(\sim P \supset Q)$ (CONJ)

12. $(\sim R \equiv S) \vee (T \vee U)$

$\sim (\sim R \equiv S)$

$\therefore T \vee U$ (D.S)

13. $[(V. \sim W) \supset X].[(W. \sim Y) \supset Z]$

$(V. \sim W) \vee (W. \sim Y)$

$\therefore X \vee Z$ (C.D)

14. $[A \supset (B \vee C)] \supset (D, E) \equiv \sim F]$

$\sim [(D.E) \equiv \sim F]$

$\therefore \sim [A \supset (B \vee C)]$ (M.T.)

15. $\sim [G \supset (H \vee I)]. \sim [(J.K) \supset L]$

$\therefore \sim [G \supset (H \vee I)]$ (SIMP)

10.6 निगमनात्मक अनुमान-

तर्कशास्त्र में निगमन वह पद्धति है जो आधारवाक्यों से निश्चित निष्कर्ष का प्रतिपादन करती है। निगमन का प्रतिपादन अरस्तू ने किया था। सामान्य से विषेश निष्कर्ष निकालने की प्रक्रिया को निगमनात्मक अनुमान कहा जाता है। इस अनुमान में आधार वाक्यों को सत्य मान लिया जाता है और निष्कर्ष अनिवार्यतः आधारवाक्यों से निगमित होता है और वह आधारवाक्यों से निगमित होता है और वह आधारवाक्यों से व्यापक नहीं हो सकता है। तात्पर्य यह है कि निगमनात्मक अनुमान में आधारवाक्यों की महत्वपूर्ण भूमिका होती है और निष्कर्ष इन्ही आधार वाक्यों की सत्यता के आधार पर निकाला जाता है जो कि अभ्रामक एवं निश्चित होता है। निगमनात्मक अनुमान में उचित,

अनुचित की जगह तार्किक शब्द वैध या अवैध का प्रयोग किया जाता है। कोई भी निगमनात्मक अनुमान उस समय वैध हो सकता है जब आधार वाक्या सत्य हों और निष्कर्ष के लिए निश्चयात्मक साक्ष्य प्रदान करता हो उदाहरणस्वरूप–

टोकरी में रखे सभी फल मीठे हैं।

अ फल टोकरी है।

∴ अ फल मीठा है।

उपर्युक्त उदाहरण में प्राप्त निष्कर्ष उन्ही आधार वाक्यों की व्यापकता से प्राप्त होता है।

10.7 आगमनात्मक अनुमान-

तर्कशास्त्र में आगमन वह विधा है जहां निष्कर्ष निश्चित न होकर संभाव्य होता है। इस अनुमान के प्रवर्तक फ्रांसिस बेकन हैं। यह तर्क प्रक्रिया की वह पद्धति है जिसमें विशेष तथ्यों के आधार पर सामान्य निष्कर्ष निकाला जाता है। आगमनात्मक अनुमान के आधारवाक्य विशेष होते हैं जो कि अनुभव से प्राप्त होते हैं और निष्कर्ष समान्य तर्कवाक्य होता है। आगनात्मक अनुमान यह दावा नहीं कर सकता है कि इसके आधारवाक्य निष्कर्ष की सत्यता के लिए निश्चयात्मक साक्ष्य प्रस्तुत करते हैं। आगमनात्मक युक्ति इस अर्थ में न तो वैध होता है और न ही अवैध। इसमें वैध और और अवैध होने की सम्भावना रहती है। उदाहरण स्वरूप –

मोहन बाजार गया है।

रोहित बाजार गया है।

उर्मिला बाजार गयी है।

∴ सभी गांव वाले बाजार गये हैं।

उपर्युक्त उदाहरण में निष्कर्ष निश्चित न होकर केवल सम्भावित है। हो सकता है कि मोहन, रोहित और उर्मिला एक ही गांव के हैं और बाजार गये हैं। परन्तु इसमें यह निष्कर्ष नहीं निकलता कि गांव के सभी मनुष्य बाजार गये हैं। गांव के सभी मनुष्य बाजार जा भी सकते हैं। इसी कारण इस युक्ति/अनुमान का निष्कर्ष निष्चित न होकर सम्भावित मात्र होता है।

10.8 प्रतिस्थापन का नियम (THE RULE OF REPLACEMENT) -

कुछ ऐसी युक्तियां हैं जिनकी वैधता का निर्धारण अनुमान के नौ नियमों द्वारा ही सम्भव नहीं है इन युक्तियों की वैधता की परीक्षा के लिए पुनर्स्थापन के नियम की खोज की गयी है। इसे परिवर्तन का नियम भी कहा जाता है जिसे किसी व्यंजक के एक विशेष खण्ड पर लागू किया जा सकता है। इसका प्रयोग करते हुए एक तार्किक प्रणाली का निर्माण किया जा सकता है जिससे यह सिस्टम में तार्किक अभिव्यक्तियों के लिए या तो स्वयंसिद्ध अनुमान के नियम या दोनों को परिवर्तन नियमों के रूप में प्रयोग करता है।

1- डेमार्गन (DE MORGANS THEOREMS) (De. M.)

$$\sim (P.q) \equiv (\sim P \vee \sim q)$$

$$\sim (P \vee q) \equiv (\sim P. \sim q)$$

2- विनिमय (COMMUTATION)

$$P \vee q \equiv (q \vee P)$$

$$(P.q) \equiv (q.p)$$

3- साहचर्य (ASSOCIATION)

$$[P \vee (q \vee r)] \equiv [(P \vee q) \vee r]$$

$$[P.(q.r)] \equiv [P.q).r]$$

4- वियोजन (DISTRIBUTION)

$$[P.(q \vee r)] \equiv [(P.q) \vee (P.r)]$$

$$[P \vee (q.r.)] \equiv [(P.q).r]$$

5- द्विधा निषेध (BOUBLE NEGATION)

$$P \equiv \sim \sim P$$

6- स्थानान्तरण (TRANSPOSITION)

$$(P \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$$

7- शाब्दिक प्रतिपत्ति (MATERIAL IMPLICATION)

$(P \supset q) \equiv (\sim P \vee q)$

8- शाब्दिक समता (MATERIAL EQUIVALENCE)

$(P \equiv q) \equiv [(P \supset q).(q \supset P)]$

$(P \equiv q) \equiv [(P.q) \vee (\sim P. \sim q)]$

9- बर्हिगमन (EXPORTATION)

$[P \supset (q \supset r)] \equiv [(P.q) \supset r]$

10- पुनर्कथन (TAUTOLOGY)

$(P \vee p) \equiv P$

$(P.P) \equiv P$

EXERCISE –I

For each of the following arguments, state of the rule of inference by which its conclusion follows from its premiss or premisses.

1. $(\sim A \supset B).(C \vee \sim D)$

$\therefore (\sim A \supset B).(\sim D \vee C)$ (COM.)

2. $(\sim E \vee F).(G \vee \sim H)$

$\therefore (E \supset F).(G \vee \sim H)$ (IMPL)

3. $(I \supset \sim J) \vee (\sim K \supset \sim L)$

$\therefore (I \supset \sim J) \vee (L \supset K)$ (TRANS.)

4. $M \supset \sim (N \vee \sim O)$

$\therefore M \supset (\sim N. \sim\sim O)$ (DE M.)

5. $[P \supset (Q \vee R)] \vee [P \supset (Q \vee R)]$

$\therefore P \supset (Q \vee R)$ (TAUT.)

6. $[S.(T.U)] \supset (V \equiv \sim W)$

$\therefore [(S.T).U] \supset (V \equiv \sim W)$ (ASSOC.)

7. $[X.(Y.Z) \supset (A \equiv\sim B)$

$\therefore\ X \supset [(Y.Z) \supset\supset (A \equiv\sim B)]$ (EXP.)

8. $(C, \sim D) \supset (E \equiv \sim F)$

$\therefore\ (C. \sim D) \supset [(E. \sim F) \vee (\sim E. \sim\sim F)]$ (EQUIV)

9. $(G \vee H).(I \vee J)$

$\therefore [(G \vee H)..I] \vee [(G \vee H).J]$ (DIST.)

10. $(K / L) \supset \{M.[(N.O).P]\}$

$\therefore\ (K.L) \supset \{M.[(N.O).P]\}$ (COM.)

11. $\sim \{Q \vee \sim [(R. \sim S).(T \vee \sim U)]\}$

$\therefore\ \sim \{Q \vee [\sim (R. \sim S) \vee \sim (T \vee \sim U)]\}$ (DE.M.)

12. $\sim V \supset \{W \supset [\sim (X.Y) \supset \sim Z]\}$

$\therefore \sim V \supset \{[W. \sim (X.Y)] \supset \sim Z\}$ (EXP.)

13. $[A \vee (B \vee C)] \vee [(D \vee D) \vee E]$

$\therefore\ [A \vee (B \vee C) \vee [D \vee (D \vee E)]$ (ASSOC.)

14. $(F \supset G).\{[(G \supset H).(H \supset G)] \supset (H \supset I)\}$

$\therefore\ (F \supset G).\{(G \equiv H) \supset (H \supset I)$ (EQUIV.)

15. $J \equiv\sim \{[(K. \sim L) \vee \sim M].[(K. \sim L) \vee \sim N]\}$

$\therefore\ J \equiv\sim \{[(K. \sim L) \vee (\sim M. \sim N)]\}$ (DIST.)

16. $O \supset [(P. \sim Q) \equiv (P. \sim\sim R)]$

$\therefore\ O \supset [(P. \sim Q \equiv (\sim\sim P. \sim\sim R)$ (D.N.)

17. $\sim S \equiv \{\sim\sim T \supset [\sim\sim\sim U \vee (\sim T.S)]\}$

$\therefore\ \sim S \equiv \{\sim\sim\sim T \vee [\sim\sim\sim U \vee (\sim T.S)]\}$ (IMPL.)

18. $V \supset \{(\sim W \supset \sim\sim X) \vee [(\sim Y \supset Z) \vee (\sim Z \supset \sim Y)]\}$

$\therefore\ V \supset \{(\sim X \supset W) \vee [(\sim Y \supset Z) \vee (\sim Z \supset \sim Y)]\}$ (TRANS.)

19. $(A, \sim B) \supset [(C.C) \supset (C \supset D)]$

$\therefore (A. \sim B) \supset [C \supset (C \supset D)]$ (TAUT.)

20. $(E. \sim F) \supset [G \supset (G \supset H)]$

$\therefore (E. \sim F) \supset [(G.G) \supset H$ (EXP.)

10.9 निष्कर्ष–

निष्कर्षतः हम कह सकते हैं कि जब तक कोई व्यक्ति ज्ञान की सम्पूर्ण प्रक्रिया में किसी न किसी प्रकार की अन्तर्दृष्टि नहीं डालता तब तक सम्पूर्ण और अभ्रामक ज्ञान प्राप्त नहीं कर सकता है। इस इकाई में वैधता के आकारगत प्रयोग एवं अनुमान के नियमों द्वारा यह दिखाया गया है कि सार्थक सम्वाद कराने के लिए निरपेक्ष कथनों और प्रत्ययों का प्रयोग करने की आवश्यकता पड़ती है। हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि तर्कशास्त्र में निश्चित एवं अभ्रामक ज्ञान प्राप्त करने के लिए निगमनात्मक पद्धति का प्रयोग करते हुए एवं पुनर्स्थापन के नियमों का प्रयोग करते हुए हम सटीक ज्ञान प्राप्त कर सकते हैं।

10.10 सारांश –

हम इस इकाई में देख सकते हैं कि युक्तियों की वैधता के आकारगत प्रयोग में अनुमान एवं अनुमान के नियमों के ज्ञान की कितनी महत्वपूर्ण उपादेयता है। हमने इस इकाई में अनुमान की परिभाषा एवं विश्लेषण प्रस्तुत किया और देखा कि अनुमान एक ऐसी मनोवैज्ञानिक प्रक्रिया हैजिसमें व्यक्ति भूतकाल से प्राप्त ज्ञान के आधार पर एक नये ज्ञान को प्राप्त करता है। हमने इस इकाई में अनुमान के दो भेदों निगमनात्मक अनुमान एवं आगमनात्मक अनुमान की भी चर्चा की है। निगमन में हम प्रदत्त तार्किक कथनों अथवा स्वसिद्ध सिद्धांतों से नये ज्ञान को प्राप्त करते हैं निगमन के भी दो प्रकार प्रत्यक्ष अनुमान एवं परोक्ष अनुमान है। इन दोनों में अन्तर प्रतिज्ञप्तियों की संख्या को लेकर है। अतः इस इकाई में उपरोक्त विवेचन के आधार पर हमें ज्ञात हुआ कि अनुमान मूलतः इसलिए संज्ञान की प्रक्रिया का मूलतः मात्र है क्योंकि यह केवल तार्किकता ही है जो ये ज्ञान की प्राप्तियों में सहायक है और इसके बिना हमारा ज्ञान सदैव नियत ही रहता है इसमें कोई नवीनता नहीं आ पाती है।

10.11 प्रश्नबोध –

(1) तर्कशास्त्र में अनुमान की निगमनात्मक विधि का वर्णन कीजिए।

(2) आगनात्मक युक्ति एवं निगमनात्मक युक्ति में अंतर उदाहरण सहित बताइए।

(3) वैधता का आकारगत प्रयोग क्या है? उहारण सहित व्याख्या कीजिए।

(4) पुनर्स्थापन के नियमों की व्याख्या करते हुए किन्ही चार का उदाहरण सहित विवेचना कीजिए।

10.12 उपयोगी पुस्तकें –

(1) तर्कशास्त्र प्रवेशिका – डा0 राममूर्ति पाठक

(2) प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र : एक अध्ययन – अविनाश तिवारी

(3) तर्कशास्त्र के सिद्धांत : अविनाश तिवारी

----0---

इकाई 11 : पुनर्कथन के प्रमाण सोपाधिक प्रमाण का नियम

इकाई की रूपरेखा

11.0 उद्देश्य

11.1 प्रस्तावना

11.2 पुनर्कथन के प्रमाण

11.3 पुनकर्थनात्मक प्रतिपत्ति एवं समता

11.4 युक्ति एवं पुनर्कथन में सम्बन्ध

11.5 सोपाधिक प्रमाण के नियम

11.6 निष्कर्ष

11.7 सारांश

11.8 प्रश्न बोध

11.9 उपयोगी पुस्तकें

..00..

11.0 उद्देश्य

पुनर्कथन का प्रयोग सर्वप्रथम तर्कशास्त्र में लुडविग विटगेन्स्टाइन ने ट्रैक्टेटस लाजिको फिलासिफकस में किया था। इस इकाई में हम पुनर्कथन के बारे में अध्ययन करेंगे। जिसमें हमें चर्चा करनी है कि पुनर्कथन क्या है? पुनर्कथन वाक्य आकार में क्या भूमिका अदा करता है। वस्तुतः पुनकर्थन एक प्रकार का वाक्य आकार है। वाक्यों में हम देखते हैं कि कभी–कभी कुछ विसंगतियों के कारण अर्थ की स्पष्टता नहीं हो पाती है। पुनर्कथन में हम किसी एक विचार को अलग–अलग शब्दों में कहते हैं। पुनर्कथन का प्रयोग किसी विचार को स्पष्ट करने या मुख्य विचारों पर जोर देने के लिए किया जाता है। जटिल विचारों को आसान अवधारणाओं में बदलने में भी पुनर्कथन मदद करता है।

11.1 प्रस्तावना

इस इकाई में वाक्य एवं वाक्य आकारों के संदर्भ में हम पुनर्कथन के प्रमाणों की चर्चा करेंगे। पुनर्कथन से अभिप्राय है कि मुख्य विचारों पर जोर देकर किसी विचार को स्पष्ट करना। इसका उपयोग विन्दुओं को स्पष्ट करने के लिए किया जाता है। जिस प्रकार किसी भी युक्ति का एक आधार होता है उसी प्रकार वाक्यों या कथनो का भी आकार होता है। वाक्य आकार प्रतीकों का वह क्रम है जिसमें जिसमें वाक्य चर (य, र, ल, व) होते हैं किन्तु कोई वाक्य नहीं होता है। वाक्य सत्य एवं असत्य होता है किन्तु वाक्य चर न तो सत्य होते हैं और न ही असत्य। वाक्य चरों का प्रयोग करते हुए हम वाक्य आकार के प्रकारों विषेशतः पुनर्कथन तक पहुंचते हैं। इस इकाई में हम पुनर्कथन के सिद्धांतों की चर्चा करेंगे।

11.2 पुनर्कथन के प्रमाण–

पुनर्कथन एक प्रकार का वाक्य आकार होता है। वाक्य आकार तीन प्रकार के हाते हैं –(1) पुनर्कथन या पुनरुक्ति, (2) व्याघात,(3) संभाव्य या आपातिक।

C.P.एवं I.P.का प्रयोग केवल युक्तियों की वैधता सिद्ध करने के लिए ही नहीं वरन कुछ वाक्यों एवं वाक्य आकारों को पुनकर्थन सिद्ध करने के लिए भी किया जाता है। कोई सोपाधिक कथन (Conditional Statement) एक तरह से उस युक्ति के अनुरूप होता है, जिसका एक आधारवाक्य सोपाधिक (कथन) का हेतु हो एवं निष्कर्ष हेतुमत् हो वह सोपाधिक केवल तभी पुनकर्थन होगा, जब वह युक्ति वैध हो। अतः एक सोपाधिक कथन एक पुनकर्थन सिद्ध होता है, जब उसके हेतु से उसका हेतुमत् प्रारंभिक वैध युक्तियों की श्रृंखला से निगमित हो। इस प्रकार कथन उन्ही पंक्तियों की श्रृंखला द्वारा पुनकर्थन सिद्ध होता है, जिसमें युक्ति की वैधता सिद्ध होती है।

यह पहले ही लिखित है कि यह पद्धति एक प्रमाण में लगातार प्रयोग होती है। इस प्रकार सोपाधिक कथन –

$$(Q \supset R) \supset [(P \supset Q) \supset (P \supset R)]$$

को निम्नलिखित ढंग से पुनर्कथन सिद्ध किया जाता है –

1. $O \supset R / \therefore (P \supset Q) \supset (P \supset R)$ (C.P.)
2. $P \supset O / \therefore P \supset R$ (C.P.)

3. $P \supset R$ 2, 1 H.S.

कुछ जटिल सोपाधिक कथनों का पुनर्कथन सिद्ध करने के लिए यह विधि सत्यता–सारणी बनाने के मुकाबले छोटी व सरल है।

अनेक पुनर्कथन सोपाधिक आकार के नहीं होते। उनमें उपरोक्त विधि प्रयोग में नहीं लायी जा सकती। किन्तु किसी भी पुनर्कथन को परोक्ष प्रमाण (I.P.) द्वारा पुनर्कथन सिद्ध किया जा सकता है। जिस प्रकार एक युक्ति को वैध सिद्ध करने के लिए I.P. नियम द्वारा इसके निष्कर्ष का निषेध युक्ति के आधारवाक्यों से जोड़ने पर और तब प्रारंभिक वैध युक्तियों की शृंखला से व्याघाती निगमित करने पर आगे बढ़ती है, ठीक उसी प्रकार एक कथन को पुनर्कथन सिद्ध करने के लिए I.P. विधि द्वारा इसके निषेध को आधारवाक्य मानकर और प्रारंभिक वैध युक्तियों की श्रृंखला से एक स्पष्ट व्याघाती निगमित करने पर आगे बढ़ती है। इस प्रकार कथन $B \vee \sim B$ निम्नलिखित रूप से एक पुनर्कथन सिद्ध होता है–

1. $\sim(B \vee \sim B) / \therefore B \vee \sim B$ (I.P.)

2. $\sim B . \sim\sim B$ 1 DE. M.

यह कहना कि यह कथन एक पुनर्कथन है, यह स्थापित करना है कि इसकी सत्यता Unconditional है, अतः इसे बिना किसी अन्य कथन के आधारवाक्य के रूप में अपील कर माना जा सकता है। इसी बात को कहने का दूसरा तरीका, जो शायद उतना भ्रामक नहीं है, उस तर्क की वैधता स्थापित करना है, जिसका सवालिया कथन उसका निष्कर्ष हो, लेकिन उसके कोई आधारवाक्य न हों। यदि निष्कर्ष एक पुनर्कथन हो तो निगमन पद्धति हमें युक्ति को वैध सिद्ध करने की छूट देती है, भले ही इसके कोई आधारवाक्य न हों, यह C.P. के नियम अथवा I.P.के नियम के प्रयोग द्वारा होता है। किसी भी पुनर्कथन को निगमन पद्धति द्वारा स्थापित किया जा सकता है।

Exercises :

I. Use the method of conditional proof to verify that the following are tautologies :

1. 1. $P \supset (Q \supset P)$

2. $P / \therefore (Q \supset P)$ (C.P.)

3. $Q / \therefore P$ (C.P.)

4. $Q \supset P$ 1, 2 M.P.

5. P 4, 3 M.P.

2\. 1. $[P \supset (Q \supset R)] \supset [(P \supset Q) \supset (P \supset R)$

2. $[P \supset (Q \supset R)] / \therefore [(P \supset Q) \supset (P \supset R)$ $(C.P.)$

3. $P \supset Q / \therefore P \supset R$

4. $P / \therefore R$

5. $Q \supset R$ 2, 4 M.P.

6. $P \supset R$ 3, 5 H.S.

7. R 6, 4 M.P.

3\. 1. $\left[P \supset \left(Q \supset R\right)\right] \supset \left[Q \supset (P \supset R)\right]$

2. $P \supset \left(Q \supset R\right) / \therefore Q \supset (P \supset R)$ C.P.

3. $Q / \therefore P \supset R$ C.P.

4. $P / \therefore R$ C.P.

5. $Q \supset R$ 2, 4 M.P.

6. R 5, 3 M.P.

4\. 1. $\left(P \supset Q\right) \supset (\sim Q \supset \sim P)$

2. $\left(P \supset Q\right) / \therefore \sim Q \supset \sim P$ C.P.

3. $\sim Q / \therefore \sim P$ C.P.

4. $\sim P$ 2, 3 M.T.

5\. 1. $\sim \sim P \supset P$

2. $\sim\sim P / \therefore P$ C.P.

3. P 2 D.N.

6. 1. $P / \supset \sim\sim P$

2. $P / \therefore \sim\sim P$ (C.P)

3. $\sim\sim P$ 2 D.N.

7. 1. $(A \supset B) \supset [(B \supset C) \supset (A \supset C)]$

2. $A \supset B / \therefore [(B \supset C) \supset (A \supset C)]$ (C.P.)

3. $B \supset C / \therefore A \supset C$ (C.P.)

4. $A / \therefore C$ (C.P.)

5. $A \supset C$ 2, 3 H.S.

6. C 5, 4 M.P.

8. 1. $[(A \supset B).(A \supset B)] \supset [A \supset (B \vee C)]$

2. $(A \supset B).(A \supset C) / \therefore A \supset (B \vee C)$ (C.P.)

3. $A / \therefore B \vee C$ (C.P.)

4. $A \supset B$ 2 SIMP

5. B 4, 3 M.P.

6. $B \vee C$ 5 ADD

9. 1. $[(A \supset B).(A \supset C)] \supset [A \supset (B.C)]$

2. $(A \supset B).(A \supset C) / \therefore A \supset (B.C)$ (C.P)

3. $A / \therefore B.C$ (C.P.)

4. $A \supset B$ 2 SIMP

5. B 4, 3 M.P.

6. $(A \supset C).(A \supset B)$ 2 COMM

7. $A \supset C$ 6 SIMP

8. C 2, 3 M.P.

9. B.C 5,8 CONJ

10. 1. $(A \supset B) \supset [A \supset (A.B)]$

2. $A \supset B / \therefore A \supset (A.B)$ (C.P.)

3. $A / \therefore A.B$ (C.P.)

4. B 2, 3 M.P.

5. $A.B$ 3, 4 CONJ

11.3 पुनर्कथनात्मक प्रतिपत्ति एवं समता

कोई वाक्य 'य' पुनर्कथनात्मक प्रतिपत्ति किसी वाक्य 'र' की तभी कही जा सकती है जब सोपाधिक य ⊃ र एक पुनर्कन हो। इस प्रकार वाक्य –लाक कुंवारा था और न्यूटन कभी विवाहित नहीं था, का पुनकर्थनात्मक प्रतिपत्ति है–न्यूटन कभी विवाहित नहीं था। चूंकि किसी दो वाक्य 'य' और 'र' के लिए हम जानते हैं कि वाक्य (य.र) ⊃ र एक पुनर्कथन है जैसा कि निम्नलिखित सत्यता सारिणी से स्पष्ट है–

य	र	य.र	(य.र) ⊃ र
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

यह उदाहरण इस विचार का मिथ्या प्रोत्साहन हो सकता है कि पुनर्कथनात्मक प्रतिपत्ति तुच्छ है किन्तु यह सत्य है कि यहा तार्किक अनुमान के सिद्धांत का मूल है। जब दो वाक्य एक दूसरे के पुनर्कथनात्मक प्रतिपत्ति हो तो वे पुनकर्थनात्मक समता कहलाते हैं। पुनर्कथनात्मक समता का विचार पुनर्कथनात्मक प्रतिपत्ति के विचार से अधिक दृढ़ है।

11.4 युक्ति एवं पुनकर्थन में सम्बन्ध :

किसी भी युक्ति को सोपाधिक कथन के अनुरूप पाने के लिए यह आवश्यक होता है कि –

(A) सोपाधिक वाक्य का हेतु उस युक्ति के आधारवाक्यों का संयोजन हो। एवं

(B) उसका हेतुमत उस युक्ति का निष्कर्ष हो।

इस प्रकार प्रत्येक युक्ति के अनुरूप सोपाधिक कथन होता है जिसका हेतु उस युक्ति के आधार वाक्यों का संयोजन एवं हेतुमत उस युक्ति का निष्कर्ष होता है। यदि कोई युक्ति वैध है तो उसके अनुरूप सोपाधिक कथन एवं पुनर्कथन होता है जैसे–

पूर्वत अनुमान य ⊃ र
य
∴ र

11.5 सोपाधिक प्रमाण के नियम (The rule of conditional proof) (C.P.)-

सभी युक्तियों को केवल अनुमान के 19 नियमों के द्वारा वैध सिद्ध नहीं किया जा सकता। कुछ युक्तियाँ ऐसी हैं जो सत्यता–सारणी और बूलीय विस्तारण की विधि से वैध सिद्ध हो जाते हैं, लेकिन निगमन विधि से वैध सिद्ध नहीं किये जा सकते हैं। ऐसी युक्तियों के आधारवाक्य से हम किसी भी प्रकार के निष्कर्ष नहीं निकाल सकते। इससे 19 नियमों की अपूर्णता सिद्ध हो जाती है। उदाहरणार्थ–युक्ति $A \supset B / \therefore A \supset (A.B)$ को सत्यता–सारणी एवं बूलीय विस्तारण विधि से वैध सिद्ध किया जा सकता है, लेकिन 19 नियम इसकी वैधता सिद्ध नहीं कर पाता है।

इस प्रकार, ऐसी युक्तियाँ जिनके आधारवाक्यों से हम निगमनात्मक पद्धति के नियमों के आधार पर निष्कर्ष को निगमित नहीं कर सकते, के लिए C.P. विधि का प्रयोग करते हैं। C.P. का नियम I.P. नियम के समान है क्योंकि हम इसमें सीधे(Directly)आधारवाक्य से निष्कर्ष निगमित नहीं कर पाते।

C.P.नियम से निम्नलिखित दो लाभ हैं–

1. इससे वे युक्तियाँ वैध सिद्ध हो जाती हैं जो निगमनात्मक पद्धति के नियम से वैध सिद्ध नहीं की जा सकती हैं।

2. जो युक्तियाँ निगमनात्मक पद्धति के आधार पर वैध सिद्ध हो जाती हैं, वे C.P. के नियम से अपेक्षाकृत सरलतम एवं संक्षिप्त रूप में सिद्ध हो सकती हैं।

परन्तु C.P. के नियम में एक दोष भी है, जो केवल उन्हीं युक्तियों पर लागू होगा, जिनका निष्कर्ष सोपाधिक (Conditional) होगा।

C.P. नियम का प्रयोग निम्नलिखित ढंग से किया जाता है–

1. पहले प्रस्तुत तर्क और उसके निष्कर्ष को लेंगे, जो सोपाधिक होना चाहिए।

2. इसके बाद हम एक नयी युक्ति बनायेंगें, जिसके आधारवाक्य में वास्तविक युक्ति (Original Argument) के आधारवाक्यों को तो रखेंगे ही साथ ही हम एक नया आधारवाक्य जोड़ेंगे, जो वास्तविक युक्ति में निष्कर्ष का हेतु (Antecedent) होगा तथा इस नयी युक्ति का निष्कर्ष लिखेंगे, जो वास्तविक युक्ति के निष्कर्ष का हेतुमत (Consequent) होगा यथा –

1. $A \supset B / \therefore A \supset (A.B)$

2. $A / \therefore A.B$ (C.P)

अब जो भी आधारवाक्य हैं उनसे नये युक्ति के निष्कर्ष निगमित करेंगे। यदि नयी युक्ति वैध सिद्ध हो जाए अर्थात हम आधारवाक्यों से नये निष्कर्ष को निगमित करते हैं तो यह सिद्ध हो जाता है कि दी गयी युक्ति वैध है। जैसे उपरोक्त उदाहरण –

3. B   1,2 M.P.

4. A.B.   2,3 CONJ

चूंकि नया निष्कर्ष आधारवाक्यों से निगमित हो जा रहा है, अतः उपरोक्त युक्ति $A \supset B / \therefore A \supset (A.B)$ वैध है।

तर्कशास्त्री इसे भी सिद्ध करते हैं कि ऊपर उल्लिखित C.P.नियम को स्थापित करने का तरीका जो वैध निष्कर्ष निगमित करता है, कैसे वैध है? एक युक्ति है –

$P / \therefore A \supset C$

(यहां P अनेक आधारवाक्यों के संयोजन को निर्दिष्ट करता है।)

यह पहले से ही ज्ञात है कि कोई भी युक्ति तभी वैध होती है जब उसके अनुरूप बनने वाला सोपाधिक कथन पुनर्कथन हो। इस प्रकार यदि किसी युक्ति के Corresponding ConditionalStatementको पुनकर्थन सिद्ध कर दिया जाए तो प्रस्तुत युक्ति वैध सिद्ध हो जाती है। इस प्रकार उल्लिखित युक्ति काCorresponding Conditional Statement $P \supset (A \supset C) \equiv (P.A) \supset C$ होगा।

इसे निम्न प्रकार पुनर्कथन सिद्ध करेंगे।

P	A	C	$(A \supset C)$	$P \supset (A \supset C)$	P.A.	$(P.A) \supset C$	$P \supset (A \supset C) \equiv (P.A) \supset C$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T	T
F	T	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	T	F	T	T
F	F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T

स्पष्ट है कि वास्तविक युक्ति (Original argument) $P / \therefore A \supset C$ का Corresponding Conditional Statementपुनर्कथन सिद्ध हो जाता है, तो इसका समतुल्य अभिव्यक्ति भी पुनर्कथन होगा।

इस प्रकार, यह स्पष्ट हो जाता है कि C.P. विधि का प्रयोग केवल वही किया जाता है, जहां प्रदत्त युक्ति (Given argument) का निष्कर्ष सोपाधिक कथन (Conditional statement) के रूप में हो। इसका कारण यह है कि इस विधि का जब प्रयोग किया जाता है तो दी हुयी युक्ति के निष्कर्ष का हेतु (Antecedent) लेकर हम एक नया आधारवाक्य बना लेते हैं और तब निष्कर्ष के हेतुमत को अनुमान के नियमों से निगमित करते हैं।

जैसे –

$(A \vee B) \supset (C.D.)$

$(D \vee E) \supset F / \therefore A \supset F$

को निम्न प्रकार से C.P. विधि से सिद्ध किया जाता है–

1. $(A \vee B) \supset (C.D.)$
2. $(D \vee E) \supset F / \therefore A \supset F$

3. A / ∴ F (C.P.) (यहां वास्तविक युक्ति के निष्कर्ष का हेतु लेकर एक नया आधारवाक्य जोड़ा गया है, और अब अनुमान के नियमों से निष्कर्ष F प्राप्त किया जाएगा, जो कि वास्तविक युक्ति के निष्कर्ष का हेतुमत है।)

4. A ∨ B 3, ADD

5. C.D 1, 4, M.P.
6. D.C. 5, COM
7. D 6, SIMP
8. D ∨ E 7, ADD
9. F 2, 8, M.P.

Exercises

Give conditional proofs of validity.

1. If you plant tulips, then your garden will bloom early and if you plant asters, then your garden will bloom late. So if you plant either tulips or asters, then your garden will bloom either early or late.

(T, E, A, L)

1. (T ⊃ E) . (A ⊃ *L*) / ∴ (T ∨ A) ⊃ (E ∨ L)
2. (T ∨ A) / ∴ (E ∨ L)
3. (E ∨ L) 1, 2 C. D

2. If you plant tulips, then your garden will bloom early, and if you plant asters, then your garden will bloom late. So if you plant both tulips and asters, then your garden will bloom both early and late. (T, E, A, L)

1. (T ⊃ E) . (A ⊃ L) / ∴ (T.A) ⊃ (E.L)
2. (T.A) / ∴ (E.L)
3. T 2 SIMPL
4. T ⊃ E 1 SIMPL
5. E 4, 3 M.P.
6. (A ⊃ L).(T ⊃ E) 1 COMM
7. A ⊃ L 6 SIMPL
8. A.T. 2 COMM
9. A 8 SIMPL
10. L 7, 9 M.P.
11. E.L. 5, 10 CONJ

3. If we go to Europe, then we tour Scandinavia. If we go to Europe, then if we tour Scandinavia, then we visit Norway. If we tour Scandinavia, then if we visit Norway, then we shall take a trip on a fiord. Therefore, if we go to Europe, then we shall take a trip on a fiord. (E,S,N,F)

1. E ⊃ S

2. $E \supset (S \supset N)$
3. $S \supset (N \supset F) / \therefore\ E \supset F$
4. $E / \therefore\ F$
5. S 1,4 M.P.
6. $S \supset N$ 2, 4 M.P.
7. N 6, 5 M.P.
8. $N \supset F$ 3, 5 M.P.
9. F 8, 7 M.P.

4. If Argentina joins the alliance, then either Brazil or Chileboycotts it. If Ecuador joins the alliance, then either Chile or Peru boycotts it. Chile does not boycotts it. Therefore, if neither Brazil nor Peru bycotts it, then in Argentina nor Ecuador joins the alliance. (A, B, C, E, P)

1. $A \supset (B \vee C)$
2. $E \supset (C \vee P)$
3. $\sim C / \therefore\ \sim (B \vee P) \supset \sim (A \vee E)$
4. $\sim (B \vee P) / \therefore\ \sim (A \vee E)$
5. $\sim A \vee (B \vee C)$ 1 IMPL
6. $(\sim A \vee C) \vee C)$ 5 ASSOC
7. $C \vee (\sim A \vee B)$ 6 COMM
8. $\sim E \vee (C \vee P)$ 2 IMPL
9. $\sim E \vee (P \vee C)$ 8 COMM
10. $(\sim E \vee P) \vee C$ 9 ASSOC
11. $C \vee (\sim E \vee P)$ 10 COMM
12. $[C \vee (\sim B)].[(C \vee (\sim E \vee P)]$ 7, 11 CONJ
13. $C \vee [(\sim A \vee B).(\sim E \vee P)]$ 12 DIST
14. $C \vee [(A \supset B).(E \supset P)]$ 13 IMPL
15. $(A \supset B).(E \supset P)$ 14, 3 DS
16. $(A \supset B)$ 15 SIMPL
17. $(E \supset P).(A \supset B)$ 15 COMM
18. $(E \supset P)$ 17 SIMPL
19. $\sim B. \sim P$ 4 DE M.
20. $\sim B$ 19 SIMPL
21. $\sim A$ 16, 20 M.T.
22. $\sim P. \sim B$ 19 COMM
23. $\sim P$ 22 SIMPL
24. $\sim E$ 18, 23 M.T.
25. $\sim A. \sim E$ 21, 24 CONJ
26. $\sim (A \vee E)$ 25 DE M.

5. If either Argentina or Brazil joins the alliance, then if either Venezuela boycotts it. If either Peru or Nicaragua does not boycott it, Chile or Ecuador boycotts it, then although Peru does not

boycott it, the Urugay will join the alliance. Therefore, if Argentina joins the alliance, then if Chile boycotts it, then Uruguay will join the alliance.

(A, B, C, E, P, V, N, U)

1. $(A \vee B) \supset [C \vee E) \supset (\sim P.V)]$
2. $(\sim P \vee \sim N) \supset U / \therefore\ A \supset (C \supset U)$
3. $A / \therefore\ (C \supset U)$
4. $C / \therefore\ U$
5. $(A \vee B)$ — 3 ADD
6. $(C \vee E) \supset (\sim P. V)$ — 1, 5 MP
7. $(C \vee E)$ — 4 ADD
8. $(\sim P. V)$ — 6, 7 M.P.
9. $\sim P$ — 8 SIMP
10. $\sim P \vee \sim N$ — 9 ADD
11- U — 2, 10 M.P.

11.6 निष्कर्ष :

इस इकाई के निष्कर्ष स्वरूप हम कह सकते हैं कि वाक्य एंव वाक्य आकार की विवेचना से हमें पुनर्कथन, व्याघात, संभाव्य या आपातिक वाक्य आकार प्राप्त होते हैं। प्रत्येक युक्ति किसी न किसी वाक्य या वाक्य आकार से ही निर्मित होती है इसलिए हमारे लिए यह आवश्यक हो जाता है कि हम युक्ति की वैधता, अवैधता या सत्यता और असत्यता के विवरण के लिए पुनर्कथन के प्रमाणों की चर्चा करें। पुनर्कथन एक शाब्दिक प्रतिपत्ति तथा पुनर्कथन एवं युक्ति के मध्य सम्बन्धों के आधार पर हम कह सकते हैं कि तर्कशास्त्र विशेषतः निगनात्मक तर्क शास्त्र में पुनर्कथन एवं सोपाधिक प्रमाणों की सार्थकता से ही वाक्यों की सार्थकता एवं निरर्थकता का ज्ञान प्राप्त कर सकते हैं।

11.7 सारांश :

सारांशतः हम कह सकते हैं कि C.P. विधि का प्रयोग केवल वहीं किया जा सकता है जहां प्रदत्त युक्ति का निष्कर्ष सोपाधिक कथन के रूप में हो। इस इकाई में हमने देखा कि युक्ति एवं पुनर्कथन के मध्य क्या सम्बन्ध है। वाक्य की संख्या क्या है? वाक्य आकार एवं वाक्यों के चर य, र, ल, व का हम किस प्रकार वर्णन कर सकते हैं। सोपाधिक प्रमाण के नियमों के अन्तर्गत हमने पाया कि सभी युक्तियों को केवल अनुमान के 19 नियमों के द्वारा ही वैध नहीं सिद्ध किया जाता है। कुछ युक्तियां ऐसी हैं जो सत्यता सारिणी एवं बूलीय विस्तारण की विधि से वैध सिद्ध हो जाती हैं।

11.8 प्रश्न बोध :

(1) सोपाधिक प्रमाण के नियमों की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

(2) युक्ति एवं पुनर्कथन में सम्बन्ध निरूपित कीजिए।

(3) पुनर्कथन के प्रमाणों की उदाहरणर सहित व्याख्या कीजिए।

11.9 उपयोगी पुस्तकें :

(1) प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र : एक अध्ययन – अविनाश तिवारी

(2) तर्कशास्त्र का परिचय –इरविन एम कोपी

(3) तर्कशास्त्र प्रवेशिका – राम मूर्ति पाठक

...00..

इकाई 12 : संक्षिप्त सारिणी विधि

इकाई की रूपरेखा

12.0 उद्देश्य

12.1 प्रस्तावना

12.2 सत्यता सारिणी द्वारा युक्ति आकार की वैधता ज्ञात करना

12.3 संक्षिप्त सारिणी विधि

12.4 वैधता की कसौटी

12.5 अवैधता का प्रमाण

12.6 निष्कर्ष

12.7 सारांश

12.8 प्रश्नबोध

12.9 उपयोगी पुस्तकें

...00...

12.0 उद्देश्य

तर्कशास्त्र में युक्ति आकार की वैधता ज्ञात करने के लिए एक सत्यता सारिणी बनायी जाती है जिससे उसके आधार वाक्यों एवं निष्कर्ष के संभाव्य प्रतिस्थापक उदाहरणों का सत्यता मूल्य निकाला जाता है। इस इकाई में हम युक्ति आकार एवं युक्ति की वैधता एवं अवैधता सिद्ध करने के लिए जिस विधि का प्रयोग करते हैं उसका प्रयोग करते हुए यह ज्ञात किया जाता है कि सत्यता मूल्य का निर्धारण इस प्रकार से किया जाए कि उसके सभी आधार वाक्यों को सत्य मूल्य दिया जाए एवं निष्कर्ष को असत्य। इस इकाई के मुख्य उद्देश्य युक्ति एवं युक्ति आकार की वैधता/सत्यता ज्ञात करना है।

12.1 प्रस्तावना

तर्कशास्त्र में जब हम वाक्यों का प्रयोग करते हैं तो वाक्यों का स्वरूप हमारे दैनन्दिन प्रयोग किय जाने वाले वाक्यों से भिन्न होता है। इसीलिए तर्कशास्त्र में प्रयोग किए जाने वाले वाक्यों को हम तर्कवाक्य कहते हैं। ये तर्कवाक्य आधार वाक्य बनकर वाक्य आकार का निर्माण करते हैं। वाक्य आकार वैध है अथवा नहीं इसकी स्पष्टता के लिए सत्यता सारिणी का प्रयोग किया जाता है।प्रस्तुत इकाई में हम वाक्य आकारों की वैधता के सन्दर्भ में ज्ञान प्राप्त करने के लिए चर्चा करेंगे। हम यह भी देखेंगे कि किस प्रकार सत्यता सारिणी द्वारा युक्ति आकार की वैधता ज्ञात की जाती है। इसके साथ वैधता के लिए कसौटी क्या है? इसकी उदाहरण सहित व्याख्या करेंगे। पुनः अवैधता का प्रमाण इत्यादि की चर्चा हम इस इकाई में करेंगे।

12.2 सत्यता सारिणी द्वारा युक्ति आकार की वैधता ज्ञात करना

उल्लेखनीय है कि युक्ति आकार में एक वाक्य चर होने पर दो पंक्तियां दो वाक्य चर होने पर चार पंक्तियां (2^2 या 2×2), तीन वाक्य होने पर आठ पंक्तियां ($2^3=8$) चार वाक्य चर होने पर सोलह पंक्तियां ($2^4 = 16$) बनाकर वाक्य चरों का संभाव्य सत्यता मूल्य भरा जाता है। चूंकि हम जानते हैं कि युक्ति आकार प्रतीकों का वह विन्यास है जिसमें वाक्य चर होते हैं। वाक्य चर एक वर्ण या अक्षर होता है जिसके स्थान पर कोई भी सरल या संयुक्त वाक्य रखा जा सकता है। जब वाक्य चरों के स्थान पर वाक्य रख दिए जाते हैं तो कोई भी युक्ति आकार एक युक्ति बन जाती है। जैसे –

$य \supset र$
$र \supset य$
$\therefore य \supset ल$

उपरोक्त एक युक्ति आकार है। यदि य के लिए प्रथम देशवासी राजनीतिक है, र के लिए वह झूठ बोलता है, और ल के लिए वह राजनीतिक होने से निषेध करता है, वाक्य लेकर वाक्य चरों के स्थान पर इन वाक्यों को रख दे ंतो उपर्युक्त युक्ति आकार एक युक्ति बन जाती है –

यदि प्रथम देशवासी राजनीतिक है तो वह झूठ बोलता है।
यदि व झूठ बोलता है तो राजनीतिक होने से निषेध करता है।

∴ यदि प्रथम देशवासी राजनीतिक है तो वह राजनीकित होने से निषेध करता है –निष्कर्ष

इन वाक्य चरों के आधार पर वाक्य आकार एवं उसके पश्चात युक्ति की वैधता का मापन संक्षिप्त सारणी विधि द्वारा किया जाता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि सत्यता सारिणी में पंक्तियों का सम्बन्ध वाक्य चरों की संख्या से है।

12.3 संक्षिप्त सारणी विधि (Shorter Table Method)

युक्तियों की वैधता की जाँच एवं कथनों का पुनर्कथन, व्याघात एवं संभाव्य के रूप में वर्गीकरण इस विधि के द्वारा भी किया जाता है। पहले ही यह स्पष्ट कर दिया गया था कि कोई भी युक्ति तभी अवैध होती है, जब सरल कथनों के अवयवों की सत्यता मूल्य (Truth value) का निर्धारण इस प्रकार से किया जाता है कि उसके सभी आधारवाक्यों को सत्य मूल्य दे दिया जाए एवं निष्कर्ष को असत्य। दूसरे शब्दों में कोई भी युक्ति तभी अवैध होती है, जब उसके सभी आधारवाक्य सत्य हों और निष्कर्ष असत्य। इसे निम्न उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है–

Av B

$A \therefore \sim B$

इस युक्ति में निष्कर्ष को असत्य सिद्ध करने के लिए B की सत्यता मूल्य 'T' रखनी होगी (क्योंकि~B =~T = F) इसी प्रकार द्वितीय आधार वाक्य को मानना पड़ेगा (A=T) एवं प्रथम आधारवाक्य AvB को सत्य सिद्ध करने के लिए पूर्व निर्धारित सत्यता मूल्य जो कि A एवं B का है, वही रख देंगे अर्थात् AvB + T v T = T। इस प्रकार यह युक्ति अवैध सिद्ध हो गयी क्योंकि इसके दोनों आधारवाक्य सत्य हैं और निष्कर्ष असत्य।

अब विसंगति प्रदर्शन विधि (Reductio ad Absurdum) से युक्तियों की वैधताकी जाँच करने के लिए इस नियम को ध्यान में रखना आवश्यक है–"यदि किसी युक्ति कोवैध सिद्ध करना है, तो उसके आधारवाक्यों को सत्य (T) एवं निष्कर्ष को असत्य (F) सिद्धकरने के लिए एक ही अवयव को दो सत्यता–मूल्य (T और F) देना पड़ता है।" जैसे–

$(A \supset B).(C \supset D$

$A \vee C$

$\therefore\ B \vee D$

इस युक्ति में सर्वप्रथम निष्कर्ष को असत्य मूल्य देना पड़ेगा अर्थात् B vDको Fमानना पड़ेगा। B v Dतभी असत्य होगा, जब B एवं D दोनों को एक ही सत्यता मूल्यअर्थात् F प्रदान किया जाए, क्योंकि B v D = F v F = Fहोता है।

अब प्रथम आंधारवाक्य (A⊃B). (C⊃D) को T सिद्ध करने के लिए A⊃B एवं C⊃D दोनों को T मानना पड़ेगा अर्थात् A एवं C दोनों को F मूल्य प्रदान करना पड़ेगा(B एवं D का मूल्य F ज्ञात है)। अतः (A⊃B). (C⊃D) = (F⊃F). (F⊃F).T.T=Tहोगा।

और अन्त में द्वितीय आधार को सत्य (T) सिद्ध करने के लिए A vC में से किसीभी एक अवयव A या C की सत्यता मूल्य को पूर्व निर्धारित सत्यता–मूल्य में से परिवर्तन करनाहोगा। इसे और अधिक स्पष्ट किया जा सकता है–

पूर्व निर्धारित सत्यता–मूल्य A एवं C को F माना गया है, अतःA v C = F v F= F होगा, लेकिन हमें आधारवाक्य को सत्य करना है, अतः इनमें से किसी भी एक अवयवका मूल्य T रख दें तो A v C = T v F = T या F v T= T हो जाएगा, लेकिनइससे फिर प्रथम आधारवाक्य भी असत्य हो जाएगा। अतः यह युक्ति अवैध नहीं है, वैध है।क्योंकि किसी युक्ति को अवैध सिद्ध करने के लिए यह कदापि सम्भव नहीं है कि A या Cको सत्य और असत्य दोनों मूल्य एक साथ प्रदान किया जाए।

इस विधि द्वारा किसी कथन को पुनर्कथन, व्याघात या संभाव्य के रूप में वर्गीकरण निमन प्रकार से किया जाता है–

यदि हमें सिद्ध करना हो कि $(A \supset B) \supset [A \supset (A, B)]$पुनर्कथन है, तो विसंगति प्रदर्शन विधि के द्वारा हम इसे इस प्रकार सिद्ध करेंगे–

यदि $(A \supset B) \supset [A \supset (A,B)]$ को संगत तरीके से F सत्यता मूल्य दिया जा सके तब यह व्याघाती (Contradictory) होगा किन्तु ऐसा न करना इसे पुनर्कथन सिद्ध करना है। यह कथन तभी संभव होगा जब इसका हेतुमत $A \supset (A.B) = F$ हो और हेतु $(A \supset B) = T$ हो। $A \supset (A.B) = F$ तभी होगा जब हेतु A=T तथा हेतुमत A. B = Fहोगा। A.B में, चूँकि A को T माना गया है, अतः B को F होना चाहिएA ऐसी स्थिति में A⊃B= T⊃F=F हो जाएगा, जबकि पहले यह कहा गया है कि A⊃B=T हो या B = T किन्तु तब हेतु (A⊃B) को दिये गये सत्यता मूल्यों और हेतुमत [A⊃(A.B)], को दिये गये सत्यता मूल्यों में स्पष्ट विरोध हो जाता है। अतः इसे संगत तरीके से Fसत्यता मूल्य नहीं दिया जा सकता। अतः यह पुनर्कथन है।

एक अन्य उदाहरण से भी इसे स्पष्ट किया जा सकता है–

जैसे $-P \supset (Q \supset P)$ को पुनर्कथन सिद्ध करने के लिए आवश्यक है कि F सत्यतामूल्य प्रदान किया जाए। यह कथन F तभी होगा, जब इसका हेतु P = T तथा हेतुमत $Q \supset P = F$ हो। $Q \supset P = F$ तभी संभव है, जब Q =T तथा P=F हो किन्तु यह असंगति है, क्योंकि P = T पहले ही निश्चित कर लिया गया है। अतः यह पुनर्कथन होगा।

उपरोक्त उदाहरणों से यह स्पष्ट हो गया है कि शविसंगति प्रदर्शन की विधि द्वारा किसीभी कथन को पुनर्कथन सिद्ध करने के लिए F सत्यता मूल्य प्रदान किया जाता है। यदि संगततरीके से यह कथन F नहीं हो पाता, तो यह स्पष्ट हो जाता है कि वह कथन पुनर्कथन है। यदि संगत रूप से किसी कथन को सत्यता मूल्य प्रदान करना संभव हो, और वह असत्य हो जाए, तो वह कथन पुनर्कथन न होकर या तो वह व्याघाती होगा या संभाव्य। ऐसी स्थिति में इसे सत्य सिद्ध करने के लिए अर्थात् पुनर्कथन सिद्ध करने के लिए हम सत्यता मूल्य का निर्धारण करते हैं। यदि यह प्रयास हमें व्याघाती की ओर ले जाता है, तब वह वाक्य पुनर्कथन न होकर एक व्याघाती वाक्य होता है। दूसरे वाक्यों में किसी कथन को व्याघाती सिद्ध करने के लिए किसी अवयव को T और F दोनों सत्यता मूल्य प्रदान करते हैं, और ऐसी स्थिति में वह कथन असत्य हो जाता है, तो इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि वह कथन व्याघाती है। जैसे $-(\sim P.q).(q \supset P)$ को व्याघाती सिद्ध करने के लिए P याq में से किसी भी अवयवको Tएवं F मूल्य प्रदान करें, और दोनों स्थितियों में यदि वह

असत्य हो जाए तो व्याघाती सिद्ध हो जाता है। अतः $(\sim P.q).(q \supset P)$ को निम्न प्रकार व्याघाती सिद्ध करेंगे–

Pको Tएवं qको भी Tमान लें तो –

$$(\sim T.T).(T \supset T) = (F.T).T = F.T = F$$

पुनः Pको Fएवं qको भी Tमान लें तो –

$$(\sim F.T).(T \supset F) = (T.T).F = T.F = F$$

इस प्रकार यह स्पष्ट हो गया कि उपरोक्त कथन असत्य होने के कारण व्याघाती है, क्योंकिP को एक बार Tएवं बार F मूल्य प्रदान किया गया और दोनों ही स्थितियों में वह असत्य ही आया।

और अन्त में, किसी कथन के अवयव को अलग–अलग सत्यता मूल्य देकर सत्य और असत्य दोनों सिद्ध कर दिया जाए तो वह कथन न तो पुनर्कथन होगा, न व्याघाती वरन् वह संभाव्य कथन होगा। जैसे–

$$[(P \supset q) \supset q] \supset q$$

यहां P को T एवं qको F सत्यता मूल्य प्रदान करें, तो –

$$[(T \supset F) \supset F] \supset F = (F \supset F) \supset F = T \supset F = F$$

पुनः यदि P को Tएवं qको Fसत्यता मूल्य प्रदान करें तो –

$$[(F \supset F) \supset F] \supset F = (T \supset F) \supset F = F \supset F = T$$

स्पष्ट है कि Pको एक बार T एवं दूसरी बारF मूल्य प्रदान करने पर उपरोक्त कथन Tएवं Fदोनों ही सिद्ध हो जा रहा है, अतः यह कथन संभाव्य है।

EXERCISE

1. Use the reduction ad absurdum method of assigning truth values to decide the validity or invalidity of the arguments and argument forms.

1- $P.q / \therefore P$

उपर्युक्त युक्ति की वैधता को सिद्ध करने के लिए आधार वाक्य को T और निष्कर्ष को F ठहराते हैं।

अब निष्कर्ष को F होने के लिए P की जगह F रखते हैं।

आधारवाक्य को T होने के लिए P और q दोनों T होने चाहिए, परन्तु हम पहले से ही निष्कर्ष को असत्य होने के लिए P का मान F रख चुके हैं।

इस कारण यह युक्ति वैध है केवल यदि P असत्य और सत्य दोनों हो जैसा कि असंभव है। अतः यह युक्ति वैध है।

2. 1. $P \vee q$

2. $P / \therefore \sim q$

इस युक्ति की वैधता को सिद्ध करने के लिए आधार वाक्यों को 'सत्य' और निष्कर्ष को असत्य ठहराते हैं।

अब निष्कर्ष $\sim q$ असत्य तभी होगा जब q का मूल्य T रखें।

$\sim q = F$

$\sim (T) = F$

द्वितीय आधार वाक्य (P) सत्य तभी होगा जब P का मूल्य T रखें –

$P = T$

प्रथम आधार वाक्य $P \vee q$ में P और q का उपर्युक्त मूल्य रखने पर यह सत्य आता है।

$P \vee q = T$

$T \vee T = T$

इस कारण यह युक्ति अवैध है।

इसी तरह हम अन्य प्रश्नों को भी हल करेंगे।

12.4 वैधता की कसौटी

चूंकि युक्ति आकर तभी वैध होता है जब युक्ति आकार के प्रतिस्थापक उदाहरणों में आधार वाक्यों के सत्य होने के साथ निष्कर्ष भी सत्य होता है। यदि युक्ति आकार का एक भी प्रतिस्थापक

उदाहरण ऐसा है जिसमें आधारवाक्य सत्य है किन्तु निष्कर्ष असत्य तो युक्ति आकार अवैध होगा। जैसे –

य⊃ र

र ⊃ ल

∴ य⊃ ल

	(1) आधार वाक्य	(2) आधार वाक्य	निष्कर्ष
य र ल	य⊃ र	र ⊃ ल	∴ य⊃ ल
स स स	स	स	स
स स अ	स	अ	अ
स अ स	अ	स	स
स अ अ	अ	स	अ
अ स स	स	स	स
अ स अ	स	अ	स
अ अ स	स	स	स
अ अ अ	स	स	स

वैध क्योंकि प्रथम, पंचम, सप्तम और अष्टम पंक्तियों में आधारवाक्य सत्य है और निष्कर्ष भी सत्य है।

12.5 अवैधता का प्रमाण

किसी युक्ति को अवैध सिद्ध करने के लिए कोई आकारिक प्रमाण नहीं है। इसके लिए एक संक्षिप्त पद्धति का प्रयोग किया जाता है जो सत्यता सारिणी पद्धति से मिलती जुलती है। इस पद्धति की पृष्ठभूमि में यह स्वीकृति निहित है कि युक्ति के आधार वाक्य हेतु है और उसका निष्कर्ष हेतुमत। इस प्रकार यह माना जाता है कि परीक्ष्यमाण युक्ति एक हेतु हेतुमत तर्क वाक्य है। उल्लेखनीय है कि हेतु हेतुमत तर्कवाक्य तब अवैध होता है जब हेतु सत्य हो और हेतुमत असत्य। अतः हम युक्ति को अवैध सिद्ध करने के लिए युक्ति में आये वाक्य चरों को वह सत्यता मूल्य देते हैं जो युक्ति के निष्कर्ष को तो असत्य सिद्ध करे और आकार वाक्यों को सत्य। इस प्रकार सत्यता सारणियों की सहायता से किसी युक्ति को अवैध सिद्ध किया जा सकता है। जैसे–

अ ⊃ ब

क ⊃ ब

∴ अ ⊃ क

उपरोक्त युक्ति को निम्नलिखित तरीके से अवैध सिद्ध करते हैं –

अ ब क	अ ⊃ ब	क ⊃ ब /∴	अ ⊃ क
स स अ	सत्य	सत्य	असत्य

12.6 निष्कर्ष :

इस इकाई में निष्कर्षतः हम पाते हैं कि वाक्य आकार एवं वाक्य चरों की सहायता से युक्ति निर्माण करते हुए हम संक्षिप्त विधि का प्रयोग करते हैं और युक्तियों की वैधता की जांच के साथ –साथ कथनों का पुनर्कथन, संभाव्य और व्याघात के रूप में वर्गीकरण करते हैं सरल कथनों के अवयवों की सत्यता मूल्य का निर्धारण इस प्रकार से किया जाता है कि उसके सभी आधार वाक्यों को सत्य मूल्य दे दिया जाए और निष्कर्ष को असत्य। जब किसी युक्ति का निष्कर्ष असत्य होगा तो वह युक्ति स्वयं अवैध होगी।

12.7 सारांश :

इस इकाई में सारांशतः हम देखते हैं कि संक्षिप्त सारणी विधि का प्रयोग करते हुए हम वाक्य आकारों की सहायता से वाक्य चरों का निर्माण करते हैं। और विभिन्न विधियों से यदि किसी युक्ति को वैध सिद्ध करना है तो उसके आधार वाक्यों को सत्य एवं निष्कर्ष को असत्य सिद्ध करने के लिए एक ही अवयव को दो सत्यता मूल्य देना पड़ता है।

12.8 प्रश्न बोध

(1) विसंगति प्रदर्शन विधि द्वारा सिद्ध कीजिए कि $(A \supset B) \supset [A \supset (A..B)]$ पुनर्कथन है।

(2) संक्षिप्त सारिणी विधि की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

(3) सत्यता सारिणी द्वारा युक्ति आकार की वैधता ज्ञात कीजिए। उदाहरण सहित।

(4) वैधता की कसौटी की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

12.9 उपयोगी पुस्तकें –

(1) प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र : एक अध्ययन –अविनाश तिवारी

(2) तर्कशास्त्र प्रवेशिका – राम मूर्ति पाठक

(3) Introduction to Logic : Erving M. Kopi

--00—

खण्ड–4 विविध सिद्धान्त

खण्ड परिचय :

तर्कशास्त्र में तर्कवाक्य का विशेष महत्व है। दूसरे शब्दों में हम यह भी कह सकते हैं कि वाक्य को वास्तविक अर्थ को तर्कवाक्य कहते हैं। यह भी हो सकता है कि संरचना की दृष्टि से कि दो या दो से अधिक वाक्यों का अर्थ भिन्न हो या कि एक हो परन्तु विभिन्न वाक्यों का अर्थ ही तर्कवाक्य कहलाता है। इस खण्ड में इम जिन इकाइयों का अध्ययन करेंगे वह परिमाणन या परिमाणक सिद्धांत, सम्बन्धात्मक तर्कशास्त्र एवं सामान्य आकार तथा वूलीय विस्तारण है। तर्कवाक्य एक प्रकार का वाक्य ही है। तर्कवाक्य और वाक्य में भेद यह है कि वाक्य सदैव उस भाषा का भाग होता है जिसमें उसकी रचना होती है। किन्तु तर्कवाक्य के विषय में ऐसा नहीं है। तर्कवाक्य में सत्यता एवं असत्यता अवश्य ही होगी जबकि वाक्यों के साथ ऐसा नहीं है। इस खण्ड में हम परिमाणन का अर्थ, परिमाणको वाले तार्किक सम्बन्ध, नियम, गुणन तर्कवाक्य इत्यादि की चर्चा करेंगे। इसके उपरान्त सम्बन्धात्मक तर्कशास्त्र में सम्बन्धों का प्रतीकीकरण, सम्बन्धात्मक युक्तियां, सम्बन्धों की विशेषताएं, सम्बन्धों का तादात्म्य और निश्चित वर्णन, विधेयात्मक चर एंव गुणों का गुण, आकारिक निगमनात्मक तर्कशास्त्र निगमनात्मक तंत्र की विशेषताएं आदर्श विज्ञान, गणितीय तंत्र तथा वूलीय विस्तारण की चर्चा करेंगे। अपेक्षा है कि इस खण्ड में हम तर्कशास्त्र के उन पहलुओं की चर्चा करेंगे जिसमें प्रमुख रूप से तर्कवाक्य एवं निरूपाधिक तर्कवाक्यों के साथ–साथ सामान्य एवं वूलीय सामान्य आकार तथा वूलीय विस्तारण द्वारा सामान्य या किसी भी युक्ति की वैधता की जांच के नियमों की स्पष्ट जानकारी देंगे।

विश्लेषणात्मक दर्शन की यह मांग है कि भाषा की स्पष्टता एवं सटीकता हेतु यह आवश्यक है कि हमारे द्वारा प्रयोग किये जा वाक्यों की वैधता एवं सत्यता तथा अवैधता एवं असत्यता स्पष्ट हो। इन सभी प्रश्नों का उत्तर हम इस खण्ड में तलाशेंगे।

इकाई–13 : परिमाणन

इकाई की रूपरेखा

13.0 उद्देश्य

13.1 प्रस्तावना

13.2 परिमाणन का अर्थ

13.3 परिमाणन के नियम

13.4 एक बचनात्मक एवं सामान्य तर्कवाक्य

13.5 तर्कवाक्य एवं तर्कवाक्यीय फलन में अंतर

13.6 परिमाणक निषेधक सिद्धांत

13.7 तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण

13.8 विरोध वर्ग का खण्डन

13.9 वैधता का प्रमाणीकरण

13.10 सारांश

13.11 निष्कर्ष

13.12 महत्वपूर्ण प्रश्न

13.13 उपयोगी पुस्तकें

..00..

13.0 उद्देश्य

इस इकाई में हमारा उद्देश्य है कि हम आपको उन बिन्दुओं से परिचित कराएं जिनके अन्तर्गत हम युक्तियों की वैधता का सत्यापन करने वाले नियमों के ऐसे नये सेट से जिसमें सामान्य एवं एक तर्कवाक्य दोनों होते हैं और युक्तियों की वैधता –अवैधता का सत्यापन करने में प्रस्तुत सभी नियमों से प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र की पृष्ठभूमि का यथोचित चित्रण प्रस्तुत है। साथ ही साथ प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र की पृष्ठभूमि की पृष्ठभूमि में अरस्तू के न्यायवाक्य के सिद्धांत को सरलता से समझकर नये वर्ग के नियमों को लागू करना सम्मिलित है। इस इकाई के माध्यम से वाक्यों तथा तर्कवाक्यों के भेद को भी स्पष्टता से जानने में मदद मिलेगी।

13.1 प्रस्तावना

हम यहां पर स्पष्ट करना चाहते हैं कि व्यापक रूप से दो प्रकार की युक्तियों की चर्चा की जाती हैं एक युक्ति जिनमें ऐसे कथन होते हैं जो सत्य फलनात्मक एवं संयुक्त होते हैं और दूसरी युक्ति न तो सत्य फलनी और न ही संयुक्त होती है। परिमाणन इकाई हमारे समक्ष दूसरे प्रकार की युक्तियों पर प्रकाश डालती है। तर्कशास्त्र जो इस विषय से सम्बन्ध रखता है उसे विधेय तर्कशास्त्र या परिमाणन तर्कशास्त्र कहा जाता है। यह निगमनात्मक तर्कशास्त्र की ऐसी पद्धति है जो पदों के विश्लेषण के साथ–साथ कथनों के विश्लेषण को भी परिमाणन की तार्किक विशेषताओं का उपयोग करके सम्मिलित करता है। सामान्यतः इस प्रकार की युक्ति में दो प्रकार के कथन होते हैं जो सामान्य एंव एकल कहलाते हैं। पारंपरिक तर्कशास्त्र द्वारा स्वीकृत सभी तर्कवाक्य इन्हीं दो श्रेणियों में आते हैं। सर्वव्यापी एवं अंशव्यापी तर्कवाक्य दोनों सामान्य कहलाते हैं क्योंकि इन प्रकारों में कर्ता सामान्य पद है। जैसे मनुष्य, पौधा इत्यादि।जबकि एकता तर्कवाक्य में कर्ता निश्चित व्यक्ति के सन्दर्भ में होता है। यह वैयक्ति कर्ता मनुष्य जैसे रोहित शर्मा या वस्तु जैसे गेंद है। परिमाणन में हम विधेय एवं निषेध दोनों का प्रतीकीकरण करते हैं।

13.2 परिमाणन का अर्थ

सामान्यतः परिमाणन प्रमाणीकरण का एक महत्वपूर्ण बिन्दु है जिसके माध्यम से दृष्टांतों का प्रतिस्थापन कियाजाता है। प्रतिस्थापन दो तरीकों से किया जाता है। एकल तर्कवाक्य में 'a' से लेकर 'w' तक किसी व्यक्ति के नियतांक का 'x' में विस्थापन किया जा सकता है। यह

वैयक्तिक चर कहलाता है। इसे दृष्टांतीकरण भी कहा जाता है। दूसरी विधि सामान्यीकरण की है। इस प्रक्रिया में दिया गया तर्कवाक्य सामान्य प्रकार का होता है। सामान्य तर्कवाक्य दो प्रकार के होते हैं– सर्वव्यापी और अंशव्यापी। इन दोनों को प्रदर्शित करने के लिए हमारे पास दो परिमाणक होते हैं। परिमाणक वे प्रतीक होते हैं जो परिमाणक अभिव्यक्तियों जैसे कि प्रत्येक वस्तु/प्रत्येक व्यक्ति/सभी या कोई /कुछ भी को प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार सामान्य या सत्तात्मक परिणाम होते हैं। प्रतीक रूप में इन्हें क्रमशः निम्नवत दर्शाया जाता है–'x' और '∃x' ।

चूंकि इन दोनों में से प्रत्येक अभिव्यक्ति नकारात्मक या सकारात्मक हो सकती है अतः हमारे पास चार प्रकार के तर्कवाक्य होते हैं जिन्हें निम्न तरीके से प्रदर्शित किया जाता है –

(1) सभी भारतीय नश्वर हैं – (A) = (x)(Mx)

(2) सभी भारतीय नश्वर नहीं हैं –(E) = (x)–(Mx)

(3) कुछ भारतीय नश्वर हैं – (I) = (∃x)Mx

(4) कुछ भारतीय नश्वर नहीं हैं – (O) = (∃x)–Mx

उपरोक्त वर्णन **A, E, I** और **O** तर्कवाक्यों के प्रतीकीकरण के साथ–साथ सत्यता–असत्यता की पुष्टि करता है।

13.3 परिमाणन का नियम (Quantification Rules)

1. तर्कवाक्यीय फलन में अनुमान के नियम को शामिल करना

(Inferences Involving Propositional Function) :

Nu (ν) का प्रयोग a या b को व्यक्त करेगा अतः Φa और Φb के लिए Φv का प्रयोग हो सकता है।

यह स्थापित करना सुविधाजनक होगा कि दो निश्चित रूढ़ियाँ जो कि उक्ति 'Φμ' और 'Φv' को नियंत्रित करती हैं, ताकि प्रत्येक उक्ति उसी भाव में सभी अचर परिमाण नियमों के कथनों में प्रयोग की जा सके। यह दो निश्चित रूढ़ियाँ निम्न हैं–

वैयक्तिक चर अपवर्जक (व्यावर्तक) के रूप में 'μ'द्वारा निर्दिष्ट होता है जैसा कि 'v' या प्रदत्त युक्ति की आकारिक वैधता को प्रमाणित करने हेतु जिस आधारवाक्य से हम प्रारंभ करते हैं और जिस निष्कर्ष पर समापन करते हैं, वे सभी तर्कवाक्य होते हैं। लेकिन जहाँ कहीं भी EI और UG नियम का प्रयोग होता है, उसके मध्य में आयी हुयी पंक्तियों में से कुछ के चर स्वतंत्रहोते हैं और इस प्रकार यह तर्कवाक्य के बजाए तर्कवाक्यीय फलन होगा। वैधता के आकारिक प्रमाण की प्रत्येक पंक्ति अवश्यमेव या तो एक आधारवाक्य के रूप में हो या सीमित क्षेत्रका मान्यताहो या अनुमान के नियमों द्वारा प्राप्त प्रारंभिक वैध युक्ति आकार के पहले आयी हुयी पंक्तियों से वैधतः निगमित हो या पंक्तियों का एक ऐसा तात्कालिक प्राथमिक क्रम जो C.P. के नियम द्वारा प्राप्त हो। यहाँ पर तीन प्रश्न स्वाभाविक रूप से उपस्थित होते हैं–

1. किस दशा में अन्य तर्कवाक्यीय फलनों से एक तर्कवाक्यीय फलन को वैधतः निगमित किया जा सकता है,
2. किस दशा में तर्कवाक्यों से तर्कवाक्यीय फलन को वैधतः निगमित किया जा सकता है,

एवं

3. किस दशा में तर्कवाक्यीय फलनों से तर्कवाक्य को वैधतः निगमित किया जा सकता है?

उपरोक्त प्रश्नों का उत्तर देने के लिए वैध शब्द के विस्तृत अर्थ को जान लेना आवश्यक है। तर्कवाक्यीय फलन में स्वतंत्र चर (Free Variables) होते हैं। और इसीलिए यह न तो सत्य होता है और न ही असत्य। किन्तु तर्कवाक्यीय फलन तर्कवाक्य से बनता है, जब अचरों के स्थान पर उसके सभी स्वतंत्र चरों को रख देते हैं। यही कारण है कि उसका सभी प्रतिस्थापन उदाहरण या तो सत्य होता है या असत्य। एक या उससे अधिक तर्कवाक्यीय फलनों से निष्कर्ष रूप में एक तर्कवाक्यीय फलन वैध ढंग से निम्न प्रकार से प्राप्त किया जा सकता है। जैसे–

Modus Ponens (M.P.)

$Fx \supset Gx$

Fx

$\therefore$ Gx

इसी प्रकार एक चर से युक्त तर्कवाक्यीय फलन से दो चर युक्त तर्कवाक्यीय फलन भी वैधतः अनुमान के नियम द्वारा निगमित हो सकता है। जैसे–

Addition (Add.)

Fx

$\therefore \quad Fx \vee Gy$

तर्कवाक्यों से तर्कवाक्यीय फलन का अनुमान भी वैधतः प्राप्त किया जा सकता है—

Addition (Add.)

Fx

$\therefore \quad Fa \vee Gx$

इसी प्रकार, तर्कवाक्यीय फलनों से अनुमान के नियम द्वारा वैध ढंग से तर्कवाक्य भी निगमित हो जाता है यथा—

Simplification

$Fa \cdot Gx$

$\therefore \quad Fa$

अब हम वैधता के आकारगत प्रमाण की अधिक सामान्य परिभाषा स्वीकार कर सकते हैं, जो हमारी प्रारंभिक परिभाषा के ठीक समानान्तर हो, सिवाय इसके कि एक प्रमाण की पंक्तियां या तो तर्कवाक्य हो सकती हैं या तर्कवाक्यीय फलन। यदि प्रारंभिक आधारवाक्यों के बाद प्रत्येक पंक्ति वैध रूप से पहले की पंक्ति का अनुगमन करती है (वैधता के पहले प्रस्तुत सामान्यीकृत व्याख्या के अर्थ में) तब अन्तिम पंक्ति वैध रूप से प्रारंभिक आधारवाक्यों से अनुगमित होती हैं यदि हमारे आरंभिक आधार वाक्य और निष्कर्ष तर्कवाक्यीय फलन न होकर तर्कवाक्य हो तब निष्कर्ष वैध रूप से आरंभिक आधारवाक्य से अनुगमित होता है, वैधता के वास्तविक अर्थ में जो उन युक्तियों में प्रयुक्त होता है जिनके आधारवाक्य और सभी कथन या तर्कवाक्य हों। अग्र प्रस्तुत विचार—विमर्श इस निष्कर्ष को प्रस्तुत करते हैं। जैसे—जैसे हम अपने वास्तविक आधारवाक्यों से तर्कवाक्यीय फलन की ओर जाते हैं (यदि हमवैधतापूर्वक जाते हैं) तब यदि आधारवाक्य सत्य हों तो अनुमानित तर्कवाक्यीय फलन के सभी प्रतिस्थापन उदाहरण अवश्य सत्य होने चाहिए। और जैसे—जैसे हम पहले अनुमानित तर्कवाक्यीय फलन से दूसरे तर्कवाक्यीय फलनों की ओर बढ़ते हैं (यदि हमवैधतापूर्वक बढ़ते हैं) तब इन तर्कवाक्यीय फलनों के सभी प्रतिस्थापन उदाहरण अवश्य सत्य होने चाहिए। अंततः जब हमवैधता से अनुमानित तर्कवाक्यीय फलन से अन्तिम निष्कर्ष की ओर

जाते हैं, जो एक तर्कवाक्य है तब यदि हमवैधता से आगे बढ़ते हैं तो अन्तिम निष्कर्ष अवश्य ही सत्य होना चाहिए क्योंकि पहले के सभी प्रतिस्थापन उदाहरण सत्य हैं।

स्वतंत्र चरों (Free Variables) वाले सीमित क्षेत्र के अनुमानों का लेखा तैयार करने के लिए पहले के आक्षेपों (remarks) में कुछ सुधार की आवश्यकता हैं किन्तु ये संशोधन सर्वोत्कृष्ट रूप से स्वयं ही परिमाणीकरण के नियम के रूप में प्रस्तुत होते हैं। हमारे परिमाणीकरण नियमों में प्रारंभिक परिवर्तन किसी भी अवस्था में अवश्य ही प्रतिस्थापित होने चाहिए, क्योंकि जैसा कि कहा गया है, वे केवल तर्कवाक्यों में प्रयुक्त होते हैं, न कि तर्कवाक्यीय फलनों में। सामान्यीकरण के दोनों नियमों UG और EG को अब अवश्य ही स्वतंत्र चरों(free variables)के परिमाणीकरण को अनुमोदित करना चाहिए। दूसरी तरफ दृष्टांतीकरण नियम UI और EI अपने प्रतिस्थापन उदाहरणों की जगह स्वयं ही तर्कवाक्यीय फलनों के प्रस्तुतीकरण हेतु बद्ध चरों(Bound Variables) के स्वतंत्रीकरण (Freeing) का अनुमोदन करेगा।

अब हम वैयक्तिक प्रतीकों (Individual symbols) को निर्दिष्ट करने के लिए ग्रीक अक्षर mu और nu ($'\mu'$ और $'\nu'$) का प्रयोग करेंगे। सर्वव्यापी परिमाणक (μ) $(\Phi\mu)$ तथा अंशव्यापी परिमाणक $(\exists\nu)$ $(\Phi\nu)$ के रूप में व्यक्त होगा।

ग्रीक अक्षर μ, x या y को व्यक्त करेगा तो Φx और Φy को हम $\Phi\mu$ तथा $(x)\Phi x$ को Φv कहेंगे या Φyऐसे तर्कवाक्यीय फलन को व्यक्त करेगा जिसमें चर x या y की कम से कम एक स्वतंत्र घटक (Free occurrence) हो (अन्य चरों की स्वतंत्र घटक भी हो सकती है)। जैसे–

Φx निम्नलिखित में से किसी को भी निर्दिष्ट करता है–

$Fx, Fx \vee Gx, Ga \supset Hx, Fw . Fx, (\exists z) (Gz \equiv Hx)$, ...

इसी प्रकार, Φy किसी भी तर्कवाक्यीय फलन को निर्दिष्ट करता है–

$Fy, Fy \vee Gy, Ga \supset Hy, Fw . Fy, (\exists z) (Gz \equiv Hy)$, ...

सुविधा के लिए '$\Phi\mu$' पद या तो एक तर्कवाक्य या एक तर्कवाक्यीय फलन को भी संसूचित करेगा कि 'μ' द्वारा प्रतिनिधित्व चर कोई भी स्वतंत्र घटक (free occurrence) नहीं

रखता। ऐसी स्थिति में (μ) $(\Phi\mu)$ और $(\exists\mu)$ $(\Phi\mu)$ 'Vacuous' परिमाणक कहा जायेगा और एक दूसरे के समतुल्य होगा और $\Phi\mu$ स्वयं के।

ग्रीक अक्षर (Φ) phi (फाई) और (Ψ) Psi (साई) का प्रयोग उस वैयक्तिक अचर (Individual Constant) को निर्दिष्ट करने के लिए भी होता है जिसमें तर्कवाक्य या तर्कवाक्यीय फलन में वह अचर हो। इस प्रकार Φ a किसी का भी प्रतीक रूप हो सकता है–

Fa, Fa ∨ Ga, Gc ⊃ Ha, Fw . Fa, (∃z) (Gz ≡ Ha), ...

और Φb

Fb, Fb ∨ Gb, Gc ⊃ Hb, Fw . Fb, (∃z) (Gz ≡ Hb), ...

1. तो एक वैयक्तिक चर या एक वैयक्तिक अचर को निर्दिष्ट कर सकता है। दूसरे शब्दों में 'μ' केवल वैयक्तिक चरों को निर्दिष्ट करेगा, जबकि 'V' वैयक्तिक चर और अचर दोनों को।

'$\Phi\mu$'उक्ति किसी तर्कवाक्यीय फलन को निर्दिष्ट करता है। उक्ति 'Φ V', 'V' के द्वारा '$\Phi\mu$' में μके सभी स्वतंत्र घटकों (Free occurrence) के परिणाम को निर्दिष्ट करता है, बशर्ते यदि 'V' एक चर है तो इसे 'Φ V' में सभी स्थानों पर स्वतंत्र रूप से होना चाहिए, जहाँ μ स्वतंत्र रूप से $\Phi\mu$ में होता है। (यदि $\Phi\mu$ में μ का कोई स्वतंत्र घटक नहीं है तब Φ V और $\Phi\mu$समान होंगे)। 'V' और 'μ' चर समान भी हो सकते हैं। यदि ऐसा है, तो यहाँ भी Φ V और $\Phi\mu$ समान होंगे।

परिमाणन के नियम का आखिरी वर्णन (Final Version of Quantification Rules)

सर्वव्यापी दृष्टांतीकरण (Universal Instantiation) : $\dfrac{(\mu)\Phi\mu}{\therefore\ \Phi v}$

1. यहाँ μ कोई भी वैयक्तिक चर(Individual Variable) होगा तथा v वैयक्तिक अचर (Individual Constant)और वैयक्तिक चर (Individual Variable)दोनों हो सकता है।

2. Qμ में μ जितने स्थानों पर स्वतंत्र होगा ठीक उतने ही स्थानों पर 'Φv'में v भी स्वतंत्र होगा। जैसे–

(i) (x) (Fx Gx)

∴ Fa ⊃ Ga

(ii) (x) [Fx . (∃x) (Gx . Hy)]

∴ Fa. (∃x) (Fx . Hy)

अथवा

Fz. (∃x) (Fx . Hy)

3. Qμ में जितने स्थानों पर μ स्वतंत्र होता है उससे अधिक स्थानों पर Qv में v स्वतंत्र हो सकता है।

जैसे–

$$\frac{(x)\ (Fx\ v\ Gy)}{\therefore\ \ Fy\ v\ Gy}$$

U.I. का अनुचित प्रयोग

$$\frac{(x)\ [(\exists y)\ (Fx = \sim Fy)]}{\therefore (\exists y)\ (Fy = \sim Fy)}$$ ...............U.I. (Incorrect)

2. अस्तित्त्वपरक सामान्यीकरण (E.G.)

$$\frac{\phi v}{\therefore (\exists u)\ \phi u}$$

I. 'μ' केवल चर हो सकता है, जबकि 'v' चर और अचर दोनों हो सकता है।

II. 'ϕμ'के 'μ' से 'Qv' के 'v' का स्वतंत्र घटक हो सकता है।

III. यदि 'v' चर है, तो जहाँ–जहाँ 'μ' स्वतंत्र है, 'Qμ' में वहाँ–वहाँ 'v' स्वतंत्र होगा 'v' में।

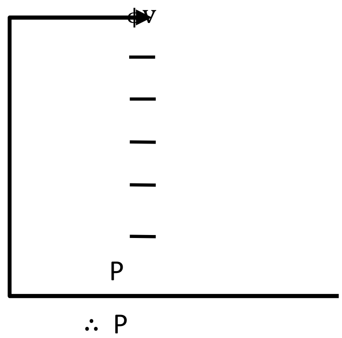
E.G. का अनुचित प्रयोग

Fx ≡ ~Fy

∴ (∃x) (Fx ≡ ~ Fx)......................EG (wrong)

3. अस्तित्त्वरक दृष्टान्तीकरण **(E.I.)**

A.(∃x) ϕμ



प्रतिबंध

1. v केवल चर होगा।
2. ϕv में v का चयन करते समय यह ध्यान देना होगा कि वह v इसके पूर्व के किसी भी पंक्ति में स्वतंत्र घटक के रूप में विद्यमान न हो।
3. ϕμ में μ जितने स्थानों पर स्वतंत्र होगा, ठीक उतने ही स्थानों पर ϕv में v भी स्वतंत्र होगा न उससे कम न उससे अधिक।
4. 'p' में ϕv के v का कोई भी स्वतंत्र घटक न हो।

Q. 1. (x) (Fx ⊃ Gx)

2. (∃x) Fy/∴ (∃z)Gz

3. Fu

4. Fu ⊃ Gu..............1, U.I.

5. Gu................4, 3 M.P.

6. (∃z) Gz 5, E.G.

7. (∃z) Gz............2, 3 -6 E.I.

4. सर्वव्यापी सामान्यीकरण **(U.G.)**

$$\frac{\phi v}{\therefore (\mu)\phi u}$$

1. v केवल चर होगा।

2. $\phi\ \mu$ में जितने स्थानों पर μ स्वतंत्र होगा ठीक उतने ही स्थानों पर $\phi\ v$ में v भी स्वतंत्र होगा न उससे कम न उससे अधिक।

3. v को $(\mu)\ \phi\mu$ में स्वतंत्र नहीं होना चाहिए।

4. ϕv किसी ऐसे Assumption के Scope में न हो जिसमें v का स्वतंत्र घटक हो तो वहाँ UG का प्रयोग अनुचित होगा।

13.4 एकवचनात्मक एवं सामान्य तर्कवाक्य
(Singular and General Proposition)

उद्देश्य–विधेयक (Subject – Predicate) तर्कवाक्य दो प्रकार के होते हैं–

1. एकवचनात्मक तर्कवाक्य (Singualar Proposition)
2. सामान्य तर्कवाक्य (General Proposition)

1. **एकवचनात्मक तर्कवाक्य (Singular Proposition) :** जब किसी विशिष्ट व्यक्ति (individuals) के गुणों का उल्लेख किया गया हो तो उसे एकवचनात्मक तर्कवाक्य कहते हैं।

जैसे– Socrates is mortal

यहाँ उद्देश्य पद "Socrates" है और यह एकवचनात्मक पद है।

इस प्रकार जिस तर्कवाक्य का उद्देश्य पद एकवचनात्मक पद हो तो उसे एकवचनात्मक तर्कवाक्य कहते हैं।

प्रत्येक एकवचनात्मक तर्कवाक्य के दो भाग होते हैं–

1. एकवचनात्मक पद (Singular Term) :

जब किसी विशिष्ट व्यक्ति का कथन किया गया हो तो उसे एकवचनात्मक पद कहते हैं। जैसे–टैगोर, नक्षत्र, तारे, ग्रह, संख्या, जानवर आदि।

2. सामान्य पद (General Term) :

जब किसी एकवचनात्मक पद के लिए उसके गुणों (Attributes) का उल्लेख किया गया हो तो उसे सामान्य पद कहते हैं अर्थात् सामान्य पद गुण को कहते हैं।

एकवचनात्मक पद किसी तर्कवाक्य का उद्देश्य पद होता है और इसका प्रतीकीकरण करने के लिए अंग्रेजी के छोटे अक्षरों a से लेकर w का प्रयोग किया जाता है जिसे वैयक्तिक अचर (Individual Constant) कहा जाता है। सामान्य पद या गुण का प्रतीकीकरण करने के लिए अंग्रेजी के बड़े अक्षरों का प्रयोग करते हैं।

एकवचनात्मक तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण :

1. सर्वप्रथम एकवचनात्मक तर्कवाक्य के गुण प्रतीक को अंग्रेजी के Capital Letters में लिख लेते हैं।
2. फिर उस गुण प्रतीक के दायी ओर एकवचनात्मक पद को अंग्रेजी के छोटे अक्षर के रूप में लिख लेते हैं। जैसे–

Gandhi was a politician

प्रतीकीकरण–Pg

Allahbad is a religious place.

प्रतीकीकरण–Ra

एकवचनात्मक निषेधात्मक तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण :

जब एकवचनात्मक निषेधात्मक तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण करना हो तो सबसे पहले निषेध प्रतीक का प्रयोग करते हैं फिर एकवचनात्मक तर्कवाक्यों का।

जैसे–Socrates is not mortal

प्रतीकीकरण ~ Ms

13.5 तर्कवाक्य और तर्कवाक्यीय फलन में अन्तर

(Differences between proposition and propositional function) :

1. जिसमें केवल वैयक्तिक अचर (From a to w) का प्रयोग किया गया हो तर्कवाक्य कहलाता है।

जैसे– ~ Ms, Pg, Ra आदि को तर्कवाक्य कहेंगे क्योंकि इसमें वैयक्तिक अचर के रूप में s, g, a आदि का प्रयोग किया गया है।

किन्तु जिसमें केवल वैयक्तिक चर (Individual Variables) का प्रयोग किया गया हो तो उसे तर्कवाक्यीय फलन कहते हैं।

जैसे– Mx, Px, Rx

My, Py, Ry

Mz, Pz, Rz

वैयक्तिक चर के लिए x, y, z का प्रयोग किया जाता है जो न तो सत्य होता है और न असत्य क्योंकि हम वैयक्तिक चर के स्थान पर कोई भी वैयक्तिक अचर रख सकते हैं। तर्कवाक्य या तो सत्य होता है या असत्य। जैसे– Ms, Pg, Ra सत्य या असत्य हो सकता है। किंतु तर्कवाक्यीय फलन न तो सत्य होता है और न ही असत्य।

सामान्य तर्कवाक्य (General Proposition) :

जब किसी तर्कवाक्य में उद्देश्य वर्ग के सभी सदस्यों या कम से कम एक सदस्यों के बारे में कथन किया गया हो तो उसे सामान्य तर्कवाक्य कहते हैं। यह तर्कवाक्य दो प्रकार का होता है–

1. सर्वव्यापी या पूर्णव्यापी (Universal)
2. अंशव्यापी या अस्तित्त्ववाची (Existential)

1. सर्वव्यापी तर्कवाक्य :

Everything is mortal.

यहाँ Everything से तात्पर्य "Given any individual thing whatever" से है।

परिमाणकों के प्रतीकीकरण के लिए हमेशा वैयक्तिक चर का प्रयोग किया जाता है जिसे हम एक कोष्ठक में रखते हैं।

Everything is mortal का प्रतीकीकरण–

Given any individual thing whatever it is mortal.

Given any x, x is mortal.

- (x) Mx

2. अस्तित्त्ववाची तर्कवाक्य :

Something is mortal.

यहाँ Something से तात्पर्य “There is at least one thing” से है।

There is at least one thing such that it is mortal.

There is at least x, x is mortal

$(\exists x)$ Mx

(x) →सर्वव्यापी परिमाणक (Universal Quantifier)

$(\exists x)$ →अस्तित्त्ववाची परिमाणक (Existential quantifier) के लिए प्रयोग किया जाता है।

13.6 परिमाणक निषेधक सिद्धांत :

1. Everything is mortal का निषेध Something is not mortal होगा।

प्रतीकीकरण– $\sim (x)\ \phi x \equiv (\exists x) \sim \phi x$

2. Nothing is mortal का निषेध Something is mortal होगा।

$$\sim (x) \sim \phi x \equiv (\exists x) \sim \phi x$$

3. Something is mortal का निषेध Nothing is mortal होगा।

$$\sim (\exists x)\ \phi x \equiv (x) \sim \phi x$$

4. Something is not mortal का निषेध everything is mortal होगा।

$$\sim (\exists x) \sim \phi x \equiv (x)\ \phi x$$

13.7 उद्देश्य–विधेयात्मक तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण
(Symbolization of Subject-Predicate Proposition) :

सर्वव्यापी स्वीकारात्मक **(A)** तर्कवाक्य का प्रतीकीकरण :

All Human are Mortal

सर्वव्यापी तर्कवाक्यों के उद्देश्य और विधेय पद के बीच का संबंध सोपाधिक होता है।जैसे–All humans are mortal

प्रतीकीकरण–

Given any individual thing whatever, if it is human then it is mortal.

Given any x, (x is human ⊃ x is mortal)(x) (Hx ⊃ Mx)

सर्वव्यापी निषेधात्मक **(E)** तर्कवाक्य का प्रतीकीकरण :

No human's are mortal.

Given any individual thing whatever, if it is human then it is not mortal.

Given any x, (x is human ⊃ x is not mortal)

(x) (Hx ⊃ ~ Mx)

अंशव्यापी स्वीकारात्मक **(I)** तर्कवाक्य का प्रतीकीकरण :

अंशव्यापी तर्कवाक्य के उद्देश्य और विधेय पद के बीच का संबंध संयोजनात्मक (Conjunctive) होता है। जैसे–

Some humans are mortal.

There is at least one thing that is human and is mortal.

There is at least one thing such that it is human and it is mortal.

There is at least x, x is human and x is mortal.

(∃x) (Hx.Mx)

अंशव्यापी निषेधात्मक **(O)**तर्कवाक्य का प्रतीकीकरण :

Some humans are not mortal.

There is at least one thing that is human and is not mortal.

There is at least one thing such that it is human and it is not mortal.

There is at least x, x is human and x is not mortal.

(∃x) (Hx. ~ Mx)

13.8 विरोध वर्ग का खंडन :

यह गुण प्रतीक H और M के स्थान पर क्रमशः Ψ और ϕ को रख लें, तो उद्देश्य–विधेयात्मक तर्कवाक्यों का आकार निम्नांकित होगा–

A. $(x)(\phi x \supset \Psi x)$

E. $(x)(\phi x \supset \sim \Psi x)$

I. $(\exists x)(\phi x . \Psi x)$

O. $(\exists x)(\phi x . \sim \Psi x)$

मान लें, $-\phi x = F, \Psi x = T/F$, तो

विपरीत सम्बंध :

$\phi x \supset \Psi x = F \supset T = T$

$\phi x \supset \sim \Psi x = F \supset \sim T = F \supset F = T$

अतः इनमें विपरीत संबंध नहीं होगा।

विरुद्ध संबंध :

$\phi x . \Psi x = F.T = F$

$\phi x \sim \Psi x = F.\sim T = F.F. = F$

इनमें विरुद्ध संबंध नहीं होता है।

उपाश्रयण संबंध :

$\phi x \supset \Psi x = F \supset T = T$

$\phi x . \Psi x = F.T = F$

इसमें उपाश्रयण संबंध नहीं होता।

व्याघात सम्बंध :

$\phi x \supset \Psi x = F \supset T = T$

$\phi x . \sim \Psi x = F.\sim T = F.F = F$

यह संबंध वैध होता है।

प्रतीकीकरण विधि :

1. यदि किसी उद्देश्य–विधेयात्मक तर्कवाक्य में उद्देश्य पद and से जुड़े हुए हों तो इसके लिए (v) वेज प्रतीक का प्रयोग करते हैं।

जैसे–All fruits and vegetables are wholesome and delicious.

प्रतीकीकरण–$(x) [(Fx \lor Vx) \supset (Wx \,.\, Dx)]$

यदि Subject में and है तो v और predicate में and के लिए (.) डॉट का प्रयोग किया जाता है।

2. 'Not any S are P' E तर्कवाक्य होगा।

3. 'Not every S is p' O तर्कवाक्य होगा।

अभ्यास :

1. No horse that is well trained fails to be Gentle. (Hx, Ex, Gx)

   प्रतीकीकरण :

   $(x) [(Hx \,.\, Tx) \supset (Gx]$

   that, who, whoes के लिए (.) का प्रयोग करते हैं

2. Only well trand Horses are Gentle. (Tx, Hx, Gx)

   यदि उद्देश्य पद के पूर्व 'केवल' (Only) का प्रयोग हुआ हो, तो 'केवल' (Only) के स्थान पर 'सभी' (All) का प्रयोग करते हैं एवं इसके उद्देश्य एवं विधेय पद को परस्पर बदल देते हैं।

प्रतीकीकरण– $(x) [(Hx \,.\, Gx) \supset (Tx]$

or

$(x) [(Gx \,.\, Gx) \supset (Tx]$

or

$(x) [(Hx \supset (Gx \supset Tx)]$

or

$(x) [(Gx \supset (Hx \supset Tx)]$

3. If something is a well – trained horse then it must be gentle.

प्रतीकीकरण :

$(x) (Tx . Hx) \supset Gx$

4. A horse is gentle only if it has been well trained.

प्रतीकीकरण :

$(x) [Hx \supset (Gx \supset Tx)]$

13.9 वैधता का प्रमाणीकरण

1. सर्वव्यापी दृष्टांतीकरण (Universal Instantiation):

[UI]

$$\frac{(x)\phi x}{\therefore \phi v}$$

v (न्यू) = किसी भी वैयक्तिक अचर को प्रदर्शित करेगा (a to w)

जैसे–All humans are mortal

Socrates is a human

∴ Socrates is mortal

प्रतीकीकरण–

1. $(x) (Hx \supset Mx)$
2. $Hs / \therefore Ms$
3. $Hs \supset Ms$ 1, U.I.
4. Ms 3, 2 M.P.

2. सर्वव्यापी सामान्यीकरण (U.G.) :

$$\frac{\phi y}{\therefore (x)\phi x}$$

प्रतिबंध–

(i) यहाँ 'y' मनमाने ढंग से चुने गए विशेष प्रतीक हैं।

(ii) U.G. का प्रयोग उन पंक्तियों में करेंगे जहाँ विशेष प्रतीक 'y' होगा।

(iii) यदि ϕv किसी ऐसे assumption के scope में हो जहाँ विशेष प्रतीक y हो तो हम U.G. का प्रयोग नहीं कर सकते।

प्रथम उदाहरण–

All Philosophers are scientists.

All Mathematicians are philosophers.

∴ All Mathematicians are scientists.

प्रतीकीकरण–

1. (x) (Px ⊃ Sx)
2. (x) (Mx ⊃ Px)/ ∴ (x) (Mx ⊃ Sx)
3. Py ⊃ Sy 1, U.I.
4. My ⊃ Py 2, U.I.
5. My ⊃ Sy 4, 3 H.S.
6. (x) (Mx ⊃ Sx) 5, U.G.

यहाँ छठी पंक्ति में U.G. का प्रयोग उचित इसलिए है क्योंकि पांचवीं पंक्ति में विशेष प्रतीक 'y' है।

दूसरा उदाहरण–

Not everythig is edible

Nothing is edible

1. ~(x) Ex/∴ (x) ~ Ex
2. Ey
3. (x) Ex 2, U.G. (Wrong)

4. Ey ⊃ (x) Ex		2- 3 C.P.

5. ~ Ey		4, 1, M.T.

6. (x) ~ Ex		5, U.G.

यहाँ तीसरी पंक्ति में U.G. का प्रयोग अनुचित है क्योंकि मनमाने ढ़ंग से चुने गये विशेष प्रतीत 'y' 'Assumption' के क्षेत्र में है।

3. अस्तित्त्वपरक सामान्यीकरण (E.G.)

$\frac{\phi v}{\therefore (\exists x) \phi x}$ यहाँ v केवल अचर है 'y' को छोड़कर

4. अस्तित्त्वपरक दृष्टांतीकरण (E.I.)

$\frac{\therefore (\exists x) \phi x}{\phi v}$ यहाँ v, y को छोड़कर कोई भी वैयक्तिक अचर होगा।

प्रतिबंध–

1. एक ही अचर के संदर्भ में लगातार E.I. का प्रयोग नहीं किया जा सकता क्योंकि v का वैयक्तिक अचर इसके पूर्व के किसी भी पंक्ति में न आया हो।
2. यदि एक ही अचर के लिए U.I. और E.I. का प्रयोग करना हो तो पहले हम E.I. का प्रयोग करेंगे।

उदाहरण:

All voters are citizen.

Some residence are voters.

∴ Some residence are citizen.

1. (x) (Vx ⊃ Cx)
2. (∃x) (Rx.Vx)/ ∴ (∃x) (Rx.Cx)
3. Ra.Va		2, E.I.
4. Va ⊃ Ca		1, U.I.
5. Va.Ra		3, Com.
6. Va		5, Simpl

7.	Ca	4, 6, M.P.
8.	Ra	3, Simpl
9.	Ra.Ca	8, 7 Conj.
10.	(∃x) (Rx.Cx)	9 E.G.

यह E.I. के प्रयोग का एक वैध उदाहरण है। इस उदाहरण में इस नियम का पालन किया गया है कि U.I. और E.I. का प्रयोग जब एक ही अचर के संदर्भ में करना हो, तो पहले E.I. का ही प्रयोग करना चाहिए।

अब, E.I. के अनुचित प्रयोग का एक उदाहरण देखें–

Some cats are animals.

Some dogs are animals.

∴ Some cats are dogs.

प्रतीकीकरण–

(∃x) (Cx. Ax)

(∃x) (Dx. Ax)

∴ (∃x) (Cx. Dx)

3.	Cw . Aw	1, E.I.
4.	Dw . Aw	2, E.I. (Wrong)
5.	Cw	3, Simpl.
6.	Dw	4, Simpl.
7.	Cw . Dw	5, 6, Conj
8.	(∃x) (Cx. Dx)	7, E.G.

इस उदाहरण में चतुर्थ पंक्ति में E.I. का प्रयोग अनुचित है क्योंकि तीसरी पंक्ति में 'w' का प्रयोग हो चुका है, इसलिए चतुर्थ पंक्ति में 'w' का प्रयोग नहीं होगा। इससे यह भी स्पष्ट हुआ कि एक ही अचर के संदर्भ में E.I. का प्रयोग लगातार नहीं कर सकते।

13.10 सारांश

इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त हम कह सकते हैं कि परिमाण सत्यापन के तार्किक सिद्धांतों संदर्भित साधनों में वृद्धि करने वाले नियमों का एक अन्य समूह है। यह युक्ति और तर्कवाक्य से सम्बन्धित होता है। तथा उन युक्तियों पर लागू होता है जिनमें सम्बन्ध एवं एकल तर्कवाक्य होते हैं। परिमाणन के नियमों का उपयोग अनुमान एवं प्रतिस्थापन के नियमों के साथ किया जाता है।

13.11 निष्कर्ष :

इस इकाई के निष्कर्ष रूप में हमें यह विदित होता है कि A,E ,I एवं O तर्कवाक्यों के प्रतीकीकरण के माध्यम से तर्कवाक्यों एवं युक्तियों के विशेष अर्थ में अनिगमनिक युक्तियां पारम्परिक निगमनिक युक्तियों से महत्वपूर्ण होती हैं। इसका कारण यह है कि किसी भी वाद विवाद में भले ही वह विज्ञान या राजनीति पर आधारित हो, निगमनात्मक युक्ति का उपयोग कम ही किया जाता है। इसीलिए परिमाणक सन्दर्भित अनिगमनात्मक युक्तियों का अत्यधिक प्रयोग करने की आवश्यकता होती है।

13.12 महत्वपूर्ण प्रश्न –

(1) परिमाणन के नियम की व्याख्या उदाहरण सहित कीजिए।

(2) विरोध वर्ग के खण्डन का सचित्र वर्णन प्रस्तुत करें।

(3) निम्नलिखित युक्तियों में वैधता के आकारिक प्रमाणों की रचना कीजिए।

(1) $(X)\ (Qx \Rightarrow Rx)$

(2) $(\exists X)\ (Qx \vee Rx)$

$\therefore\ (\exists x)\ Rx$

(4) परिमाणक निषेधात्मक सिद्धांतों का उदाहरण सहित वर्णन कीजिए।

13.13 उपयोगी पुस्तकें–

(1) प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र : एक अध्ययन– अविनाश तिवारी

(2) तर्कशास्त्र प्रवेशिका – राममूर्ति पाठक

......00....

इकाई : 14—सम्बन्धात्मक तर्कशास्त्र

इकाई की रूपरेखा

14.0 उद्देश्य

14.1 प्रस्तावना

14.2 सम्बन्धात्मक तर्कवाक्यों का विश्लेषण

14.3 सम्बन्धात्मक युक्तियां

14.4 द्विपदीय सम्बन्धों की विशेषताएं

14.5 चर एवं गुण

14.6 तादात्म्य का नियम

14.7 सांराश

14.8 निष्कर्ष

14.9 महत्वपूर्ण प्रश्न

14.10 उपयोगी पुस्तकें

...0...

14.0 उददेश्य

सम्बन्धात्मक तर्कशास्त्र के सन्दर्भ में छात्रों के साथचर्चा करने का प्रमुख उद्‌देश्य है कि उन्हें तर्कशास्त्रीय सम्बन्धों से परिचित कराया जाय। सम्बन्धात्मक तर्कशास्त्र वस्तुतः वस्तु एवं विचार के मध्य सम्बन्ध निरूपित करता है। दूसरे शब्दों में हम कह सकते हैं कि तार्किक सम्बन्ध प्रोग्रामिंग भाषा शब्दार्थ में प्रयुक्त होने वाली वह प्रमाण विधि है जो यह दर्शाती है कि दो सांकेतिक शब्दार्थ समतुल्य हैं। इस इकाई का प्रमुख उद्‌देश्य कि सम्बन्धों के प्रतीकीकरण की सहायता से सम्बन्धात्मक तर्कवाक्यों को स्पष्ट किया जाए तथा चरों तथा प्रतीकों की सहायता से आसानी से युक्तियों का विश्लेषण किा जाय।

14.1 प्रस्तावना

हम जानते हैं कि जब दो या दो से अधिक के बीच कोई सम्बन्ध स्थापित किया जाए तो उसे सम्बन्धात्मक तर्कवाक्य कहते हैं। जैसे राम और श्याम भाई हैं या सीता गीता से बड़ी है। हम इस इकाई में तर्कवाक्यों के विभिन्न प्रकारों का अध्ययन करेंगे। जैसे द्विपक्षीय तर्कवाक्य जिसमें दो पद होते हैं, त्रिपदीय तर्क वाक्य जिसमें तीन पद होते हैं और उसी प्रकार चतुष्पदीय तर्कवाक्य जिसमें चार पद होते हैं। तर्कवाक्य में पद अवश्य होता है।मुख्य पद, अमुख्य पद किसी भी तर्कवाक्य की अनिवार्य विशेषता होती है। यदि किसी तर्कवाक्य में मुख्य पद और अमुख्य पद नहीं है तो निश्चित तौर पर वह तर्कवाक्य न होकर केवल एक वाक्य है। तर्कवाक्य का सीधा सा अर्थ होता है अर्थ स्वरूप विन्यासीकरण । हम इकाई में इन्हीं पदों, चरों एवं प्रतीकों का अध्ययन करेंगे जिसकी सहायता से दो या अधिक के मध्य सम्बन्ध निरूपित किया जाता है।

1.2 सम्बन्धात्मक तर्कवाक्यों का विश्लेषण(Analysis of Relational Proposition)

जब दो या उससे अधिक Individuals के बीच कोई संबंध स्थापित किया गया हो तो उसे सम्बन्धात्मक तर्कवाक्य कहते हैं। जैसे–a is older than b.

सम्बंधात्मक तर्कवाक्य के प्रकार–

यह कई प्रकार का होता है–

1. द्विपदीय संबंधात्मक तर्कवाक्य (Binary/Dyadic relational proposition)

2. त्रिपदीय संबंधात्मक तर्कवाक्य (Ternary/Triadic relational proposition)

3. चतुष्पदीय संबंधात्मक तर्कवाक्य (Quaternary/Tetradic relational proposition)

संबंधात्मक तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण विधि :

1. सर्वप्रथम संबंधात्मक गुणों का प्रतीक अंग्रेजी के बड़े अक्षर के रूप में लिख लेते हैं।
2. फिर क्रमानुसार संबंधात्मक गुण के प्रतीक के दायीं ओर अंग्रेजी के छोटे अक्षर के रूप में Individuals के प्रतीक को लिख लेते हैं।

जैसे– a is older than b

प्रतीकीकरण– Oab

a attracts b

प्रतीकीकरण– Aab

Allahabad is between Banaras and Kanpur.

प्रतीकीकरण–**Babk**

एकल परिमाणन युक्त संबंधात्मक तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण Active और Passive दोनों ही रूपों में एक–दूसरे के तुल्य होता है। जैसे–

Active – Everything attracts a.

(x) x attracts a.

(x) A x a.

Passive – a is attracted by everything.

(x) a is attracted by x.

(x) A x a.

दो समान परिमाणनयुक्त संबंधात्मक तर्कवाक्यों का भी प्रतीकीकरण Active और Passive दोनों ही रूपों में एक दूसरे के तुल्य होता है। जैसे–

Everything attracts everything.

Active – (x) x attracts everything.

(x) (y) x attracts y.

(x) (y) A x y.

Passive – everything is attracted by everything.

(y) y is attracted by everything.

(y) (x) y is attracted by x

(y) (x) A x y.

किन्तु भिन्न परिमाणनयुक्त संबंधात्मक तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण तर्कतः एक दूसरे के तुल्य नहीं होता। जैसे–

Active– Everything attracts something.

(x) x attracts something.

(x) (∃y) x attracts y

(x) (∃y) A x y

Passive – Something is attracted by everything.

(∃y) y is attracted by everything.

(∃y) (x) y is attracted by x.

(∃y) (x) A x y.

पुनः,

Active – Something attracts everything.

(∃x) x attracts everything.

(∃x) (y) x attracts y

(∃x) (y) A x y.

Passive – Everything is attracted by something.

(y) y is attracted by something.

(y) (∃x) y is attracted by x.

(y) (∃x) A x y.

इस प्रकार, (x) (∃y) A x y और (∃y) (x) A x y तथा (∃x) (y) A x y और (y) (∃x) A x y आपस में तुल्य नहीं हैं।

कुछ अन्य सम्बन्धात्मक तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण इस प्रकार होगा–

1. Everything is attracted by all magnets.

प्रतीकीकरण–

Given any individual thing whatever, it is attracted by all magnets.

Given any x, x is attracted by all magnets.

(x) x is attracted by all magnets.

(x) (y) if y is a magnet then x is attracted by y.

(x) (y) [My ⊃ x is attracted by y]

(x) (y) [My ⊃ Ayx]

2. Any good amateur can beat some professional.

Given any individual thing if it is a good amateur then it can beat some professional.

Given any x if x is a good amateur then x can beat some professional.

(x) [Gx ⊃ x can beat some professional]

(x) [Gx ⊃ (∃y) (y isa professional and x can beat y)]

(x) [Gx ⊃ (∃y) (Py . x can beat y)]

(x) [Gx ⊃ (∃y) (Py Bxy)]

14.3 सम्बन्धात्मक युक्तियां :

सम्बन्धात्मक युक्तियों की वैधता का आकारिक प्रमाण देने के लिए किसी नवीन विधि की आवश्यकता नहीं है। अनुमान के 19 नियमों की वास्तविक सूची के साथ सोपाधिक प्रमाण की विस्तार विधि (The Strengthened method of conditional proof) और हमारे परिमाणक नियम के अतिरिक्त परिमाणन निषेध (Quantifier Negation) प्रत्येक वैध युक्ति की वैधता का आकारिक प्रमाण देने के लिए समर्थ हैं जिसमें परिमाणन केवल चर हों तथा सत्यता–फलनात्मक सम्बन्ध घटित हो।

फिर भी 'परिमाणक सिद्धांत' (Quantification rules) में UI, EI, UG तथा EG के उचित प्रयोग के सम्बन्ध में तकनीकी परिवर्तन को जान लेना आवश्यक है। 'परिमाणक सिद्धान्त' में सबसे अधिक यह देखा गया कि जब UI तथा EI नियम का प्रयोग किया जाता था, तब आधारवाक्य में परिमाणन के रूप में प्रयुक्त चर से भिन्न चर निष्कर्ष में लाया जाता था। जैसे–हमारा अनमान विशेषतया निम्नलिखित प्रकार में था–

UI : $\frac{(x)Fx}{\therefore Fy}$ (यहाँ आधारवाक्य में परिमाणन के रूप में प्रयुक्त चर 'x' है, जबकि निष्कर्ष में प्रयुक्त चर 'y' है।)

EI : (x) Fx

→ Fy
.
.
.
P

∴ P

(यहाँ भी आधारवाक्य का परिमाणन 'x' है, जबकि EI का मान्यता (assumption) है। अतः चर भिन्न है।)

इसी प्रकार जब UG एवं EG नियम का प्रयोग होता था, तब आधारवाक्य में जिस चर का स्वतंत्र घटक(free occurrence)रहता था, उससे भिन्न चर का परिमाणन निष्कर्ष में प्राप्त किया जाता था। जैसे–हमारा अनुमान विशेषतया इस प्रकार था–

UG : $\frac{Fx}{\therefore (y)Fy}$ (यहाँ आधारवाक्य में प्रयुक्त चर 'x' का स्वतंत्र

घटक(free occurrence) है, उससे भिन्न चर 'y' का प्रयोग परिमाणन के रूप में निष्कर्ष में हुआ है।)

$$EG : \frac{Fy}{\therefore (\exists w)Fw}$$

(यहाँ भी आधारवाक्य में जिस चर का स्वतंत्र घटक(free occurrence) है, उससे भिन्न चर का परिमाणन प्राप्त किया गया है।)

अब सम्बन्धात्मक युक्तियों की वैधता को आकारिक प्रमाण देने के लिए निम्न तथ्यों को समझ लेना आवश्यक होगा–

'परिमाणक सिद्धांत' में इस कथन पर बल नहीं दिया गया है कि 'μ' एवं 'V' भिन्न चर के रूप में हों, वे एक ही चर के रूप में हो सकते हैं (यदि 'μ' x है तो 'V' भी x हो सकता है)। साधारणतया, दृष्टांतीकरण द्वारा यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि आधारवाक्य में परिमाणन के रूप में प्रयुक्त चर के समान ही निष्कर्ष में भी चर हों अर्थात् यदि आधारवाक्य में चर 'x' का परिमाणन है, तो निष्कर्ष में भी वही चर 'x' हो। जैसे–उपरोक्त अनुमानों को इस रूप में भी लिया जा सकता है–

$$UI : \frac{(x)\ Fx}{\therefore Fx}$$

(यहाँ आधारवाक्य और निष्कर्ष दोनों में एक ही चर 'x' प्रयुक्त है।)

EI : (∃x) Fx

→ Fx

•

•

•

P

∴ P

(यहाँ भी आधारवाक्य में तथाEI के assumption में भी एक ही चर x है)

इसी प्रकार, सामान्यीकरण द्वारा आधारवाक्य में जिस चर का स्वतंत्र घटक(free occurrence)है, ठीक उसी चर का परिमाणन निष्कर्ष में प्राप्त कर सकते हैं। जैसे–उपरोक्त अनुमानों को निम्न रूप में भी लिया जा सकता है–

UG :

$$\frac{Fx}{\therefore (x)Fx}$$

एवं

EG :

$$\frac{Fy}{\therefore (\exists y)Fy}$$

इस प्रकार, दृष्टांतीकरण द्वारा आसानी से परिमाणन को हटा देते हैं तथा सामान्यीकरण द्वारा परिमाणन को प्राप्त कर लेते हैं। फिर भी, परिमाणक सिद्धांत के प्रतिबंधों (Restrictions) को हमेशा ध्यान में रखना चाहिए। एक बात और उल्लेखनीय है कि जब EI नियम का प्रयोग दो बार करना पड़े तो चरों को बदल देना चाहिए अर्थात् पहले प्रयुक्त चर के स्थान पर कोई दूसरा चर रखना चाहिए। UI का प्रयोग करते समय कोई भी चर या अचर जिसे हमने चुना है, रख सकते हैं। निम्न उदाहरण पर विचार करने से यह तथ्य और स्पष्ट हो जाएगा–

There is a man whom all men despise.

Therefore, at least one men despises himself.

इसे प्रतीक रूप देने के लिए x is aman के स्थान पर Mx तथा 'x' despises y,के स्थान पर Dxy का प्रयोग करेंगे एवं निम्नलिखित रूप से प्रमाणित करेंगे–

1. (∃x) [Mx . (y) (My ⊃ Dyx)]/ ∴ (∃x) (Mx . Dxx)	
2. Mx . (y) (My ⊃ Dyx)	
3. (y) (My ⊃ Dyx)	2, Simp.
4. Mx ⊃ Dxx	3, UI
5. Mx	2, Simp.
6. Dxx	4, 5, M.P.
7. Mx . Dxx	5, 6, Conj.
8. (∃x) (Mx . Dxx)	7, EG
9. (∃x) (Mx . Dxx)	1, 2-8, EI.

(इस उदाहरण में केवल एक स्थान पर चर परिवर्तित हुआ है, तीसरी पंक्ति से चौथी पंक्ति UI के द्वारा प्राप्त हुआ है और हमें अपने लक्ष्य Dxx की प्राप्ति करनी थी, इसी कारण हमें चर में परिवर्तन करना पड़ा।)

14.4 पदीय संबंधों की विशेषताएं

संबंधों की कुछ विशेषताएं निम्नलिखित हैं–

द्विपदीय संबंधों की प्रथम विशेषता–

I. (i) सममित (Symmetrical)

(ii) असममित (Asymmetrical)

(iii) न–सममित (Non-symmetrical)

द्विपदीय संबंधों की दूसरी विशेषता–

II. (i) संचारी (Transitive)

(ii) असंसचारी (Intransitive)

(iii) न–संचारी (Non-transitive)

अन्त में, संबंध परावर्ती (Reflexive), अपरावर्ती Irreflaxive) या न–परावर्ती (Non-reflexive) हो सकते हैं–

द्विपदीय संबंधों की प्रथम विशेषता

(i). सममित संबंध (Symmetrical Relation)

पहली वस्तु का जो संबंध दूसरी वस्तु से है, ठीक वही संबंध यदि दूसरी वस्तु का पहली वस्तु से हो तो उसे सममित संबंध कहते हैं। इस संबंध को स्पष्ट करने के लिए निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है– is next to, is neighbour to, is married to, has the same weight as.

प्रतीकात्मक आकार

$$(x)\ (y)\ (Rxy \supset Ryx)$$

(ii). असममित संबंध (Asymmetrical Relation)

पहली वस्तु का जो संबंध दूसरी वस्तु से है ठीक वही संबंध दूसरी वस्तु का पहली वस्तु से न हो तो असममित संबंध कहलाता है। इसके लिए निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है– is north of, is older than, और weighs more than.

प्रतीकात्मक आकार–

$$(x)\ (y)\ (Rxy \supset \sim Ryx)$$

(iii). न सममित संबंध (Non-Symmetrical Relation) :

वह संबंध जो न तो सममित हो और न ही असममित, न सममित संबंध कहलाता है। इसके लिए निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है– is brother of.

प्रतीकात्मक आकार–

$$\sim[(x)\ (y)\ (Rxy \supset Ryx)].\ \sim[(x)\ (y)\ (Rxy \supset \sim Ryx)]$$

द्विपदीय संबंधों की दूसरी विशेषता

(i) संक्रामी या संचारी संबंध –

पहली वस्तु का जो संबंध दूसरी वस्तु से है और दूसरी वस्तु का जो संबंध तीसरी वस्तु से है, ठीक वही संबंध पहली वस्तु का तीसरी वस्तु से हो तो उसे संक्रामी या संचारी संबंध कहते हैं। इसके लिए निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है–is north of, is an ancestor of, weighs the same as, implication.

प्रतीकात्मक आकार–

$$(x)\ (y)\ (z)\ [(Rxy\ .\ Ryz) \supset Rxz]$$

(ii). असंचारी संबंध :

पहली वस्तु का जो संबंध दूसरी वस्तु से है और दूसरी वस्तु का जो संबंध तीसरी वस्तु से है ठीक वही संबंध पहली का तीसरी वस्तु से न हो तो असंचारी संबंध कहलाता है। इसके लिये निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है– is father of, is mother of, weighs exactly two pounds more than.

प्रतीकात्मक आकार–

$$(x)\ (y)\ (z)\ [(Rxy\ .\ Rxz) \supset \sim Rxz]$$

(iii). न संक्रामी संबंध :

वह संबंध जो न तो संक्रामी हो और न ही असंक्रामी, न संक्रामी संबंध कहलाता है। इसके लिए निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है– Loves, is discriminable different from, has a different weight than.

प्रतीकात्मक आकार–

$$\sim [(x)\ (y)\ (z)\ [(Rxy\ .\ Ryz) \supset Rxz]\quad \sim[(x)\ (y)\ (z)\ [(Rxy\ .\ Ryz) \supset \sim Rxz]$$

अन्त में, संबंधों की तीसरी विशेषता

(1) परावर्ती संबंध(Reflexive Relation) :

इस सम्बंध को दो भागों में बांटा गया है–

(i) पूर्णतः परावर्ती (Totally reflexive)

(ii) परावर्ती सम्बंध (reflexive)

(i) पूर्णतः परावर्ती :

वह वस्तु जिसका संबंध स्वयं अपने से ही हो पूर्णतः परावर्ती संबंध कहलाता है। इसके लिए निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है–is identical with.

प्रतीकात्मक आकार–

$$(x)\ Rxx$$

(ii) परावर्ती सम्बंध :

यदि कोई वस्तु A अपने से वही संबंध रखती है जो B से रखती है परावर्ती सम्बंध कहलाता है(a relation is said to be reflexive if any thing a has that relation to itself if there is something b such that either Rab or Rba)। इसके लिये निम्न उक्तियों का प्रयोग करत हैं–has the same colour hair as, is the same age as, is a contemporary of.

प्रतीकात्मक आकार–

$$(x) [(\exists y)(Rxy \supset Ryx) \supset Rxx]$$

इससे स्पष्ट है कि सभी पूर्णतः परावर्ती संबंध परावर्ती होता है।

2. अपरावर्ती सम्बंध**(Irreflexive Relation) :**

वह वस्तु जिसका सम्बंध स्वयं अपने से न हो अपरावर्ती सम्बंध कहलाता है। इसके लिये निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है– is north of, is married to, is parent of.

प्रतीकात्मक आकार–

$$(x) \sim R\,xx$$

3. न परावर्ती संबंध :

वह सम्बन्ध जो न तो परावर्ती हो और न ही अपरावर्ती, न परावर्ती सम्बंध कहलाता है। इसके लिये निम्न उक्तियों का प्रयोग किया जाता है– Loves, hates, Criticizes.

प्रतीकात्मक आकार–

$\sim (x) [\exists y)(Rxy \supset Ryx) \supset Rxx]. \sim (x) \sim Rxx$

14.5 चर एवं गुण :

गुण (attribute) या सम्बन्ध चर (relation variables) 'F', 'G', 'H' सामान्य रूप से 'विधेयात्मक चर' (predicate variables) का निर्देश करता है। एक नये प्रकार के तर्कवाक्य, जिसमें केवल एक परिमाणक हो, दृष्टांतीकरण द्वारा वैयक्तिक चर (individual variables) के संदर्भ में तथा सामान्यीकरण (Generalizing) द्वारा विधेयात्मक चर (F, G, H) के संदर्भ में निम्न प्रकार से प्राप्त किया जाता है–

Socrates has all attributes.

प्रतीक रूपः

$$(F)\ Fs$$

इस तर्कवाक्य में सर्वव्यापी परिमाणक 'all' है और 'attributes' के लिए निश्चित कर लिया गया है कि विधेयात्मक चर F, G, H में से कोई भी चर प्रतीक रूप में रखा जा सकता है। अतः यहाँ परिमाणक (F) विधेयात्मक चर के संदर्भ में प्रयुक्त हुआ है क्योंकि परिमाणक all attributes को इंगित कर रहा है। इसी प्रकार Fs दृष्टांतीकरण द्वारा वैयक्तिक चर के संदर्भ में प्रयुक्त हुआ है क्योंकि किसी तर्कवाक्यीय फलन से तर्कवाक्य प्राप्त करने के लिए जब 'वैयक्तिक चर' के स्थान पर वैयक्तिक अचर का प्रयोग होता है, तो वह प्रक्रिया दृष्टांतीकरण कहलाता है। अतः Fs में s वैयक्तिक अचर है, जो कि वैयक्तिक चर के स्थान पर प्रयुक्त हुआ है। यहाँ Fs का तात्पर्य Socrates has attributes है एवं 'all' के लिए परिमाणक (F) लिया गया है। अतः Socrates has all attributes का प्रतीक (F) Fs होगा।

एक अन्य उदाहरण, अंशव्यापी तर्कवाक्य का लेंगे, जिसको प्रतीक रूप में निम्नवत् लिखा जाता है–

Plato has some attributes.

प्रतीक रूप–(∃F) Fp

('all' या some attributes अथवा relation के लिए हम F, G, H प्रतीक का प्रयोग करेंगे)।

अब, ऐसे तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण करेंगे, जिसमें दो परिमाणक हों। सामान्यीकरण द्वारा दोनों चरों के संदर्भ में निम्नलिखित रूप से उन तर्कवाक्यों को प्रतीक दिया जाता है–

1. Everything has every attribute.

इसे प्रतीक देने के लिए 'every attribute' के लिए (F) परिमाणक एवं Everything के लिए (x) परिमाणक का प्रयोग करना होगा, तब x has every attribute का प्रतीक होगा–

(x) (F)Fx

2. Every attribute belongs to everything

प्रतीक– (F) F belongs to everything

(F) (x) F belongs to x

(F) (x) Fx.

उपरोक्त दोनों तर्कवाक्य स्पष्टतः सम हैं।

3. Some things has some attributes

Paraphrasing -($\exists$x) x has some attribute

-($\exists$x) ($\exists$F) x has F

प्रतीक– -($\exists$x) ($\exists$F) Fx.

4. Some attributes belongs to something.

Paraphrasing -($\exists$F) F belongs to something.

-($\exists$F) ($\exists$x) F belongs to x

प्रतीक– -($\exists$F) ($\exists$x) Fx

उपरोक्त दोनों तर्कवाक्य भी आपस में सम हैं।

अब ऐसे तर्कवाक्यों का प्रतीकीकरण करेंगे, जो कि आपस में सम नहीं है।

1. Everything has some attribute (or other).

Paraphrasing -(x) x has some attribute

-(x) ($\exists$F) x has F

प्रतीक– -(x) ($\exists$F) Fx

2. There is an attribute that belongs to everything.

Paraphrasing -($\exists$F) F belongs to everything

-($\exists$F) (x) F belongs to x

प्रतीक– -($\exists$F) (x) Fx

ये दोनों तर्कवाक्य आपस में सम नहीं हैं, लेकिन तर्कवाक्य ($\exists$F) (x) Fx तर्कतः (x) ($\exists$F) Fx को निर्धारित करता है।

3. There is a thing that has every attribute.

Paraphrasing -($\exists$x) x has every attribute.

-($\exists$x) (F) x has F

प्रतीक– $-(\exists x)\ (F)\ Fx$

4. Every attribute belongs to something (or other).

   Paraphrasing -(F) F belongs to something

   -(F) (∃x) F belongs to x

प्रतीक– $(F)\ (\exists x)\ Fx$

ये दोनों तर्कतः सम नहीं हैं, लेकिन तर्कवाक्य $(\exists x)\ (F)\ Fx$ तर्कतः $(F)\ (\exists x)\ Fx$ को स्थापित (entails) करता है।

आकारिक रूप से इन प्रतिपत्तियों (implications) को परिमाणन सिद्धांत द्वारा स्थापित किया जा सकता है, यदि वैयक्तिक चर की तरह विधेयात्मक चर को सूचित करने के लिए प्रतीक 'μ' और 'V' के नियमों की अनुमति दे दी जाए उस प्रयोग के जो प्रतिबंध हैं, उसका ध्यान रखते हुये।

विधेयात्मक चर का पूर्णतः प्रतीकात्मक परिभाषा तादात्म्य प्रतीक के लिए निम्न प्रकार दिया जा सकता है–

$$(x = y) = df\ (F)\ (Fx \equiv Fy)$$

इस परिभाषा से हम निम्नलिखित तार्किक परिणाम प्राप्त करते हैं–

$$(x)\ (y)\ [(x = y) \equiv (F)\ (Fx \equiv Fy)]$$

इससे तादात्म्य सम्बन्ध के सभी गुणों को निगमित किया जा सकता है।

वैयक्तिक गुणों के गुणों का प्रतीक (Symbol of attributes of attributes of individuals)-

वैयक्तिक गुणों के (attributes of individuals) प्रतीक से भिन्न रूप में वैयक्तिक गुणों के गुणों का प्रतीक दिया जाता है और ऐसा इसलिए किया जाता है कि दोनों के प्रतीकों में अन्तर स्पष्ट रहे। वैयक्तिक गुणों के गुणों को प्रतीक देने के लिए अंग्रेजी के बड़े अक्षरों का प्रयोग करते हैं, जो कि देखने में छापेखाने के मोटे अक्षरों जैसा हो, और यह प्रतीक **A, B, C,........**होता है।

अब निम्न तर्कवाक्यों के प्रतीकीकरण से यह और अधिक स्पष्ट हो जाएगा–

i. Unpunctuality is a fault

प्रतीक–FU

ii. Honesty is a virtue.

प्रतीक–VH

इसी प्रकार, कुछ जटिल तर्कवाक्यों को भी प्रतीक दिया जा सकता है–

i. All useful attributes are desirable

प्रतीक–$(F)\ (UF \supset DF)$ (यहाँ F is useful का प्रतीक UF तथा F is desirable का प्रतीक **D**F है)।

और

ii. Some desirable attributes are not useful

प्रतीक–$(\exists F)\ (\mathbf{D}F\ .\ \sim U\ F)$

और, अन्त में, तर्कवाक्य– 'Tom has all of his mother's good qualities' को प्रतीक देने के लिए यदि Tom के लिए 't' तथा 'x' is mother of 'y' के लिए 'Mxy' प्रतीक का प्रयोग करें, तो इसका प्रतीक निम्न होगा–

$$(F)\ \{(\exists x)\ [Mxt\ .\ (y)\ (Myt \supset y = x)\ .\ Fx\ .\ GF] \supset Ft\}$$

या

$$(\exists x)\ \{[Mxt\ .\ (y)\ (Myt \supset y = x)\ .\ (F)\ [(Fx\ .\ GF) \supset Ft]\}$$

14.6 तादात्य का नियम

तादात्म्य (Identity) का सम्बन्ध एक ऐसा सम्बन्ध है, जो हर Individual का स्वयं से होता है। इसे इस रूप में भी ग्रहण कर सकते हैं, जैसे–एक ही व्यक्ति के दो नाम, एक ही वस्तु के दो proper name (as a proper noun) उदाहरणार्थ–Mohan is Kishan (M = K) स्पष्ट है कि यह तादात्म्य है और जाने पहचाने दृष्टि से प्रयोग होता है। इसके प्रयोग के लिए सादृश्यीकरण (identification) का आश्रय लिया जाता है, जो कि हर रूपों में प्रकट हो सकता है, चाहे वह प्राकृतिक प्रसंग हो, भौगोलिक अवस्थाहो या फिर साहित्यिक वर्ग का हो। जैसे–

"Mt. Everest is the tallest mountain in the World." भौगोलिक अवस्था से सम्बन्धित है।

इसी प्रकार, "Scott is the author of Waverly" साहित्यिक वर्ग से सम्बन्धित है।
(एक दृष्टि से) वस्तुतः तादात्म्य का प्रयोग निश्चित वर्णन (Definite Description) के रूप में होता है, जो इस निश्चितता को लिये हुए होता है कि दो 'proper names' में निश्चित ही सादृश्य है, जो दोनों के बीच तादात्म्य बनाये हुये हैं। उपरोक्त उदाहरण में, 'Mt. Everest' और 'tallest mountains' में एक तादात्म्य है, जो 'Individual' के रूप में एक दूसरे से तादात्म्य रखते हैं अर्थात् यह निश्चित रूप से कहा जा सकता है कि 'Mt. Everest' का 'tallest' होने से एक 'individual relation' है, जो कि 'Mt. Everest' का ही हो सकता है। निश्चित वर्णन के लिए उक्ति 'वह इस प्रकार का' (the so and so) का प्रयोग किया जाता है। जब हम कहते हैं कि 'मेघदूत का रचयिता,' 'वह व्यक्ति' आदि तो यह निश्चित वर्णन है। स्पष्ट है कि तादात्म्यीकरण में किसी भी तरह के दो पदों का नाम (Proper) उपयुक्त हो सकता है। जैसे–दो तर्कवाक्यों को देखें–

Godse Killed Bapu.

और

Subha Killed Rajeev.

में मारने का सम्बन्ध individuals के बीच स्थापित Proper noun (व्यक्तिवाचक संज्ञा) या Proper names (उपयुक्त नाम) के उल्लेख से है, जो दोनों तर्कवाक्यों में स्पष्ट रूप से प्रकट है।

इस प्रकार,

Gautam Budh was Siddharth.

और,

Mahatma Gandhi was Bapu.

इन दोनों तर्कवाक्यों में तादात्म्य का सम्बन्ध 'individuals' के बीच स्थापित दो 'Proper names' में प्रकट होता है।

'तादात्म्य सम्बन्ध' को व्यक्त करने के लिए सामान्यतः बराबर का चिन्ह (equal sign) '=' का प्रयोग करते हैं। यह एक अन्तर्ज्ञान है कि तादात्म्य का सम्बन्ध संचारी (transitive), सममित (symmetrical) और पूर्णतः परावर्ती (totally reflexive) होता है।

x पूर्णतः y के समरूप है (x = y), यदि और केवल यदि x का प्रत्येक गुण (attribute) y के गुण हैं। इस तादात्म्य सम्बन्ध को निम्न प्रतीक द्वारा स्पष्ट किया जाता है–

i. 'तादात्म्य का सम्बन्ध संक्रामी (Transitive)है' का प्रतीक–

$(x)\ (y)\ (z)\ \{[(x = y)\ .\ (y = z)] \supset (x = z)\}$

ii. तादात्म्य का सम्बन्ध सममित (symmetrical)है–

$(x)\ (y)\ [(x = y) \supset (y = x)]$

एवं

iii. $(x)\ (x = x)$ प्रतीक तादात्म्य सम्बन्ध पूर्णतः परावर्ती (Totally reflexive)को प्रकट कर रहा है।

उपर्युक्त सभी तात्कालिक परिणामों (Immediate consequences) की परिभाषा है, जो कि लाइबनीत्ज के अदृश्यों का अभेद (Identity of indiscernibles)के सिद्धांत में निहित है।

यह सिद्धांत हमें '$\nu = \mu$' आधारवाक्यों से निगमित करने की अनुमति देता है और कोई सूत्र 'ν' के प्रतीक के Occurrences से सम्बन्धित है। इसी प्रकार, निष्कर्ष का परिणाम दूसरी आधारवाक्यों में 'μ' प्रतीक से 'ν' के किसी Occurrences को हटाने से प्राप्त होता है। (यहाँ 'μ' और 'ν' Individual symbol है, जो चर (Variable) या अचर (Constant) दोनों है। इस प्रकार का सभी अनुमान वैध है और इसे प्रमाणित करने के लिए एक तरफ 'Id.' शब्द का प्रयोग करते हैं। वह एक प्रतिरूप अनुमान (Specimen deduction) है या दो कथन इसे स्पष्ट कर देगा–

O. Gandhi was Bapu.

O. Gandhi was a Politician

Therfore, Bapu was a politician.

इस युक्ति की वैधता सिद्धकरने के लिए प्रतीक रूप निम्न प्रकार से देंगे–Proper name के लिए O, Gandhi-g तथा Bapu-b का प्रयोग करेंगे एवं x was a politician के लिए Px का प्रयोग करेंगे–

1. g = b
2. Pg   /∴ Pb
3. Pb   1, 2, Id.

दूसरा उदाहरण :

Ravindranath Tagore wrote Geetanjalee

Ravindranath Tagore is Gurudev.

Gurudev is a man.

Therefore, a man wrote Geetanjalee.

इसे प्रमाणित करने के लिए Ravindranath Tagore के लिए r, Geetanjalee के लिए g, x wrote y के लिए Wxy तथा x is man के लिए Mx तथा Gurudev के लिए d प्रतीक का प्रयोग करेंगे।

1.	Wrg	
2.	r = d	
3.	Md /∴ (∃x) (Mx . Wxg)	
4.	Mr	2, 3, Id.
5.	Mr. Wrg	4, 1, Conj.
6.	(∃x) (Mx . Wxg)	5, EG.

इसी प्रकार एक अन्य उदाहरण द्वारा इसे और स्पष्ट किया जा सकता है–

Only a bald man wears a wig.
Prem is a man who wears a wig.
This man is not bald.

Therefore, This man is not Prem.

यहाँ This man के लिए t, Prem के लिए P, x is a man के लिए Mx, Wears a wig के लिए– Wx तथा x is a bald के लिए Bx प्रतीकों का प्रयोग करेंगे–

1. $(x)\ [(Mx\ .\ Wx) \supset Bx]$
2. $Mp\ .\ Wp$
3. $\sim Bt\ /\therefore \sim (t = p)$
4. $((Mp\ .\ Wp) \supset Bp$ 1, UI
5. Bp 4, 2, M.P.
6. $\sim (t = p)$ 3,5, Id.

इस उदाहरण से हम स्पष्टतः इस निष्कर्ष पर पहुँच जाते हैं कि 'तादात्म्य नियम' का प्रयोग एकमात्र $\Phi\mu$ और $\nu = \mu$ से $\Phi\nu$ निगमित करने के लिए ही नहीं वरन् $\sim\Phi\nu$ और $\Phi\mu$ से $\sim(\nu = \mu)$ या $(\nu \neq \mu)$ भी निगमित करने के लिए होता है।

सुविधा और पूर्णता के लिए हम 'तादात्म्य–सिद्धांत' के कथनों में symmetry और totally reflexive को समाहित कर लेते हैं तथापि इसके symmetry को दूसरों से आसानी से व्युत्पन्न किया जा सकता है।

निम्नलिखित सूत्र में 'μ' और 'ν' दोनों ही या तो Individual constants या individual variables हो सकते हैं और '$\Phi\mu$' निर्दिष्ट करता है कि किसी भी सूत्र का परिणाम μ द्वारा '$\Phi\nu$' में 'ν' के किसी भी free occurrences को हटाने से प्राप्त किया जा सकता है–

तादात्म्य का नियम :

Id. 1.

$$\frac{\Phi\mu \qquad \nu = \mu}{\therefore \Phi\nu}$$

2.

$$\frac{\Phi\mu \qquad \sim\Phi\nu}{\therefore \sim(\nu = \mu)}$$

3.

$$\frac{\nu = \mu}{\therefore \mu = \nu}$$

और

4.

$$\frac{P}{\therefore \mu = \mu}$$

Id सूत्र प्राप्य हो जाने के कारण हम द्विपदी सम्बन्धोंके कुछ अन्य भागों का भी प्रतीकीकरण कर सकते हैं। जैसे–एक तर्कवाक्यीय फलन 'Rxy' antisymmetrical relation को निर्दिष्ट करता है, यदि और केवल यदि–

$$(x)\ (y)\ [(Rxy\ .\ Ryx) \supset x = y]$$

तादात्म्य प्रतीक की महत्ता सामान्य प्रकार के आपत्तिजनक कथनों को व्यवस्थित एवं निश्चित रूप प्रदान करने के लिए मुख्य रूप से है। यथा अगर हम निम्न तर्कवाक्य–

'Al is on the team and can outrun anyone else on it. को प्रतीक रूप देना चाहें तो इसके लिए यथेष्ट प्रतीक का प्रयोग करके भी इसे साधारण रूप–$Ta.\ (x)\ (Tx \supset Oax)$ में नहीं लिख सकते, क्योंकि यह तर्कवाक्य की निश्चितता को नहीं प्रकट कर रहा है। इसके लिए हमें Oaa की स्थापना करनी पड़ेगी, जो कि असत्य है क्योंकि 'being able to outrun' reflexive relation है। आरंभिक सूत्र–$Ta.\ (x)\ (Tx \supset Oax)$ उपरोक्त तर्कवाक्य का अनुवाद नहीं है, वस्तुतः निश्चित रूप से केवल एक असत्य है–

'Al is on the team and can outrun anyone on it. इस युक्ति में 'else' जैसे महत्वपूर्ण शब्द का अभाव है। प्रथम तर्कवाक्य यह नहीं कहता कि 'Al can everyone on the team outrun, वरन् यह 'everyone else on it' का समर्थक है। पहले की तुलना में everyone on it अन्य वाक्य है या वह Al के समरूप नहीं है।

अतः पहले तर्कवाक्य का उपयुक्त प्रतीक $Ta.\ (x)\ \{[Tx\ .\ \sim (x = a)] \supset Oax)\}$ होगा।

यदि हम $\sim (v = \mu)$को $v \neq \mu$ के रूप में लें तो प्रारंभिक सूत्र को इस प्रकार लिख सकते हैं–

$Ta.\ (x)\ [(Tx\ .\ x \neq a) \supset Oax]$

Id. सूत्र का प्रयोग करते हुए हम निम्न कथनों को इस प्रकार प्रतीक रूप दे सकते हैं–

Only Krishna loves Radha- प्रतीक $Lkr\ .\ (x)\ (x \neq k \supset \sim Lxr)$

और,

Krishna loves only Radha- $Lkr\ .\ (x)\ (x \neq r \supset \sim Lkx)$

अंग्रेजी उक्ति **'at most'**और **'no more than'**को प्रतीक देने के लिए जानी पहचानी विधि का प्रयोग किया जा सकता है। इस प्रकार, कथन–

'There is at most one opening' का विश्लेषण यह नहीं कहता कि 'There is opening'। वरन् इस कथन से यह स्पष्ट होता है कि 'There is no more than one' इसका प्रतीक रूप निम्नवत् होगा–$(x)\ (y)\ [(Ox\ .\ Oy) \supset x = y]$

पुनः कथन 'No more than two visiters are permitted' स्पष्ट करता है कि as leaving open the question of whether there are any at all. इसका प्रतीकीकरण–$(x)\ (y)\ (z)\ \{(Vx\ .\ Vy\ .\ Vz) \supset (x = z \vee y = z \vee x = y)\}$ होगा।

तादात्म्य चिन्ह 'at least' के प्रसंग में भी प्रतीकीकरण के लिए उपयोगी है। 'at least one' के लिए तो 'अस्तित्त्ववाचक परिमाणन' स्वयं में ही पर्याप्त है। यथा–

There is at least one applicants का प्रतीक–$(\exists x)\ Ax$ होगा, लेकिन There is at least two applicants का प्रतीक–$(\exists x)\ (\exists y)\ [(Ax\ .\ Ay)\ .\ x \neq y]$ होगा।

'at least one' और 'at most one' के लिए एक साथ चिह्नांकों को रखते हैं। निश्चित संख्या वाले तर्कवाक्यों को आसानी से प्रतीक दिया जा सकता है, जैसे–

There is one book on my desk में केवल 'एक' संख्या है।

इसे प्रतीक देने के लिए 'x is a book' के लिए Bx तथा x is on my desk के लिए Dx का प्रयोग करेंगे–

$(\exists x)\ \{Bx\ .\ Dx\ .\ (y)\ [(By\ .\ Dy) \supset y = x]\}$

इसी प्रकार, दो संख्या वाले तर्कवाक्य का प्रतीकीकरण निम्न ढंग से होगा–

Every state elects two senators

इसे प्रतीक रूप में लाने के लिए x is a state के लिए Sx, x is a senator के लिए Nx तथा 'x elects y' के लिए Exy का प्रयोग करेंगे।

$(x)\ \{Sx \supset (\exists y)\ (\exists z)\ [Ny\ .\ Nz\ .\ Exy\ .\ Exz.\ y \neq z\ .\ (w)\ [(Nw\ .\ Exw) \supset (w = y \vee w = z)]]\}$

अन्त में, (प्रकल्पनीय असत्य) कथन,

'Cerberus has three heads.' को प्रतीक रूप देने के लिए 'x is a head of Cerberus' के लिए 'Hx' का प्रयोग करेंगे।

प्रतीक–$(\exists x)\ (\exists y)\ (\exists z)\ \{(Hx\ .\ Hy\ .\ Hz)\ .\ x \neq y\ .\ y \neq z\ .\ x \neq z\ .\ (w)\ [Hw \supset (w = x \vee w = y \vee w = z)]\}$

ये प्रतीक 'अंकगणितीय कथन' सम्बन्धी individual के प्रतीकीकरण के लिए तो यथेष्ट है, लेकिन 'Pure arithmetic' (शुद्ध अंकगणित) की आवश्यकताओं का प्रतीक तर्कवाक्य तार्किक उपकरण के विस्तार जैसा होता है, जिसे निम्न प्रकार से समझ सकते हैं–

बहुत से मुश्किल individual में दो भिन्न Proper name '$\vee$' एवं 'μ' होते हैं, जिसमें $\vee = \mu$ के अभिव्यंजक और सूचना देने वाला कथन होगा, तथापि individual को उनके Proper name की तुलना में 'वर्णनात्मक उक्ति' के अर्थ के द्वारा प्रकट किया जाता है।

'The' शब्द का प्रयोग अनेक प्रकार से होता है, जिससे वह अनेकार्थक हो जाता है। कहीं इसका प्रयोग 'all' या 'any' के रूप में होता है, जैसे–The whale is a mammal. तो कहीं 'Existence' और 'Uniqueness' के रूप में होता है। जैसे–

उक्ति– The author of Waverley.

The man who shot Lincoln.

The largest city in illinois.

Scott, Booth और Chicago के संदर्भ में उल्लेख कर रहा है।

'The' शब्द का मानक प्रतीक iota (ι) है। उपरोक्त तीनों उक्ति निम्न रूप में प्रतीकबद्ध किया जा सकता है–

(ιx) (x wrote Waverly)

(ιx) (x is a man . x shot Lincoln)

(ιx) (x is a city in illinois. x is a larger than any other city in illinois)

सामान्य रूप में (ιx) (x wrote Waverly) सूत्र को 'the x that wrote Waverly' के रूप में पढ़ा जाता है और 'Proper name' के जैसा व्यवहार होता है। इस प्रकार, हम

तर्कवाक्यीय फलन $\Psi\mu$ में individual variable μ के स्थान पर $(\iota v)\ \Phi\ V$ रखकर प्रतिस्थापन उदाहरण के रूप में Ψ (iv) (Φ V)को प्राप्त कर सकते हैं।

सामान्यतः एक 'निश्चित वर्णन' का कार्य युक्ति में 'Proper name' के समान ही होता है। तादात्म्य सिद्धांत हमें निम्न आधारवाक्यों से निष्कर्ष निगमित करने की अनुमति देता है–

Scott is the author of Waverly

The author of Waverly wrote Marmion

Therefore, Scot wrote Marmion.

EG द्वारा निम्न तर्कवाक्य (आधारवाक्य) से वैध निष्कर्ष प्राप्त किया जा सकता है–

The largest city in illinois is larger than Detroit

Therefore, Something is larger than Detroit

वास्तव में, EI दृष्टांतीकरण केवल चरों के साथ होता है और UG सामान्यीकृत केवल चरों से होता है। इसलिए, EI और UG सिद्धांतों के सन्दर्भ में Proper name और Definite description के बीच कोई अन्तर नहीं है। किन्तु, UI सिद्धांत के संदर्भ में निश्चित अन्तर और कठिनाइयाँ उत्पन्न होती है।

जहाँ अक्षर F गुण को निर्दिष्ट करता है, वहाँ यदि 'एक और सिर्फ एक' individual हों, तो जटिल प्रतीक (ιx) Fx ऐसे Individual को निर्दिष्ट करेगा, जिसमें गुण F है। लेकिन, यदि कोई individual या एक से अधिक individual नहीं है तो क्या उसके पास यह गुण है? ऐसी स्थिति में, (ιx) Fx अभिव्यक्ति (expression) में, उस भाव का उल्लेख नहीं होता है क्योंकि कोई 'Unique individual' वहाँ नहीं रहता है। ऐसे उक्तियों की समस्या, जिनका उद्देश्य संकेत करना है, परन्तु वास्तव में वे ऐसा नहीं कर पाते हैं, उस आपत्ति का समाधान रसेल ने निम्नलिखित प्रकार से किया है–'कुवाँरा' (bachelor) प्रतीक को 'अविवाहित मनुष्य' (Unmarried man) द्वारा परिभाषित किया जाता है, जिसका अर्थ एक ही है। इसके लिए एक वैकल्पिक विधि है, जो कि स्पष्ट परिभाषा की अपेक्षा प्रसंगयुक्त प्रतीक के अर्थ की व्याख्या करता है। प्रतीक की प्रसंगयुक्त परिभाषा दूसरों से भिन्न प्रतीक के अर्थ की व्याख्या नहीं करता है बल्कि किसी कथन के अर्थ या प्रसंग का जिसमें वह प्रतीक है, की व्याख्या करता है। हम अलग से

‘the’ शब्द (या iota प्रतीक) की व्याख्या नहीं देते हैं। किन्तु इसके स्थान पर हम किसी वाक्य (या सूत्र) जिसमें ये सम्मिलित हैं, की व्याख्या करने के लिए एक विधि प्रस्तुत करते हैं। प्रसंगयुक्त परिभाषा (contextual definition) को ‘definition in use’ भी कहा जाता है। रसेल का ‘निश्चित वर्णन’ का विश्लेषण प्रसंगयुक्त परिभाषा या ‘definition in use’ से सम्बन्धित है, जिसमें ‘the’ शब्द इस अर्थ में प्रकट किया जाता है, जिसमें ‘existence’ (अस्तित्त्व) और ‘uniqueness’ हो। तर्कवाक्य ‘The author of Waverley was a genius’ पर विचार करें। इस कथन में तीन बातें स्पष्ट दिखायी पड़ती हैं–

i. There is an individual who wrote Waverley.

ii. Only that individual wrote Waverley.

और

iii. that individual was a genius.

उपरोक्त तीनों भागों को ‘iota’ के प्रयोग के बिना निम्नलिखित रूप से प्रतीक रूप में लाया जा सकता है–

i. $(\exists x)$ (x wrote Waverley)

ii. (y) (y wrote Waverley $\supset y = x$)

और

iii. x was a genius.

तीनों भागों को मिलाने पर, हम पाते हैं कि–

$(\exists x)$ {(x wrote Waverley) . (y) (y wrote Waverley $\supset y = x$) . (x was a genius)}

प्रदत्त कथन का हमारे पास प्रतीकात्मक अनुवाद है, जो न तो कठिन शब्द या नहीं इसके पर्याय से सम्बन्धित है। सामान्य रूप में किसी कथन का आकार–The so-and-so is such-and-such होता है। या इसी प्रकार का कोई सूत्र–

$\Psi(\iota x)\ \Phi x$तर्कतः सम के रूप में $(\exists x)\ \{(x \text{ is a so-and-so}) . (y) (y \text{ is a so-and-so} \supset y = x) . (x \text{ is a such-and-such})\}$ या $(\exists x)\ \{\Phi x . (y) (\Phi y \supset y = x) . \Psi x\}$ सम्बन्धित होता है।

आकस्मिक तौर पर, जब एक (Property) गुण को 'superlative form' जैसे–'best', 'fastest', 'heaviest' या इनके जैसा अन्य रूप में व्यक्त किया जाता है, किसी तर्कवाक्य को जो इससे सम्बन्धित है, केवल 'Comparative forms' में ही व्यक्त किया जाता है, जैसे–better, faster, leavier, या इसी प्रकार से तो इस प्रकार के कथन–The largest ocean is the West of America को प्रतीक देने के लिए x is an ocean, x is to the West of America, एवं x is a larger than y के स्थान पर क्रमशः Ox, Wx, Lxy प्रतीक का प्रयोग करते हैं–

$(\exists x)\ \{Ox . (y) [(Oy . y \neq x) \supset Lxy] . Wx\}$

केवल उल्लेख में विश्वास होने पर ही साधारणतः 'निश्चित वर्णन' का प्रयोग होता है। एक साधारण प्रयोग 'the so-and-so' (अमुक व्यक्ति) का तभी संभव है, जब केवल वह विश्वास करता है कि एक और केवल एक 'so-and-so' है। किन्तु विश्वास प्रायः भ्रमपूर्ण या गलत होता है और कभी–कभी एक ही प्रयोग इसी प्रकार की उक्तियों से भी होता है, जब इसका उल्लेख नहीं होता। जिस समय यह नहीं होता है, कोई भी वाक्य स्वीकार करता है कि अमुक व्यक्ति के पास इस नाम का कोई गुण है या इसमें स्थित है या वह सम्बन्ध गलत है। इसी प्रकार से यद्यपि यह भी सत्य हो सकता है कि 'everything has mass.' तथा यह असत्य है कि–'The immortal man has mass.

इस वाक्य के लिए स्वीकार करता है 'immortal man' का पूर्णतः अस्तित्त्व है, जबकि वहाँ कुछ नहीं है। और जब तक संदर्भ में यह घटक स्पष्ट नहीं करता कि या तो कुछ विशिष्ट पर्वत (Mountain) की सत्ता का उल्लेख है या सामान्य पर्वत में 'Mass' है, (जिसका उल्लेख नीचे है) असत्य होता है। इस प्रकार, कथन–The mountain has mass. ऐसा इसलिए है कि यह स्वीकार करता है कि केवल वहाँ एक ही 'पर्वत' है–जबकि वास्तविकता यह है कि वहाँ बहुत से पर्वत हैं। यह धारणा व्यवहारतः स्पष्ट होनी चाहिए, कि उक्तियाँ 'The so-and-so' या एक

वैसा ही प्रतीक (ιx) (Fx) अकेले UI सिद्धान्त के द्वारा दृष्टांतीकरण नहीं हो सकता है। क्रम में (x) Gx से निष्कर्ष G (ιx) Fx निगमित होता है, इसके लिए हमें अतिरिक्त आधारवाक्यों की आवश्यकता होती है, जो पूर्णतः 'One thing' के रूप में है, जिसमें F है। जहाँ वह आधारवाक्य छूट जाता है, अनुमान अवैध हो जाता है। किन्तु जहाँ उपस्थित है, उसे आसानी से वैध सिद्ध किया जा सकता है। जैसे–

1. $(x)\ Gx$
2. $(\exists x)\ [Fx\ .\ (y)\ (Fy \supset y = x)] /\ \therefore G\ (\iota x)\ (Fx)$

3. $Fx\ .\ (y)\ (Fy \supset y = x)$	
4. Gx	1, UI
5. $Fx\ .\ (y)\ (Fy \supset y = x)\ .\ Gx$	3, 4, Conj.
6. $(\exists x)\ \{Fx\ .\ (y)\ (Fy \supset y = x)\ .\ Gx\}$	5, EG
7. $(\exists x)\ \{Fx\ .\ (y)\ (Fy \supset y = x)\ .\ Gx\}$	2, 3-6, EI
8. $G\ (\iota x)\ Fx$	7, definition

(The so-and-so is such-and-such)

अगर कोई x नहीं है, जिसमें Φ है या उनमें एक से अधिक x है, तो (1) असत्य है और (2) सत्य है।

वस्तुतः हम $(\iota x)\ (\Phi x)$ के आकार के सूत्र के प्रयोग को और आगे नहीं बढ़ायेंगे और इस प्रयोग के स्थान पर प्रतीकात्मक अनुवाद का प्रयोग करेंगे, जो कि परिमाणन और तादात्म्य प्रतीक में सम्मिलित है।

14.7 सारांश–

सारांशतः हम कह सकते हैं कि इस इकाई में प्रतीक चरों एवं पदीय सम्बन्धात्मक तर्क वाक्यों की सहायता से हम सर्वप्रथम सम्बन्धात्मक गुणों का प्रतीक अंग्रेजी के बड़े अक्षर के रूप में लिख लेते हैं फिर क्रमानुसार सम्बन्धात्मक गुण के प्रतीक के दायीं ओर अंग्रेजी के छोटे अक्षर के रूप में Individuals के प्रतीक को लिख लेते हैं।

यदि   a is older than b का प्रतीकीकरण–Oab

इसी प्रकार दृष्टांतीकरण और सामान्यीकरण के माध्यम से सम्बन्धों का विश्लेषण करते हैं।

14.8 निष्कर्ष –

निष्कर्ष रूप में कहा जा सकता है कि चरों एवं चरों के गुण स्वरूप से हम प्रतीकों के माध्यम से दो से अधिक पदों के मध्य सम्बन्ध निरूपित करते हैं। जैसे मोहन और सोहन में डाट (.)प्रतीक का प्रयोग किया जाता है। मोहन या सोहन के लिए (⊃) का प्रयोग किया जाता है। या तो मोहन या तो सोहन के लिए (∨) का प्रयोग किया जाता है। सर्वव्यापी विधेयात्मक तर्कवाक्य के लिए Aका प्रयोग, सर्वव्यापी निषेधात्मक के लिए E का प्रयोग, अंशव्यापी विधेयात्मक तर्कवाक्य के लिए Iका प्रयोग एवं अंशव्यापी निषेधात्मक तर्कवाक्य के लिए Oका प्रयोग किया जाता है।

14.9 महत्वपूर्ण प्रश्न

(1) सम्बन्धात्मक तर्कवाक्यों का उदाहरण सहित विश्लेषण कीजिए।

(2) सम्बन्धात्मक युक्तियों की सोदाहरण व्याख्या कीजिए।

(3) पदीय सम्बन्धों के प्रकार एवं विशेषताओं का वर्णन उदाहरण सहित कीजिए।

(4) तादात्म्य के नियम की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

14.10 उपयोगी पुस्तकें –

(1) तर्कशास्त्र प्रवशिका – राममूर्ति पाठक

(2) प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र : एक अध्ययन – अविनाश तिवारी

...000..

इकाई–15 : सामान्य आकार एवं बूलीय विस्तारण

इकाई की रूपरेखा

15.0 उद्देश्य

15.1 प्रस्तावना

15.2 सामान्य आकार एवं उसके प्रकार

15.3 बूलीय विस्तारण विधि द्वारा युक्ति की वैधता

15.4 सारांश

15.5 निष्कर्ष

15.6 महत्वपूर्ण प्रश्न

15.7 उपयोगी पुस्तकें

...00..

15.0 उद्देश्य

जार्ज वूल ने सर्वप्रथम 19 वीं शताब्दी के मध्य में तर्क की बीजगणितीय प्रणाली को परिभाषित किया था जिसका उद्देश्य तर्क एवं वीजगणित के दो सत्यमानों का प्रतिनिधित्व करना था। वूलियन विधि आमतौर पर वह प्रकार है जिसमें दो सम्भावित मानों में से एक होता है।यह सत्य और असत्य के रूप में दर्शाया जाता है। इस इकाई में सत्यता फलित युक्तियों की वैधता ज्ञात करने के लिए प्रयोग की जाने वाली विधि में निषेध प्रतीक पद का प्रयोग पद के ऊपर एक रेखा खींच कर करते हैं। जैसे $\overline{P}$ । इस विधि में किसी युक्ति को वैध सिद्ध करने के लिए जिन सूत्रों का प्रयोग किया जाता है उसका अध्ययन करंगे।

15.1 प्रस्तावना –

इस इकाई में प्रयुक्त सामान्य आकार एक ऐसा आकार है जिसमें वाक्य चरों को जोड़ने के लिए केवल संयोजन विकल्प एवं निषेध प्रतीक का ही प्रयोग किया जाता है। निषेधात्मक प्रतीक का प्रयोग केवल एक चर के लिए प्रयुक्त होता है। हम छात्रों के साथ इस इकाई में चर्चा करेंगे कि किस प्रकार सामान्य आकार के प्रकारों द्वारा वाक्य चरों को स्थापित किया जाता है। साथ ही साथ जार्ज वूल की अवधारणा एवं सामान्य आकार के सम्बन्ध का अध्ययन भी हम करेंगे। इस इकाई में वूलीय विस्तारण विधि द्वारा किसी भी युक्ति की वैधता की जांच भी इस इकाई में करेंगे।

15.2 बूलीय सामान्य आकार एवं उसके प्रकार –

'सामान्य आकार' पद को कभी–कभी अत्यधिक विशेष प्रकार की अभिव्यक्ति देने के लिए बचा कर रखा जाता है। ये अत्यधिक विशेष प्रकार की अभिव्यक्ति भी 'बूलीय सामान्यआकार' या 'बूलीय विस्तारण' ही कहा जाता है। इसके दो प्रकार हैं–

1. वियोजनात्मक बूलीय सामान्य आकार (Disjunctive Boolean Normal Forms)
2. संयोजनात्मक बूलीय सामान्य आकार (Conjunctive Boolean Normal Forms)

वियोजनात्मक बूलीय सामान्य आकार–

कोई भी सूत्र जिसके चर p, q, r,.....हों, वियोजनात्मक बूलीय सामान्य आकार में तभी होगा, जब वह निम्न शर्तों का पालन करता हो, जैसे–

I. जब वह 'वियोजनात्क सामान्य आकार' में हो,

II. जब उसके प्रत्येक विकल्प में प्रत्येक चर या उसके निषेध का एक घटक ((occurrence) अवश्य हो,

III. प्रत्येक विकल्प में चरों का प्रयोग वर्ण क्रम(alphabetical order) में हो, और

IV. कोई भी दो विकल्प एक जैसा न हो।

उपरोक्त शर्तों को स्पष्ट रूप से समझने के लिए एक उदाहरण $p \vee q$ को लेते हैं–

1. $p \vee q$

2. $[p.(q \vee \bar{q})] \vee [q.(p \vee \bar{p})]$

(यहाँ $p \equiv p.(q \vee \bar{q})$ सूत्र का प्रयोग हुआ है अर्थात् p के स्थान पर $p.(q \vee \bar{q})$ एवं q के स्थान पर $q.(p \vee \bar{q})$ रखा गया है, जो कि एक दूसरे के समतुल्य है)।

3. $(p.q) \vee (p.\bar{q}) \vee (q.p) \vee (q.\bar{p})$ 2, Dist.

4. $(p.q) \vee (p.\bar{q}) \vee (p.q) \vee (\bar{p}.q)$ 3, Com.

5. $(p.q) \vee (p.\bar{q}) \vee (\bar{p}.q)$ 4, Assoc. & Taut.

संयोजनात्मक बूलीय सामान्य आकार–

कोई भी सूत्र जिसके चर (Variables)p, q, r,........हों, संयोजनात्मक बूलीय सामान्य आकार में तभी होगा, जब वह निम्न शर्तों का पालन करता हो, जैसे–

i. सर्वप्रथम यह 'संयोजनात्मक सामान्य आकार' में हो,

ii. प्रत्येक संयोजनावयव (Conjunct) में प्रत्येक चर या इसके निषेध का एक घटक 'Occurrence' अवश्य हो,

iii. प्रत्येक संयोजनावयव (Conjunct) में चरों का प्रयोग वर्ण क्रम (alphabetical order) में किया गया हो, एवं,

iv. कोई दो संयोजनावयव (Conjunct) एक जैसा न हो।

उदाहरण से उपरोक्त शर्तों को स्पष्ट रूप से समझा जा सकता है। जैसे–

उदाहरण–(1)–

1. $p.q$

2. $[p \vee (q . \bar{q})] . [q \vee (p . \bar{p}]$ — यहाँ p के स्थान पर उसके समतुल्य $p \vee (q . \bar{q})$ एवं q के स्थान पर $q \vee (p . \bar{p})$ को रखा गया है।

3. $(p \vee q) . (p \vee \bar{q}) . (q \vee p) . (q \vee \bar{p})$ — 2, Dist.

4. $(p \vee q) . (p \vee \bar{q}) . (p \vee q) . (\bar{p} \vee q)$ — 3, Com.

5. $(p \vee q) . (p \vee \bar{q}) . (\bar{p} \vee q)$ — 4, Assoc. & Taut.

उदाहरण – (2) – संयोजनात्मक सामान्य आकार $(p \vee q) . (\bar{q} \vee \bar{r})$ को संयोजनात्क बूलीय सामान्य आकार में निम्न प्रकार से बदला जा सकता है–

1. $(p \vee q) . (\bar{q} \vee \bar{r})$
2. $[(p \vee q) \vee (r . \bar{r})] . [\bar{q} \vee \bar{r}) \vee (p . \bar{p})]$ — 1, Boolean Law
3. $(p \vee q \vee r).(p \vee q \vee \bar{r}).(\bar{q} \vee \bar{r} \vee p).(\bar{q} \vee \bar{r} \vee \bar{p})$ — 2, Dist.
4. $(p \vee q \vee r).(p \vee q \vee \bar{r}).(p \vee \bar{q} \vee \bar{r}).(\bar{p} \vee \bar{q} \vee \bar{r})$ — 3, Assoc.

उदाहरण–(3)–वियोजनात्मक आकार $(p . q) \vee (r . s)$ को संयोजनात्मक सामान्य आकार में भी बदला जा सकता है–

1. $(p . q) \vee (r . s)$
2. $[(p . q) \vee r] . [(p . q) \vee s]$ — 1, Dist.
3. $[r \vee (p . q)] . [s \vee (p . q)]$ — 2, Com.
4. $(r \vee p) . (r \vee q) . (s \vee p) . (s \vee q)$ — 3, Dist.
5. $(p \vee r) . (q \vee r) . (p \vee s) . (q \vee s)$ — 4, Com.

सूत्र :

1. कोई भी 'संयोजनात्मक बूलीय विस्तारण' व्याघाती तभी होगा जब उसके वाक्य आकार में चरों की संख्या **n** हो तथा उसका संयोजनावयव **(Conjunct) 2^n**हो।

   1. $p . \bar{p}$
   2. $[p \vee (q . \bar{q}) . [\bar{p} \vee (q . \bar{q})$ — Boolean Law
   3. $(p \vee q) . (p \vee \bar{q}) . (\bar{p} \vee q) . (\bar{p} \vee \bar{q})$ — 2, Dist.

इस वाक्य–आकार में चरों की संख्या 2 है अर्थात् p एवं q और उसका संयोजनावयव (Conjunct) $2^n = 2^2 = 4$। इसलिए यह वाक्य $p . \bar{p}$ व्याघाती है।

2. **कोई भी 'वियोजनात्मक बूलीय विस्तारण' पुनर्कथन तभी होगा जब उसके वाक्य–आकार में चरों की संख्या n तथा उसका वियोजनावयव (Disjunct) 2^n हो।** जैसे–

1. $p \vee \bar{p}$
2. $[p . (q \vee \bar{g})] \vee [\bar{p} . (q \vee \bar{q})]$ 1, Boolrsn Law.
3. $(p . q) \vee (p . \bar{q}) \vee (\bar{p} . q) \vee (\bar{p} . \bar{q})$ 2, Dist.

यह वाक्य–आकार पुनर्कथन है, क्योंकि यहाँ चरों की संख्या $n = 2$ है, और इसका वियोजनावयव (Disjunct) $2^n = 2^2 = 4$ है।

इस प्रकार यह स्पष्ट है कि (1) 'संयोजनात्मक बूलीय सामान्य आकार' हमेशा व्याघाती होता है एवं, (2) 'वियोजनात्मक बूलीय सामान्य आकार' पुनर्कथन होता है।

3. **व्याघाती का निषेध पुनर्कथन होता है**–जैसे– $p . \bar{p}$ व्याघाती है। यदि इसका निषेध $\overline{p . \bar{p}}$ कर दें तो यह पुनर्कथन हो जाएगा अर्थात् $\bar{p} \vee \bar{\bar{p}}$ या $\bar{p} \vee p$ जो कि ऊपर सिद्ध है।

4. **पुनर्कथन का निषेध व्याघाती होता है**–जैसे–$p \vee \bar{p}$ पुनर्कथन है, यदि इसका निषेध कर दें $\overline{p \vee \bar{p}}$ तो यह De M. और D.N. से व्याघाती सिद्ध हो जाएगा अर्थात् $\bar{p} . \bar{\bar{p}}$ या $\bar{p} . p$ जो कि ऊपर सिद्ध है।

15.3 बूलीय विस्तारण विधि द्वारा युक्ति की वैधता की जाँच–

किसी भी युक्ति को वैध या अवैध सिद्ध करने के लिए 'बूलीय विस्तारण विधि' का प्रयोग किया जा सकता है और ऐसा तभी सम्भव है जब दिये हुये युक्ति को सोपाधिक कथन के अनुरूप (Corresponding Conditional Statement) बनाया जाए। किसी भी युक्ति को सोपाधिक कथन के अनुरूप (Corresponding Conditional Statement) के रूप में लाने के लिए निम्न प्रक्रिया अपनानी पड़ती है–

i. आधारवाक्यों के संयोजन (.) प्रतीक द्वारा जोड़ लेते हैं, एवं

ii. जुड़े हुए आधारवाक्यों को हेतु मानकार ⊃ 'implies' प्रतीक से निष्कर्ष को हेतुमत् बना लेते हैं।

उदाहरण के लिए, युक्ति

1. p v q
2. ~ p / ∴ q को सोपाधिक कथन के अनुरूप (Corresponding Conditional Statement) लाने के लिए निम्न प्रकार से लिखेंगे–

   [(p v q) . ~ p] ⊃ q।

   इस प्रकार की वैधता का परीक्षण 'वैधता का आकारिक प्रमाण' कहा जाता है। किसी भी युक्ति की वैधता को दो प्रकार से सिद्ध किया जा सकता है–

1. Constructive Disjunctive Boolean Expansion
2. Conjunctive Boolean Expansion.

वियोजनात्मक बूलीय विस्तारण विधि से वैधता की जाँच

यदि किसी वियोजनात्मक सामान्य आकार में चरों (Variables) की संख्या n है और वियोजनावयव (Disjuncts) की संख्या 2^n है तो वह युक्ति पुनर्कथन होगा, अतः वैध होगा। यहाँ n का अर्थ चरों की संख्या से है। उदाहरण के लिए–युक्ति

p V q

~ p

∴ q की वैधता सिद्ध करें।

हल :

उपर्युक्त युक्ति के अनुरूप सोपाधिक कथन–

$[(p \vee q).\bar{p}] \supset q$

$\overline{[(p \vee q).\bar{p}]} \vee q$	Impl.
$(\overline{p \vee q}) \vee \bar{\bar{p}} \vee q$	De M. & Assoc.
$(\overline{p \vee q}) \vee p \vee q$	D.N.
$(\bar{p} \vee \bar{q}) \vee p \vee q$	De M.

$(\bar{p} \, . \, \bar{q})\ v\ [p \, . \, (q\ v\ \bar{q})\ v\ (q \, . \, (p\ v\ \bar{p}))]$	Boolean Law.
$(\bar{p} \, . \, \bar{q})\ v\ (p \, . \, q)\ v\ (p \, . \, \bar{q})\ v\ (q \, . \, p)\ v\ (q \, . \, \bar{p})$	Dist.
$(\bar{p} \, . \, \bar{q})\ v\ (p \, . \, q)\ v\ (p \, . \, \bar{q})\ v\ (p \, . \, q)\ v\ (\bar{p} \, . \, q)$	Com.
$(p \, . \, q)\ v\ (p \, . \, \bar{q})\ v\ (\bar{p} \, . \, q)\ v\ (\bar{p} \, . \, \bar{q})$	Com. & Taut.

उपरोक्त बूलीय आकार से स्पष्ट है कि वियोजित खण्डों की संख्या नियमानुसार $2^n = 2^2 = 4$ है। अतः उपर्युक्त 'Corresponding Conditional Statement' पुनर्कथन है, अतः वैध है।

संयोजनात्क बूलीय विस्तारण विधि से वैधता की जाँच :

चूँकि पुनर्कथन का निषेध व्याघाती होता है। अतः किसी भी संयोजनात्मक बूलीय विस्तारण में चरों की संख्या n है और संयोजनावयव (Conjuncts) की संख्या 2^n है तो वह युक्ति व्याघाती होगा, अतः वैध होगा। दूसरे शब्दों में, यदि किसी वैध युक्ति के अनुरूप सोपाधिक कथन (Correspondings conditional statement) का निषेध कर दें और उसे संयोजनात्मक बूलिय विस्तारण (Conjunctive Boolean Expansion) के रूप में परिवर्तित करें तो इस हालत में चरों की संख्या यदि n है और संयोजनावयव (Conjuncts) की संख्या 2^nहै, तो युक्ति व्याघाती होगा, अतः वैध होगा। जैसे उपरोक्त पुनर्कथनात्मक युक्ति के अनुरूप सोपाधिक कथन (Corresponding Conditional Statement) का निषेध कर दें तो वह निम्न रूप में प्राप्त होगा–

$\overline{[(p\ v\ q) \, . \, \bar{p}] \supset q}$	
$\overline{\overline{[(p\ v\ q) \, . \, \bar{p}]}\ v\ q}$	Impl.
$\overline{\overline{[(p\ v\ q) \, . \, \bar{p}]}} \, . \, \bar{q}$	De M.
$(p\ v\ q) \, . \, \bar{p} \, . \, \bar{q}$	D.N. & Assoc.
$(p\ v\ q) \, . \, \bar{p}\ v\ (q \, . \, \bar{q}) \, . \, \bar{q}\ v\ (p \, . \, \bar{p})$	Boolean Law.
$(p\ v\ q) \, . \, (\bar{p}\ v\ q) \, . \, (\bar{p}\ v\ \bar{q}) \, . \, (\bar{q}\ v\ p) \, . \, (\bar{q}\ v\ \bar{p})$	Dist.
$(p\ v\ q) \, . \, (\bar{p}\ v\ q) \, . \, (\bar{p}\ v\ \bar{q}) \, . \, (p\ v\ \bar{q}) \, . \, (\bar{p}\ v\ \bar{q})$	Com.
$(p\ v\ q) \, . \, (p\ v\ \bar{q}) \, . \, (\bar{p}\ v\ q) \, . \, (\bar{p}\ v\ \bar{q})$	Taut and Com.

यहाँ संयोजित खण्डों की संख्या नियमानुसार $2^n = 2^2 = 4$ है, अतः उपर्युक्त युक्ति वैध है और व्याघाती है। क्योंकि पुनर्कथन का निषेध व्याघाती होता है।

15.4 सारांश–

सारांशतः हम कह सकते हैं कि सामान्य आकार पद को कभी कभी अत्यधिक विशेष प्रकार की अभिव्यक्ति देने के लिए बचाकर रखा जाता है। इसे ही वूलीय विस्तारण कहा जाता है।

15.5 निष्कर्ष –

संयोजन एवं वियोजन सामान्य आकारों की सहायता से किसी युक्ति की वैधता की जांच की जाती है तथा प्रत्येक विकल्प में चरों का प्रयोग किया जाता है । तर्कशास्त्र में जार्जवूल जो कि बीजगणित के वेत्ता थे के सिद्धांतों द्वारा किसी भी युक्ति को वैध या अवैध सिद्ध किया जाता है। इस प्रकार की वैधता का परीक्षण वैधता का आकारिक प्रमाण कहा जाता है।

15.6 महत्वपूर्ण प्रश्न –

(1) सामान्य आकार एवं उसके प्रकारों की सोदाहरण व्याख्या कीजिए।

(2) वूलीय विस्तारण विधि द्वारा युक्ति की वैधता की जांच किसी युक्ति की वैधता की जांच करते हुए वर्णन कीजिए।

15.7 उपयोगी पुस्तकें –

(1) प्रतीकात्मक तर्कशास्त्र : एक अध्ययन – अविनाश तिवारी

(2) तर्कशास्त्र प्रवेशिका– राममूर्ति पाठक

--------00000----------

ROUGH WORK

ROUGH WORK

ROUGH WORK

ROUGH WORK